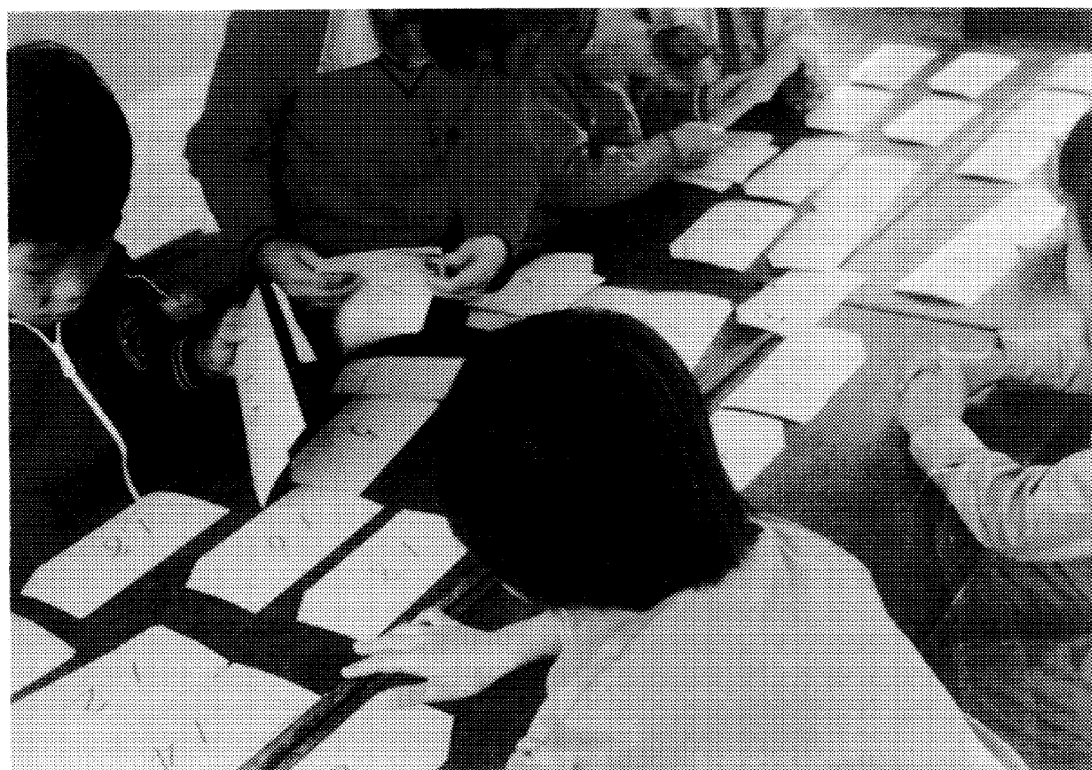


乘法九九乘積數集合統計表 (限一位數乘一位數)

國小教師組數學科第二名

高雄市立鼓山國民小學

作者：劉仁發、蔡莉娟
戴碧蓮、侯玄英



乘法九九積數集合統計表(限一位數 \times 一位數)

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | | | | | | | | | |

一、研究動機

六十七學年度開始使用新修訂的國小數學課本以後，我們在六十八學年度第一學期發現：原有的舊數學課本中（五十九年八月初版），乘法九九是出現在第五冊（三上）課本的第七單元（2，5）第八單元（4，8）第九單元（3，6，9）第十單元（7）和第十一單元（1，0）等五個單元當中。

同學年度，六十八學年度，第二學期，又發現：第四冊（二下）新數學課本（六十九年一月初版），第五單元（2，5）第六單元（4，8）第七單元（3，6）第八單元（9）第九單元（7）等五個單元教材裏，已出現了九九乘法。六十九學年度第一學期，新數學課本第五冊（三上）第一單元，又接著出現未完的1，0乘法九九教材。由此可見，新課本比舊課本足早了一個學期教學乘法九九。

然然而，二、三年級的教師常感到困擾的是：要怎麼指導，才能使學生徹底了解乘法的意義，並且熟習乘法九九達到「反射」的程度呢？由於這個緣故，激發了我們研究的動機。

二、研究目的

- 1 依據乘法九九積數集合統計表，輔導學生了解乘法的意義，熟悉整數乘法構成的原理，提高心算的興趣，培養正確、迅速的計算能力。
- 2 從各種有趣的活動或具體物的操作中，指導學生明瞭整數的乘法及交換律。
- 3 輔導學生運用整數的乘法，解決日常生活中有關數量的問題。

