

溫度對折射率的影響

高中教師組物理科第三名

國立台灣師範大學附屬高級中學

作者：楊鍾賢

一、研究動機

每次談到“全反射”時，許多學生總喜歡以“海市蜃樓”之現象相詢，當告以「氣體溫度高時，其折射率變小，是形成該現象之主因」時，接著而來的問題便是：「為何溫度較高，折射率反少？」或「溫度與折射率之間到底有何量的關係？」爲了滿足同學們的好奇心，並爲往後教學方便起見，遂設計本實驗，以定量來研究溫度與折射率的關係，並希望能藉此導得其數學關係式。

二、設計實驗

1. 假設：影響物質折射率之變因有，物質種類、純度（密度）、外界壓力、物質本身溫度及入射光之波長。

2. 應控制之變因：物質之種類、純度（密度）、外界壓力 $763.2 \pm 0.2 \text{ mm-Hg}$ 及入射光波長（以鈉黃光 5890 \AA 之特定波長照射）。

3. 要測量什麼？改變物質溫度 t ，觀察物質折射角（可由之算出折射率）隨溫度之變化。

三、實驗器材

- | | |
|----------|----------|
| 1. 水銀氣壓計 | 2. 分光儀 |
| 3. 鈉光燈 | 4. 燒杯 |
| 5. 半圓形水槽 | 6. 酒精燈 |
| 7. 三角架 | 8. 食鹽 |
| 9. 冰塊 | 10. 石綿心網 |
| 11. 溫度計 | 12. 蒸餾水 |
| 13. 酒精 | 14. 冰醋酸 |

15. 丙酮

16. 氣泡水準儀

四、實驗過程

1. 高溫

(1) 以水銀氣壓計測外界之大氣壓力。

(2) 裝置如圖，以氣泡水準儀調整分光儀之載物台使成水平。

(3) 將乾燥之半圓形水槽置於載物台上，打開鈉光燈，調整物鏡及目鏡。使物鏡狹縫之光，水槽中線、目鏡髮線在一直線上。(即歸零)

(4) 將入射角 i 調至 30° ，並把用水浴法加熱沸騰之蒸餾水倒入水槽中，觀察在各個不同溫度下之相對折射角 r 。

(5) 如步驟 3，4 重覆實驗，共取 5 次數據。

(6) 將入射角調至 40° 及 50° ，再重覆 3~5 之實驗。

(7) 改用酒精、冰醋酸、丙酮，重作 3~6 之實驗。

2. 低溫：

(1) 作法如 A-1, 2, 3。

(2) 將入射角調至 30° ，並把裝蒸餾水之小燒杯放入內有水、食鹽及冰塊之大燒杯中，讓其冷至 -10°C 取出倒入水槽中，觀察各不同溫度下之相對折射角。

(3) 如 B~1, 2 重作實驗，共取 5 次數據。

(4) 將入射角調至 40° 及 50° ，再重覆 B~1, 2, 3 之實驗。

(5) 改用酒精、冰醋酸、丙酮，重作 1~4 之實驗。

五、數 據

1. 水 ($0 \sim 100^\circ\text{C}$ (圖表從略))

