

# 傳統式的吃角子老虎 — 滾彈珠的研究

## 高小組數學科第二名

台北市立雨農國民小學

作者：張崇賢等十人  
指導教師：林志忠



### 一、研究動機

星期六晚上和姊姊倆逛士林夜市，在人山人海，忽然聽到那邊的人群裏，爆出好大一聲：「我中大獎了！」我們精神一振，心想有大獎，我也去瞧瞧！迫不急待的鑽進人叢中一看，原來是滾彈珠遊戲。看到每個檯子都有13個洞，而每個人在檯子中也都進了好多珠子。可是有一個人却喪氣的說：「又是一塊泡泡糖！」哦！原來進7、8、9個洞都只能得到泡泡糖，而珠子若進9個洞以上，或是7個洞以

下，獎品就越來越好。這時我也興緻勃勃的想要一顯身手，試試看。心想這還不簡單嗎？於是對姊姊說：「看我的！」趕啊趕，一盤又一盤。結果玩了四次得了四塊泡泡糖，好洩氣！也好疑問。明明大獎那麼多，爲什麼我得不到呢？這個問題使我整夜想不通。和同學討論也沒有結果。最後我們決定共同去請教老師，一起探討這奇怪又有趣的問題。

## 二、我們想要知道的問題

1. 玩滾彈珠的人是不是很多？他們得獎的情形如何呢？
2. 滾彈珠檯子都一樣嗎？不同的檯子得獎情形會不一樣嗎？
3. 市面上最具代表性的滾彈珠檯子是怎樣的呢？
4. 滾彈珠檯子最常得到的是那些獎，最不常得的又是那些獎？
5. 爲什麼我們得不到最大獎？
6. 玩滾彈珠輸贏的情形如何呢？
7. 我們有辦法大贏嗎？

## 三、我們所使用的器材

1. 調查表
2. 自製滾彈珠遊戲檯子
3. 實驗記錄表
4. 統計分析表
5. 演算紙

## 四、研究過程

首先我們先請教老板滾彈珠遊戲的玩法

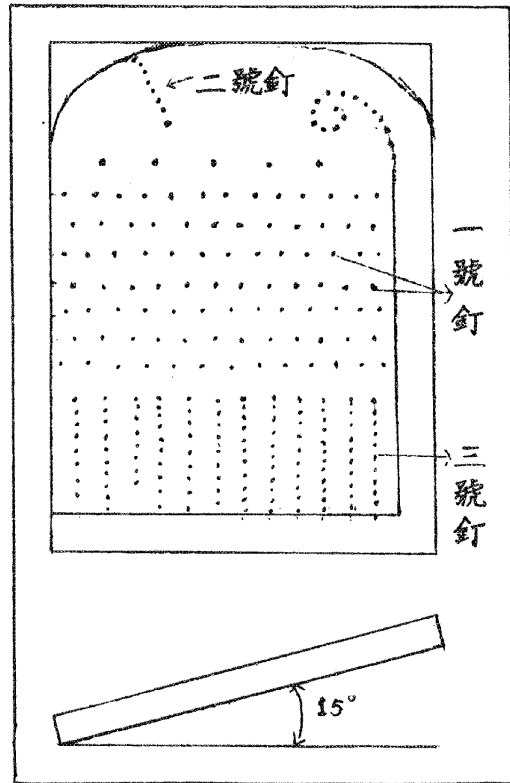
1. 玩一次五元。
2. 彈珠由右側跑道，用壓克力條向上一個個的把彈珠撥入檯子中。
3. 彈珠經過二號釘（也可不經過）和一號釘的阻隔而落入三號釘中。
4. 根據彈珠進孔的數目給獎彈珠進幾個孔就得第幾獎，例如：彈

(圖一)

珠分散成 10 個孔就得到第十獎。

接著我們又畫下了檯子的基本構造(如圖一)

，然後，我們採用了調查訪問法，共發出調查表 600 張，請本校六年級的小朋友幫忙。調查時間從民國七十年十月至民國七十年十二月止。調查範圍以大台北區為主，劃分區域分頭調查，以做實際的調查與了解。調查後收回三八二張調查表，經處理而選出具代表性者 156 張(參見表一)。於是我們開始進行下列的研究。



問題(-): 玩彈珠的人是不是很多? 他們得獎的情形如何?