三、實驗器材

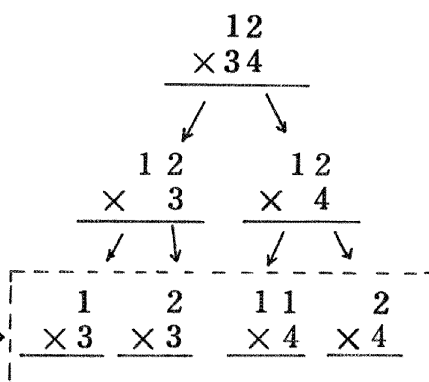
- 1 乘法九九心算卡。
- 2 乘法九九（限一位數乘一位數，不包括零）積數集合統計表。
- 3 測驗卷：
 - (1) 1～9的乘法測驗。
 - (2) 乘法交換律的測驗。
 - (3) 乘法九九填被乘數與乘數的測驗。
- 4 數學課本及數學科教學指引第四冊、第五冊。

四、研究過程與方法

1 分析整數的乘法，歸納起來，全都是由一位數乘以一位數的乘法

九九構成的。假如：多位數乘以多位數，可以先分成多位數乘以一位數，再分成一位數乘以一位數，這些計算題，就叫做「基本過程」。如右圖。

基本過程



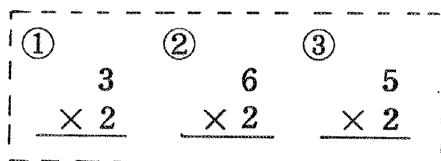
這些乘法基本過程，還可分成：進位的與不進位的，如

$\begin{array}{r} 3 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$ 與 $\begin{array}{r} 6 \\ \times 2 \\ \hline \end{array}$ ，所以，乘法的基本

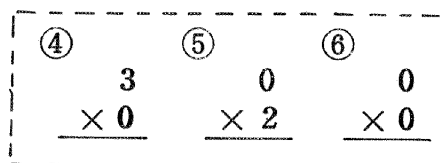
過程，總共可以分為六大類型

，如下圖。

二年下期教材



三年上期教材



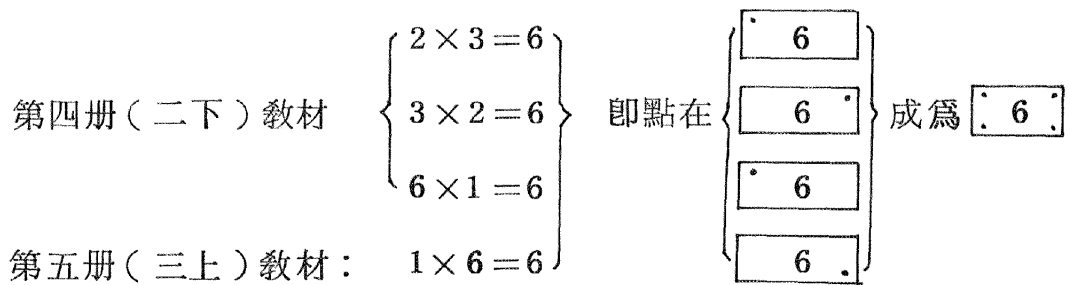
2 (1) 六十八學年度第二學期，指導 2 ~ 9 的乘法，與六十九學年度第一學校指導 1.0 的乘法後，將一個班級的學生編成 6 組，每組人數 8 ~ 9 名，其中一名學生依心算卡（如 $\boxed{6}$ ）背面積數的數字，分發給另 7 ~ 8 名學生，每名學生負責 10 個一數，然後由各人把手裏的心算卡積數相同的放在一堆，最後按數字的順序，由大而小集中。

發現：積數數字相同的心算卡，

- ① 一張的有 1、25、49、64、81 五種。
- ② 兩張的有 2、3、5、7、10、14、15、20、21、27、28、30、32、35、40、42、45、48、54、56、63、72 二十二種。
- ③ 三張的有 4、9、16、36 四種。
- ④ 四張的有 6、8、12、18、24 五種。

(2)將舊課本第二冊中一單元「數到一百」，1~100的序數表，改爲1~81的序數表，做爲「積數集合統計表」。將心算卡的積數與統計表上的數字相符的，用紅筆筆點在各數字的四角；第一個點在左上角，第二個點在右上角，第三個點在左下角，第四個點在右下角。

