

花圃中的數學

初小組數學科第一名

台北市市立光復國民小學

作者：黃怡翔

指導老師：黃玉珠、吳安潔



一、研究動機

一個假日，我跟同學到離家不遠的小公園玩，我們發現一件有趣的事。公園裏的花圃都是用 24 塊水泥甃圍成的，我們又發現，有的長方形花圃裏種了 10 株太陽菊，有的長方形裏種了 18 株，可是正方形的花圃裏却種了 25 株。每一株花的距離又都一樣。奇怪！正方形花圃裏，為什麼能種得比較多呢？第二天我去請教老師。老師開始指導我研究這個問題。

二、研究目的

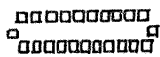
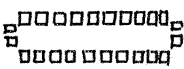
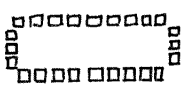
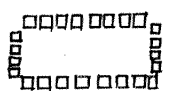
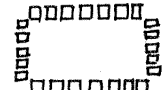
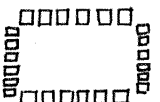
1. 想知道爲什麼周長一樣時，正方形的花圃裏能多種那麼多的花？
2. 周長相等時，在一般的形狀中，還是正方形的面積最大嗎？
3. 長方形與正方形面積的求法。

三、研究設備器材

正方形的小瓷甌 24 塊，小鋼珠 1600 個，自動秤。

四、研究過程

1. 用 24 塊小瓷甌，排出各種長方形，將小鋼珠放入，到填滿爲止，以鋼珠重量的多少，來測出面積的大小。（下表的長與寬是各取一邊的瓷甌數）

號碼	形狀	寬	長	長寬的和	長寬的差	放入鋼珠的重量(克)	增加的重量(克)
a		1	11	12	10	132.5	0
b		2	10	12	8	232.5	100
c		3	9	12	6	302	69.5
d		4	8	12	4	352	50
e		5	7	12	2	375	23
f		6	6	12	0	392	17

發現：

(1)各長方形，長與寬的和相等時，形狀愈接近正方形，放入鋼珠的數量愈多，重量愈重。鋼珠的重量：

$$f > e > d > c > b > a$$

(2)以正方形內的鋼珠數量最多、最重，表示面積最大。

(3)長方形的寬逐漸增加時，長就逐漸減小。

(4)長方形長與寬的差愈小，面積愈大。









$$\text{長寬的差：} 0 < 2 < 4 < 6 < 8 < 10$$

$$\text{面積：} f > e > d > c > b > a$$

(5)在周長相等的情形下，長方形形狀不同，會影響面積的大小。

2. 排成其他形狀與正方形比較：

單位：克

形	狀	鋼珠的 重 量	形	狀	鋼珠的 重 量
正 方 形		392	梯 形		372.5
三 角 形		207.5	五 邊 形		405
		358	六 邊 形		445
梯 形		310	圓 形		653

發現：

圓形 > 六邊形 > 五邊形 > 正方形 > 梯形 > 三角形。周長相等時，以圓形的面積為最大。

3. 長方形面積的求法：

1	2	3	4	5	6	7	8
2							
3							
4							

寬可排 4 個正方形瓷磚
 長可排 8 個正方形瓷磚
 共可排 $4 \times 8 = 32$ 個正方形瓷磚。

1	2	3	4	5	6
2					
3					
4					
5					
6					

寬可排 6 個正方形瓷磚
 長可排 6 個正方形瓷磚
 共可排 $6 \times 6 = 36$ 個正方形瓷磚。

每一塊正方形瓷磚代表 1 平方公分

36 平方公分 $>$ 32 平方公分

正方形面積 $>$ 長方形面積

長方形面積 = 長 \times 寬

正方形面積 = 一邊 \times 一邊

4. 數式推論：

將長寬數字做爲被乘數與乘數來進行乘法推論。

(1) 被乘數與乘數的「和」爲偶數時。

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
$1 + 11 = 12$	$11 - 1 = 10$	$1 \times 11 = 11$
$2 + 10 = 12$	$10 - 2 = 8$	$2 \times 10 = 20$
$3 + 9 = 12$	$9 - 3 = 6$	$3 \times 9 = 27$
$4 + 8 = 12$	$8 - 4 = 4$	$4 \times 8 = 32$
$5 + 7 = 12$	$7 - 5 = 2$	$5 \times 7 = 35$
$6 + 6 = 12$	$6 - 6 = 0$	$6 \times 6 = 36$

由上列計算：

a 被乘數與乘數的「和」都相等爲 12

b 被乘數與乘數的「差」逐漸減小

$$10 > 8 > 6 > 4 > 2 > 0$$

c 被乘數與乘數的「積」逐漸增大

$$11 < 20 < 27 < 32 < 35 < 36$$

(2) 被乘數與乘數的「和」為奇數時

a	b	c
$1 + 10 = 11$	$10 - 1 = 9$	$1 \times 10 = 10$
$2 + 9 = 11$	$9 - 2 = 7$	$2 \times 9 = 18$
$3 + 8 = 11$	$8 - 3 = 5$	$3 \times 8 = 24$
$4 + 7 = 11$	$7 - 4 = 3$	$4 \times 7 = 28$
$5 + 6 = 11$	$6 - 5 = 1$	$5 \times 6 = 30$

由上列計算：

a 被乘數與乘數的「和」都相等為 11。

b 被乘數與乘數的「差」逐漸減小，

$$9 > 7 > 5 > 3 > 1$$

c 被乘數與乘數的「積」逐漸增大，

$$11 < 18 < 24 < 28 < 30$$

歸納：從上面的例子知道，被乘數與乘數的「和」相等時，差數愈大，積數愈小。相反的，差數愈小，積數愈大。

五、結 論

- 1 從實驗一中知道，周長相等的各種長方形中，以正方形的面積為最大。
- 2 從實驗二中得出，周長相等的各種形狀中，又以圓形面積為最大。
- 3 從實驗三中得到，長方形面積 = 長 × 寬
正方形面積 = 一邊 × 一邊
- 4 從推論的例子中知道，被乘數與乘數，「和」相等的各式中，「差」愈小，「積」愈大。

5. 從花園中得到了數學的問題，從生活中發現了實際問題，進而推展到理論問題。

評語：初小學童尚未瞭解各種圖形面積之時，能聯想到以小鋼珠填滿圖形，再以磅秤決定全部鋼珠之重量以測度面積；從日常生活中發現解決數理問題的方法很見巧思。