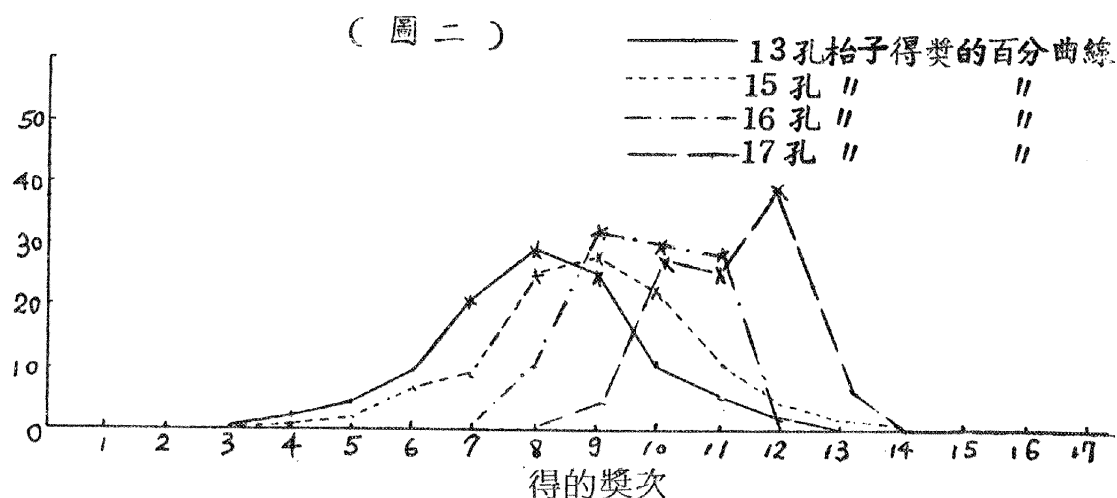
方法 1: 將調查表分類並計算玩的人數、次數。

結果: 檯子的樣式共有四種——13 孔、15 孔、16 孔及 17 孔，分析如表一:

| 檯子樣式           | 13 孔            | 15 孔           | 16 孔         | 17 孔         | 合計            |
|----------------|-----------------|----------------|--------------|--------------|---------------|
| 占可用調查表的百分比(張數) | 67.31%<br>(105) | 30.13%<br>(47) | 0.64%<br>(1) | 1.92%<br>(3) | 100%<br>(156) |
| 玩的人數           | 1362            | 575            | 15           | 59           | 2011          |
| 玩的次數           | 2640            | 1139           | 40           | 132          | 3951          |

方法 2: 將可用調查表內得獎次數依樣式不同統計出來看得獎情形。

結果: 將四種不同樣式檯子的得獎情形列出及比較其結果。(圖二)



分析：1 從表一得知玩滾彈珠的人不少。

2 從圖二我們整理出得獎次數的集中情形如表二：

| 檯子樣式    | 13孔      | 15孔       | 16孔        | 17孔         |
|---------|----------|-----------|------------|-------------|
| 得到最多的獎次 | 7. 8. 9. | 8. 9. 10. | 9. 10. 11. | 10. 11. 12. |

問題(一)：滾彈珠檯子都一樣嗎？不同的檯子得獎會不一樣嗎？

方法：從調查表中分類、整理及統計

結果：1 根據表一我們知道檯子分 13、15、16、17 孔四種。

2 從調查表及圖二分析得到表三

分析：從表三知道不同樣式的檯子，其得小獎的比例雖不相同但百分比都很高（70%以上，甚至超過90%），而得大獎卻都是0%。

| 檯子樣式     | 13孔        | 15孔        | 16孔        | 17孔         |
|----------|------------|------------|------------|-------------|
| 最小獎的獎次   | 7. 8. 9.   | 8. 9. 10.  | 9. 10. 11. | 10. 11. 12. |
| 得最小獎的百分比 | 73.52 %    | 76.12 %    | 90.00 %    | 90.91 %     |
| 最大獎的獎次   | 1 2 3. 13. | 1 2 3. 15. | 1 2 3. 16. | 1 2 3. 17.  |
| 得最大獎的百分比 | 0 %        | 0 %        | 0 %        | 0 %         |

問題(二)：市面上最具代表性的彈珠檯子是怎樣的呢？

方法：整理調查表中的檯子規格部份，選出最多數的，然後配合圖

一做爲我們的標準規格，而自行打造。

結果：統計出的標準規格如表四：

(單位：公分)

|    |     |    |     |     |
|----|-----|----|-----|-----|
| 彈珠 | 直徑  |    | 數量  |     |
|    | 2.1 |    | 13個 |     |
| 釘子 | 一號釘 |    | 三號釘 | 質料  |
|    | 間隔  | 距離 | 間隔  |     |
|    | 3   | 3  | 3   | 銅   |
| 檯子 | 長   | 寬  | 厚   | 傾斜度 |
|    | 63  | 48 | 4   | 15° |