例如：「6」

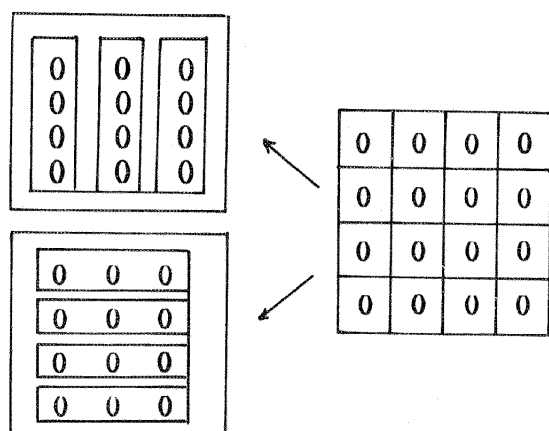


(3)六十九學年度第二學期，指導第四冊（二下）第五單元時，把「乘法九九積數集合統計表」張貼教室內前面黑板旁。之後每上完一個單元，教師依照教材的順序，把乘法心算卡拿起來，讓學生讀出該單元的乘法，同時，請一位學生站在統計表旁，每聽到一個積數，立刻在統計表上找出相符的數字，在數字的一角點上紅點，如下圖：

| | | | | | | | | |
|-----|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 統計表 | 第五單元 | 第五單元 | 第六單元 | 第六單元 | 第七單元 | 第七單元 | 第八單元 | 第九單元 |
| | 2的乘法 | 5的乘法 | 4的乘法 | 8的乘法 | 3的乘法 | 6的乘法 | 9的乘法 | 7的乘法 |
| | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| | 第一單元 | | | | | | | |
| | 1的乘法 | | | | | | | |
| | <input type="checkbox"/> | | | | | | | |
| | 2的乘法 | 2、5... | 2、5、4 | 2 5 4 8 | | | | |
| | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| | | | | | | | | |
| | <input type="checkbox"/> | | | | | | | |

- 發現：
- ①至 5 的乘法：點上兩個紅點的有「10」一個數字。
 - ②至 4 的乘法：點上兩點的有 4、8、12、16、20 五個數字。
 - ③至 8 的乘法：點上兩點的有 24、32、40 三個數字。
點上三點的有 8、16 兩個數字。
 - ④至 3 的乘法：點上兩點的有 6、15、18 三個數字。
點上三點的有 12、24 兩個數字。
 - ⑤至 6 的乘法：點上兩點的有 30、36、48 三個數字。
點上三點的有 6、18 兩個數字。
點上四點的有 12、24 兩個數字。
 - ⑥至 9 的乘法：點上兩點的有 9、27、45、54、72 五個數字。
點上三點的有「36」一個數字。
點上四點的有「18」一個數字。
 - ⑦至 7 的乘法：點上兩點的有 14、21、28、35、42、56、63 七個數字。
 - ⑧至 1 的乘法：點上兩點的有 2、3、5、7 四個數字。
點上三點的有 4、9 兩個數字。
點上四點的有 6、8 兩個數字。

教過 2 的乘法後，再教新的乘法九九教材時，若遇到舊教材與新教材間有交換律的情形出現，如 $2 \times 5 = 10$ ， $5 \times 2 = 10$ ，即可隨機做乘法交換律的教學。並在教完全部的乘法九九以後，再做一次乘法



交換律的總複習。教學時，首先，提出實物或圖表，如：排成 3 行 4 列的矩陣，並提出問題：「共有乒乓球多少個？」輔導兒童對 3 和 4 的乘法交換律。

$$4 \times 3 = 12$$

$$3 \times 4 = 12$$

$$4 \times 3 = 3 \times 4 \cdots \cdots \text{交換律}$$

說明：無論從橫列數起，或是從縱列數起，算出來的總數是一樣的。也就是注意到 $a \times b = b \times a$ ，「兩數交換相乘，得數相同」的關係。

學生學過乘法交換律後，可藉以驗算其計算的結果正確與否，或是遇到較難的，遺忘的乘法九九，如 7×4 時，可以用 4×7 的舊經驗，簡單的求出答數。

(4)本統計表的應用範圍：

a 整數的乘法九九，其積數均集中於本統計表內。應用範圍自第四冊（二下）第五單元起，至第五冊（三上）第一單元止。

如：指導 5 的乘法時，發現到 10 這個數字，已點上了兩點，就可以利用它來指導初步的「乘法交換律」。因為 10 這個數字，在 2 的乘法教材中，已經出現過 $2 \times 5 = 10$ 了，此時教學 5×2 也得到積數 10，使學童得以明白 $2 \times 5 = 5 \times 2$ 的關係。

b 第五冊第二單元教材當中，出現「怎樣用乘法找出 $21 \div 7$ 的等案」這樣的語句。

五、實驗結果

我們在三年級上學期，指導過數學第五冊第一單元的乘法，約一個星期以後，開始做第一次的測驗。

第一次測驗日期是 70 年 9 月 13 日，測驗時間 15 分鐘。試題是一位數乘一位數（被乘數 1～9）的乘法，乘法九九八十一道題全部出現，目的在測驗學生對於乘法九九的理解程度。