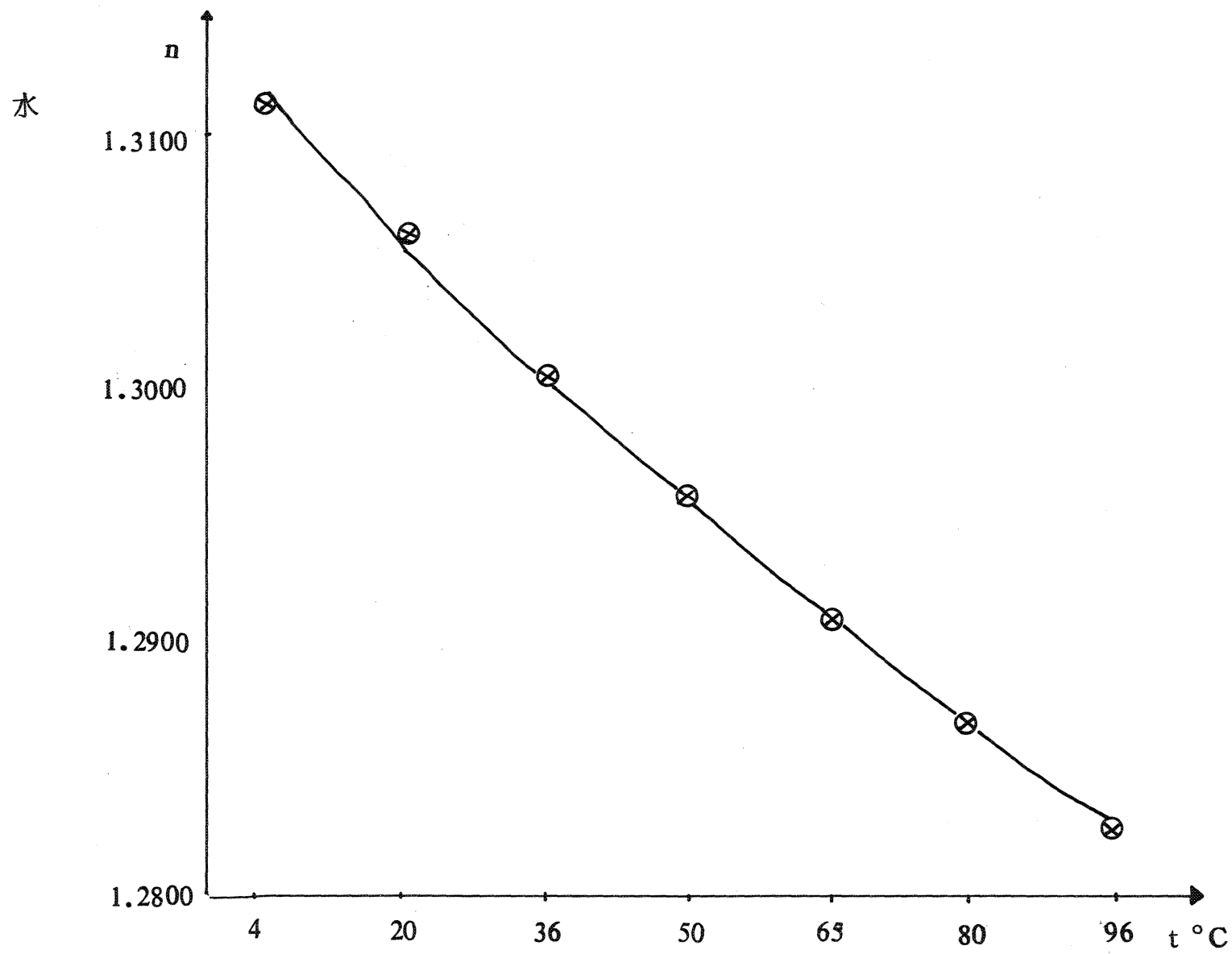
2. 酒精 ($-114 \sim 78.15^\circ\text{C}$)