問題(四)：滾彈珠檯子最常得到和最不常得到是那些獎？由表三即可知道最常與最不常得到的獎次及得獎百分比，至於用我們自製檯子實驗的情形是否也是這樣？

方法：我們比照市面玩法玩 2000 次，再將彈珠固定在檯子的最前端，依自然的力量與方向下滾，記錄 400 次。

結果 1：我們比照市面的玩法得到表五。

表五

|            |   |   |   |     |     |     |      |      |      |     |     |     |    |      |
|------------|---|---|---|-----|-----|-----|------|------|------|-----|-----|-----|----|------|
| 進的孔數       | 1 | 2 | 3 | 4   | 5   | 6   | 7    | 8    | 9    | 10  | 11  | 12  | 13 | 合計   |
| 進的次數       | 0 | 0 | 0 | 2   | 41  | 157 | 527  | 604  | 492  | 150 | 24  | 3   | 0  | 2000 |
| 進孔數的百分比(%) | 0 | 0 | 0 | 0.1 | 2.1 | 7.8 | 26.3 | 30.2 | 24.6 | 7.5 | 1.2 | 0.2 | 0  | 100% |

7. 8. 9. 孔的進孔數合計 81.1 %

結果 2：固定在檯子上端的得到表六。

表六

|            |   |   |   |   |     |     |      |      |      |     |     |    |    |      |
|------------|---|---|---|---|-----|-----|------|------|------|-----|-----|----|----|------|
| 進的孔數       | 1 | 2 | 3 | 4 | 5   | 6   | 7    | 8    | 9    | 10  | 11  | 12 | 13 | 合計   |
| 進的次數       | 0 | 0 | 0 | 0 | 5   | 35  | 111  | 120  | 91   | 36  | 2   | 0  | 0  | 400  |
| 進孔數的百分比(%) | 0 | 0 | 0 | 0 | 1.3 | 8.7 | 27.7 | 30.0 | 22.8 | 9.0 | 0.5 | 0  | 0  | 100% |

7. 8. 9. 孔的進孔數合計：80.5 %

分析：綜合表二、表五、表六，可知玩滾彈珠得到 7. 8. 9. 獎的機會最大，1 2 3. 13. 獎的機會最小。

問題(五)：爲什麼我們得不到最大獎？

大獎有兩種：(1)所有的彈珠進一個孔。(2) 13 個彈珠進 13 個孔。

方法 1：彈珠數 13 個固定。利用橡皮筋控制孔數，第一次開放一個孔，記錄 400 次，看進一個孔的次數。第二次 2 孔，直到開放 13 孔爲止。

結果 1：我們得到的結果如表七：

表七

|           |      |      |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |
|-----------|------|------|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|
| 開放的孔數(孔)  | 1    | 2    | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| 每項玩的次數(次) | 400  | "    | " | " | " | " | " | " | " | "  | "  | "  | "  |
| 進一個孔的次數   | 400  | 1    | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  |
| 進一孔的百分比   | 100% | 0.25 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  |

方法 2：孔數 13 個固定。彈珠平均散佈就是任何一孔沒有兩個以上的彈珠重疊。第一次用一個彈珠玩四百次，第二次用 2 個，直到用 13 個彈珠。

結果 2：我們得到的結果如表八：

表八

|           |      |     |       |       |     |       |    |     |      |      |    |    |    |
|-----------|------|-----|-------|-------|-----|-------|----|-----|------|------|----|----|----|
| 所用彈珠數(個)  | 1    | 2   | 3     | 4     | 5   | 6     | 7  | 8   | 9    | 10   | 11 | 12 | 13 |
| 每項玩的次數    | 400  | "   | "     | "     | "   | "     | "  | "   | "    | "    | "  | "  | "  |
| 同時散布每一孔次數 | 400  | 368 | 303   | 221   | 148 | 97    | 52 | 22  | 9    | 1    | 0  | 0  | 0  |
| 散布每一孔的百分比 | 100% | 92  | 75.75 | 55.25 | 37  | 24.25 | 13 | 5.5 | 2.25 | 0.25 | 0  | 0  | 0  |

分析 1：表七中當孔數開放成兩孔時，所有彈珠進一孔的百分比就急速降低到 0.25%，三孔就低到 0%，而彈珠檯子有 13 孔，當然得不到第一獎了！根據我們推理（參見原始資料）13 個彈珠 13 個孔總共出現的可能排列情形是  $13^{13}$  種！