實驗班答題最快的學生黃俊祥，六分鐘完成，得分 100 分；未實驗班答題最快的學生洪憶真，五分鐘完成，得分 97.5 分。測驗結果，實驗班男生平均 93.59，女生平均 96.00，全班總平均 94.86；未實驗班男生平均 96.46，女生平均 88.34，全球總平均 92.07。

我們根據第一次測驗的八十一道試題分析，分成 2 的乘法、5 的乘法、8 的乘法、3 的乘法、6 的乘法、9 的乘法、7 的乘法和 1 的乘法等 9 部份，做出統計，所得的結果是：

- 2 的乘法：實驗班男生平均 94.44，女生平均 98.47，全班總平均 96.56；未實驗班男生平均 98.07，女生平均 89.30，全班總平均 93.33。
- 5 的乘法：實驗班男生平均 95.30，女生平均 97.32，全班總平均 96.36；未實驗班男生平均 98.07，女生平均 90.53，全班總平均 94.00。
- 4 的乘法：實驗班男生平均 92.73，女生平均 96.55，全班總平均 94.75；未實驗班男生平均 97.58，女生平均 89.30，全班總平均 93.11。
- 8 的乘法：實驗班男生平均 92.31，女生平均 94.64，全班總平均 93.53；未實驗班男生平均 92.75，女生平均 87.24，全班總平均 89.79。
- 3 的乘法：實驗班男生平均 91.45，女生平均 96.55，全班總平均 94.14；未實驗班男生平均 98.55，女生平均 89.71，全班總平均 93.78。
- 6 的乘法：實驗班男生平均 94.44，女生平均 94.25，全班總平均 94.34；未實驗班男生平均 95.17，女生平均 90.12，全班總平均 92.44。
- 9 的乘法：實驗班男生平均 93.59，女生平均 94.25，全班總平均 93.94；未實驗班男生平均 97.10，女生平均 86.41，全班總平均 91.33。
- 7 的乘法：實驗班男生平均 91.45，女生平均 95.02，全班總平均 93.33；未實驗班男生平均 96.13，女生平均 90.12，全班總平均 92.89。
- 1 的乘法：實驗班男生平均 96.58，女生平均 96.93，全班總平均 96.77；未實驗班男生平均 94.68，女生平均 82.30，全班總平均 88.00。

第二次測驗日期是70年9月18日，測驗時間15分鐘。這次測驗共考25道題，試題是根據數學課本第五冊第一單元第八頁的教材出題，為有關「乘法交換律」的測驗。

答題最快的學生，四分半鐘完成，得分100分。測驗結果，實驗班男生平均93.23，女生平均93.79，全班總平均93.53；未實驗班男生平均91.13，女生平均79.26，全班總平均84.72。

第二次測驗比第一次測驗增列了一題課本外的教材，即 $() \times 3 = 3 \times ()$ 。這一道題當中的 $()$ ，可以填上0~9任何一個數字均可，也就是說，這一道題本身包含了有 $\begin{array}{cccc} 3 & 6 & 0 & 3 \\ \times 2 & \times 2 & \times 2 & \times 0 \end{array}$ 的四種類型存在。我們把這一道題單獨提出來，將實驗班與未實驗班此題的得分做個比較，結果，實驗班答對的男生占84.61，女生占72.41；未實驗班答對的男生占78.26，女生占44.44。

第三次測驗日期是70年9月27日，測驗時間25分鐘。

第一次測驗的試題，要學生填寫乘法九九的「積數」，第三次測驗和第一次測驗同樣有81道題，但是，試題却恰恰相反，而是要讓學生看積數而填寫出「被乘數與乘數」來，準備進入下一個單元「整數除法」的教材，同時，也可瞭解對交換律理解的程度。

答題最快的學生，10分鐘完成，得分100分。測驗結果，實驗班男生平均92.64，女生平均95.95，全班總平均94.39。未實驗班男生平均88.57，女生平均79.88，全班總平均83.88。

我們再根據第三次測驗的81道題分析，分成積數一個的、積數兩個的、積數三個的、積數四個的四個部份，做成統計，所得的結果是：

積數一個的：實驗班男生平均93.08，女生平均97.24，全班總平均95.27；未實驗班男生平均93.91，女生平均86.67，全班總平均90.00。

積數兩個的：實驗班男生平均91.78，女生平均96.47，全班總平均94.26；未實驗班男生平均92.29，女生平均84.93，全班總平均88.32。

積數三個的：實驗班男生平均93.59，女生平均94.54，全班總平均94.09；未實驗班男生平均84.06，女生平均69.44，全班總平均76.17。

積數四個的：實驗班男生平均 93.85，女生平均 95.34，全班總平均 94.64；未實驗班男生平均 81.74，女生平均 73.33，全班總平均 77.20。