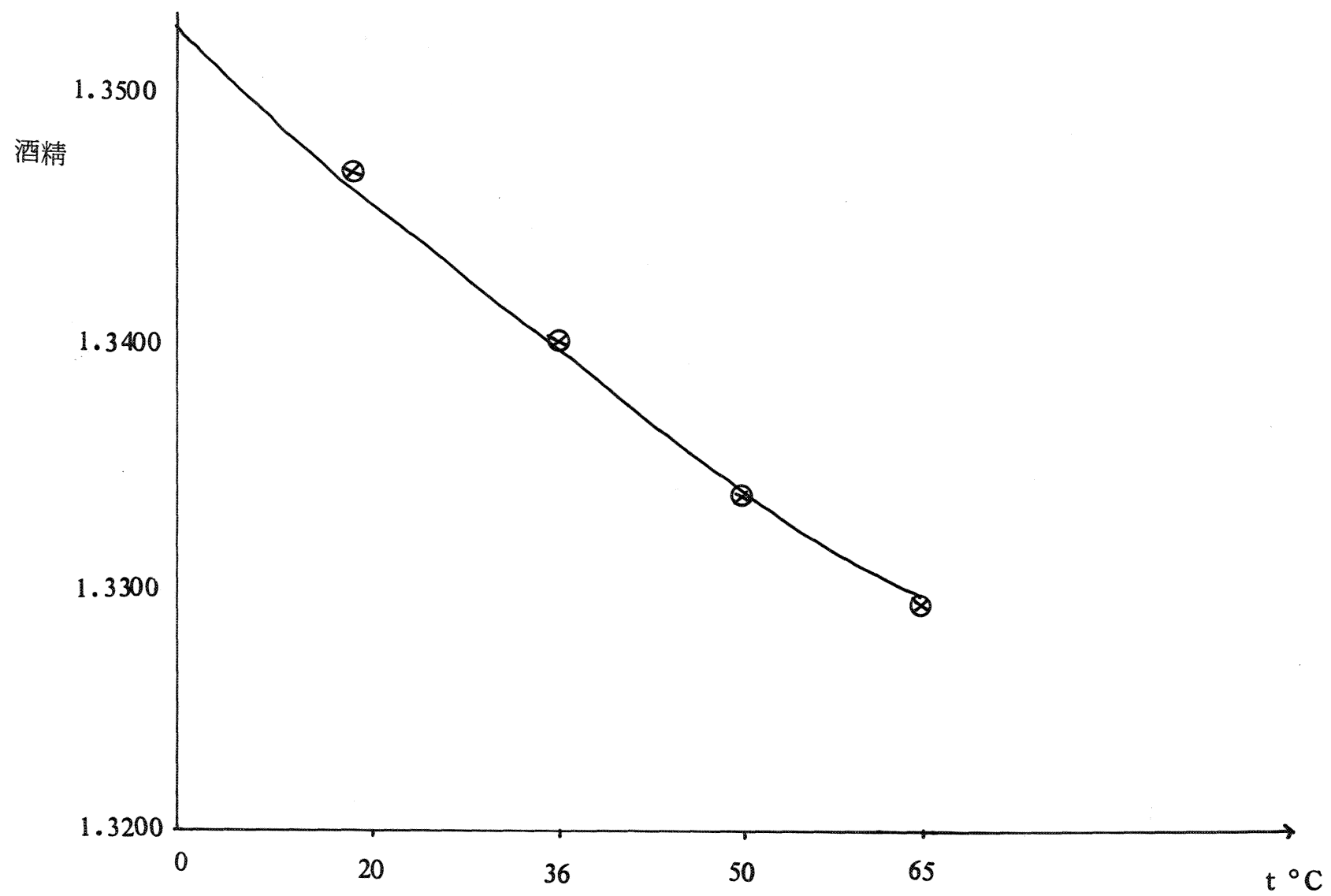
3. 冰醋酸 ($16.63 \sim 118^\circ\text{C}$)