進一個孔的情形只有 13 種，所以出現的機會只有  $\frac{13}{13^{13}}$  了。

分析 2：表八中，當彈珠數增加到 11 個時，不重疊的次數降低至 0%，13 個彈珠都用時我們想要得 13 獎，那真是難上加

難。根據推理演算，13 個彈珠要平均分散每個孔，它的總共情形是  $13 \times 12 \times \dots \times 1$  種，而所有的情形是  $13^{13}$  種，因此進 13 孔的機會將是  $\frac{13 \times 12 \times \dots \times 1}{13 \times 13 \times \dots \times 13}$  也就是  $\frac{1}{48639}$  了。

問題(六)：玩滾彈珠輸贏的情形如何？

方法：將調查表內的獎品用市面零售價換算。以表五（依市面玩法所做的實驗記錄）所列的得獎次數來比較輸贏的情形。

結果：我們得到的結果如表九。

表九

|         |      |     |     |     |      |      |     |     |     |     |     |     |     |      |
|---------|------|-----|-----|-----|------|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|
| 獎的次序    | 1    | 2   | 3   | 4   | 5    | 6    | 7   | 8   | 9   | 10  | 11  | 12  | 13  | 合計   |
| 獎品市價(元) | 1055 | 465 | 197 | 67  | 27   | 8    | 1   | 1   | 1   | 6   | 22  | 65  | 363 |      |
| 得獎次數(次) | 0    | 0   | 0   | 2   | 41   | 157  | 527 | 604 | 492 | 150 | 24  | 3   | 0   | 2000 |
| 所得報酬(元) | 0    | 0   | 0   | 134 | 1107 | 1256 | 527 | 604 | 492 | 900 | 528 | 195 | 0   | 5743 |

分析：玩一次要五元，玩 2000 次共要 10000 元，而所得報酬是 5743 元，所以總共是輸  $10000 - 5743 = 4257$ （元）。

問題(七)：我們有辦法大贏嗎？

方法：要贏的話，一定要提高得大獎的次數，我們設法改良檯子，看怎樣的檯子得大獎的百分比最高。

表十 結果：我們得到的結果如表十。

|                 |           |            |           |        |                 |        |        |            |
|-----------------|-----------|------------|-----------|--------|-----------------|--------|--------|------------|
| 檯子改變情形          | 檯子傾斜度 25° | 彈球直徑大小 一公分 | 1號釘距離 6公分 | 拔掉 2號釘 | 拔 2號釘 1號釘間距 6公分 | 拔光 1號釘 | 釘子質料：鐵 | 檯子質料：鋪上塑膠布 |
| 玩的次數(次)         | 50        | 50         | 50        | 50     | 50              | 50     | 50     | 50         |
| 除 7. 8. 9 孔外的獎次 | 7         | 6          | 10        | 34     | 22              | 5      | 5      | 9          |
| 得大獎百分比          | 14%       | 12%        | 20%       | 68%    | 44%             | 10%    | 10%    | 18%        |

分析：我們發現拔掉 2 號釘後，得大獎高達 68%，其他的都無法大

贏，但是在外面玩，老闆可能讓我們拔二號釘嗎？所以我們肯定的說：「我們是無法贏得滾彈珠的遊戲。」

## 五、我們的結論與心得

1. 滾彈珠檯子的樣式雖然不同，但大多數只得到小獎。
2. 市面上的檯子，13孔的最多，將調查結果配合我們自己的實驗，發現得7.8.9.獎的機會最大，得1.2.3.13.獎的機會幾乎等於0。
3. 從推理中，我們得知：  
一種情形出現的機會 =  $\frac{\text{該情況可能出現的次數}}{\text{所有可能出現的次數}}$  這就叫做——  
機率。例如玩13孔的滾彈珠檯子，集中一孔的機率只有  $\frac{1}{13^{13}}$ ，  
散佈13孔的機率只有  $\frac{1}{48639}$ 。這麼小的機率，難怪我們不容易得到最大獎了。
4. 在一般的玩法中，我們總是輸。老師告訴我們，他童年時，野台戲底下充滿了這種檯子，它不愧是一種「傳統式的吃角子老虎」！
5. 滾彈珠檯子的大獎只是吸引我們去玩而已，常聽到有人說：「十賭九輸」，我們千萬不要存僥倖的心理去賭博，這是我們做完本研究的最大心得。

評語：學童們由調查滾彈珠遊戲得大小獎的分配情形及百分比學習到作統計的方法和原理，兼而瞭解到十賭九輸的必然性。