六、討 論

由第一次測驗的統計數字，我們依照平均分數的高下，排列出學生對於乘法九九的純熟的程度，分別是：

實驗班：1、2、5、4、6、3、9、8、7的乘法；未實驗班：5、3、2、4、7、6、9、8、1的乘法。

出人意料的，1的乘法測驗的結果，未實驗班考得並不理想，我們由試卷上發現，有許多學生在1的乘法試題，積數答的是「0」。我們深究了一下原因，原來0的乘法與1的乘法，都是三上（第五冊）第一單元裏出現，由於同在一個單元出現的緣故，以致於學生把0與1的乘法混淆了。

由第三次測驗的試驗上，我們發現：未實驗班的乘法交換律較差，也因此影響到被乘數與乘數均為同一數字的填寫，也就是說，如： $(7) \times (7) = 49$ 之類的題目，較不會填。

就實驗班與未實驗班三次測驗的總平均分數，來做比較：

第一次測驗，實驗班平均 94.86 分，未實驗班平均 92.07 分，兩者之間相差 2.79 分。第二次測驗，實驗班平均 93.53 分，未實驗班平均 84.72 分，兩者之間相差 8.81 分。第三次測驗，實驗班平均 94.39 分，未實驗班平均 83.88 分，兩者之間相差 10.51 分。

第二次測驗比第一次測驗；實驗班學生除了課本的學了 6.02 分，主要的原因，是因為實驗班學生除了課本的學習以外，還有「一位數乘一位數（限於 1～9）的積數集合表」（81以內的序數表），能用來「打個點」或「畫個圓圈」，使學生們都能徹底瞭解：一旦遇到有 2 點、3 點或 4 點的積數，隨時可以參考舊材料，利用舊經驗，來思考，來解答，能有所反應。至於，第三次測驗實驗班又比第二次實驗再進步 1.70 分的原因，是因為 81 以內的序數表已經整個整理完畢，學生對乘法九九有了更進一步系統的瞭解的緣故。

經過了三次的測驗，男生的總平均是 92.75，女生的總平均是

89.79，兩者之間相差 2.96。

再依三次測驗男、女生的平均分數做個比較，則：

第一次測驗，男生平均 94.93，女生平均 92.30，兩者之間相差 2.63。

第二次測驗，男生平均 92.24，女生平均 86.78，兩者之間相差 5.46。

第三次測驗，男生平均 90.73，女生平均 88.20，兩者之間相差 2.53。

七、結 論

1. 本校在六十八學年度第二學期，發現新數學課本較舊課本提早一個學期教學乘法九九教材，新課本的乘法九九教材，出現在二下五個單元及三上第一單元內，於是，就從六十九學年度開始，依照「乘法九九積數集合統計表」，來實施教學，實施兩個學年度後，效果極為良好。本次的所有統計資料，係根據七十年度三年級學生，抽取一班做為實驗班，另一班做為未實驗班。未實驗班以課本內的教材及教具實施教學；實驗班則另外加上「乘法九九積數集合統計表」一張教學，學生每人也都有本表一張（印在半張考試用紙上），如右圖：
2. 本校今後的教學，每當進入二下（第四冊）第五單元的教學時，教室內必須把「乘法九九積數集合統計表」佈置起來，師生共同研究、填寫。另外，學生每人各發給一張「積數集合統計表」，以便各自整理，待課餘的時間，學生也可用來反覆練習。如此一來，自然而然能夠提高學生學習乘法九九的成績，也能藉此打好學生今後學習整數除法的基礎。
3. 本「乘法九九積數集合統計表」，也可應用在六年級上學期（第十一冊）質因數的單元。應用的方法是：除 1 以外，自 2 ~ 81 的序數，可應用 2、3、5、7 的乘法，遇有積數在序數表上的數字出現，就將此數字劃掉，待全部劃完以後，剩下來沒被劃掉的數字，就是質數。
4. 經過了三次的測驗，實驗班與未實驗班兩者之間，已經有了明顯的平均差數，顯示出：運用本「乘法九九積數集合統計表」，來加強乘法九九的教學，效果良好，因此，我們布望還能將本教學法，介紹給各個學校實施。

評語：本作品是從有趣的活動和具體的操作中，對培養學童的乘法計
稱能力和了解乘法交換律的意義有很大的幫助，對教學方法的
改良來說，值得鼓勵。