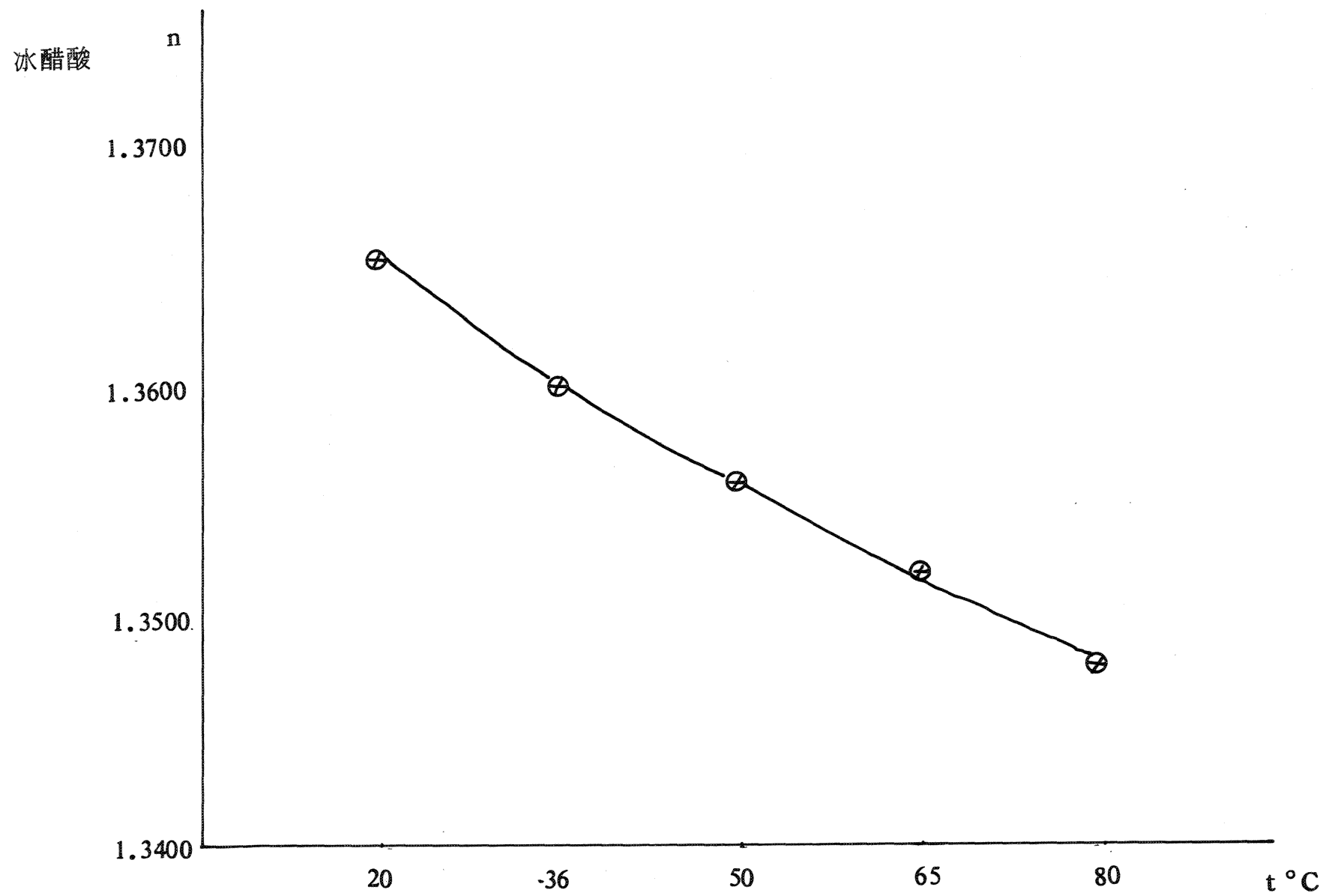
4. 丙酮 ($-9.43 \sim 56.1^\circ\text{C}$)

六、函數圖形及數據分析

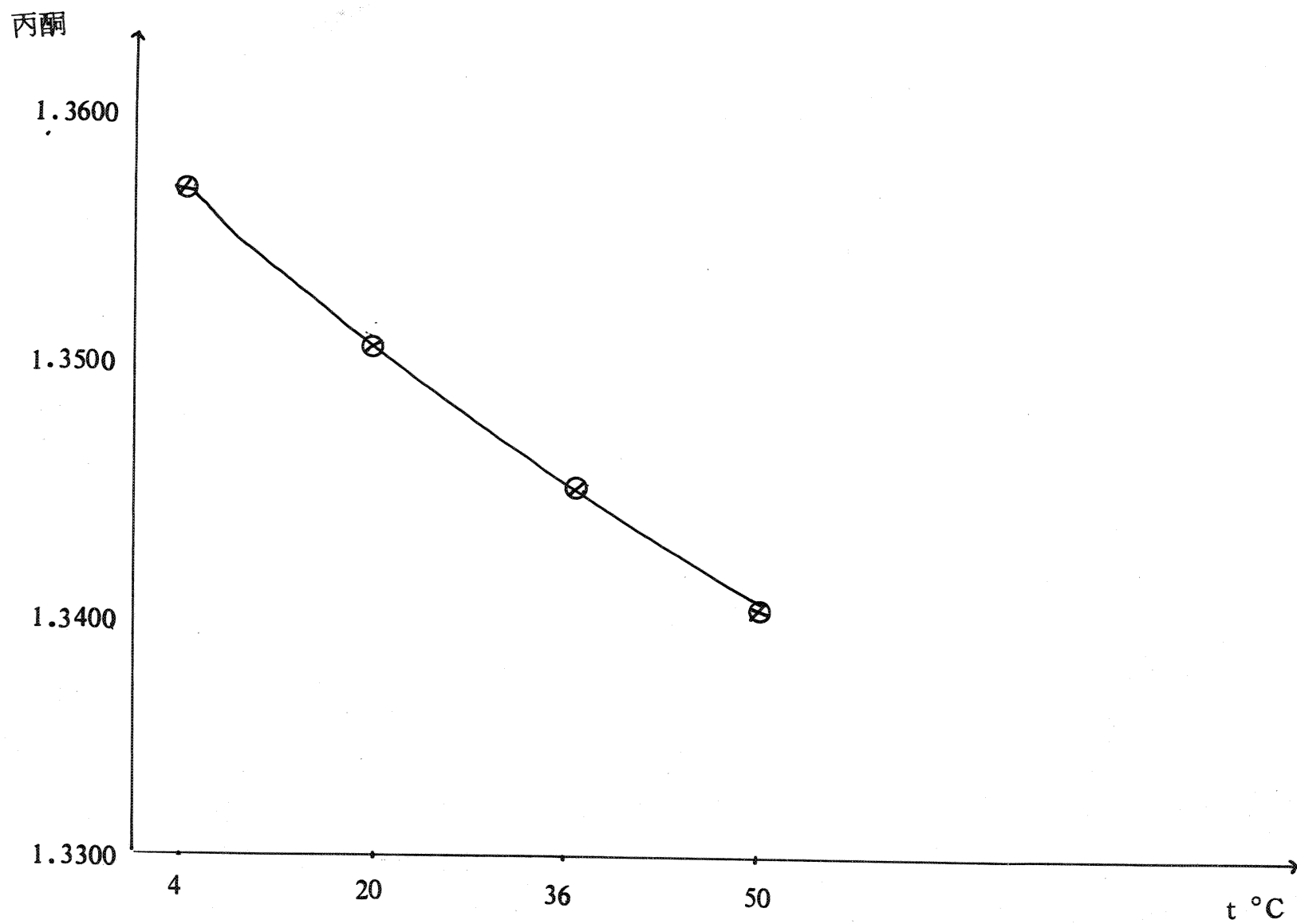
1 函數圖形： $n-t$







230



由數據及圖表可看出 $n - t$ 圖趨近於一直線，且單位溫度之折射率平均遞減率有逐次遞減之趨勢，即此 $n - t$ 圖並非真為一直線，分析此結果， n 與 t 之關係可從下列四方面來作假設，再以實驗數據驗證之。

第一、令折射率 n 與溫度 t 之關係，類似熱膨脹之情況，即：
 $n = n_0 [1 - \alpha^x (t - t_0)]$ n 及 n_0 分表物質在 t 及 t_0 °C 時之折射率， α 表折射率之“脹縮係數”， x 表自然數 N ，

$$\text{則 } \alpha = \left[\frac{n_0 - n}{n_0 (t - t_0)} \right]^{1/x} = U^{1/x}$$

第二、令 $n = n_0 - k^y (t - t_0)$ 則 $k = \left(\frac{n_0 - n}{t - t_0} \right)^{1/y} = V^{1/y}$

第三、因其實為一近似拋物線，斜率漸小之圓形，故可假設
 $n = n_0 - (at^2 + bt + c) = At^2 + Bt + C$ 之形式
 A, B, C 表實數， A 為正值，因此有三個未知數，尋找關係較為困難。

第四、因 n 隨 t 之增加而遞減，故可假設其間有 $f(T) \times (n) = K$ 之關係， $f(T)$ 與 $f(n)$ 各為溫度 T 與折射率 n 之某一函數， k 表一定值，觀之各種理化關係式，除熱膨脹外，多以絕對溫度表示，因此，這裏的 T 應取絕對溫度 (°K) 較合理，而由實驗觀察知，「當溫度變化很大時，其折射光線之偏向甚少，亦即折射率變化不大。」故需要找尋一個適當的函數 $f(T)$ ，使其雖然溫差變化大，但折射率之變化却很小，方可使設之 $f(T) \times f(n)$ 更趨近 K ，經過多次試驗，發現取 $f(T) = (1 \log T)^p$

$$P = \dots, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, 2, 3 \dots \quad f(n) = n^m$$

$$m = \dots, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, 2, 3 \dots \quad \text{較為適宜，故暫令}$$

$$(\log T)^p \cdot n^m = K \quad \text{再由實驗驗證是否合宜。}$$

2 數據分析

(1)水

t	n	$\alpha_1 = u$ 10^{-4}	$\alpha_2 = u$ 10^{-2}	$n \log T$	$n^2 \log T$	$n^2 (\log T)^2$	$n^3 (\log T)^2$	$n \log T^2$	$n^2 \log T^2$	V 10^{-4}	$V^{1/2}$ 10^{-2}
4 °C	1.3105	/	/	3.2001	4.1947	7.8181	13.411	6.4017	8.4894	/	/
20 °C	1.3061	2.0984	1.4486	3.2220	4.2082	8.9482	13.559	6.4439	8.4163	2.75	1.66
36 °C	1.3000	2.5038	1.5833	3.2369	4.2080	8.0599	13.621	6.4739	8.4161	3.81	1.95
50 °C	1.2954	2.5049	1.5847	3.2504	4.2106	8.1560	13.674	6.5008	8.4211	3.28	1.81
65 °C	1.2909	2.4518	1.5618	3.2645	4.4142	8.2558	13.758	6.5291	8.4284	3	1.73
80 °C	1.2862	2.4398	1.5690	3.2769	4.2148	8.3489	13.812	6.5540	8.4296	3.13	1.77
96 °C	1.2817	2.3887	1.5485	3.2902	4.2170	8.4459	13.884	6.5803	8.4340	2.81	1.68

(2)酒精

t °C	n	$\alpha_1 = u$ (10^{-4})	$\alpha_2 = u$ (10^{-2})	$n \log T$	$n^2 \log T$	$n (\log T)^2$	$n^2 (\log T)^3$	$n \log T^2$	$n^2 \log T^2$	V 10^{-4}	$V^{1/2}$ 10^{-2}
0	1.3529	/	/	3.2959	4.4590	8.0293	14.700	6.5918	8.9180	/	/
20	1.3452	2.8457	1.6869	3.3184	4.4639	8.1861	14.806	6.5842	8.8570	3.85	1.96
36	1.3389	2.8745	1.6954	3.3338	4.4600	8.3010	14.881	6.6676	8.9273	3.94	1.98
50	1.3334	2.8827	1.6978	3.3458	4.4613	8.3952	14.862	6.6915	8.9225	3.93	1.98
65	1.3277	2.8856	1.6928	3.3576	4.4579	8.4912	14.978	6.6899	8.8822	3.8	1.95

(3)比較： $n^2 \log T = K$

t°C	水		酒 精		冰 醋 酸		內 酮	
	n	K	n	K	n	K	n	K
4	1.3105	4.1947	1.3529	(0°C) 4.4590	/	/	1.3573	4.4997
20	1.3061	4.2082	1.3452	4.4539	1.3651	4.5970	1.3505	4.4992
36	1.3000	4.2080	1.3389	4.4600	1.3587	4.5966	1.3441	4.4997
50	1.2954	4.2106	1.3334	4.4613	1.3534	4.5960	1.3390	4.4988
65	1.2909	4.2142	1.3277	4.4579	1.3483	4.5956	/	/
80	1.2862	4.2148	/	/	1.3430	4.5953	/	/
96	1.2817	4.2170	/	/	/	/	/	/

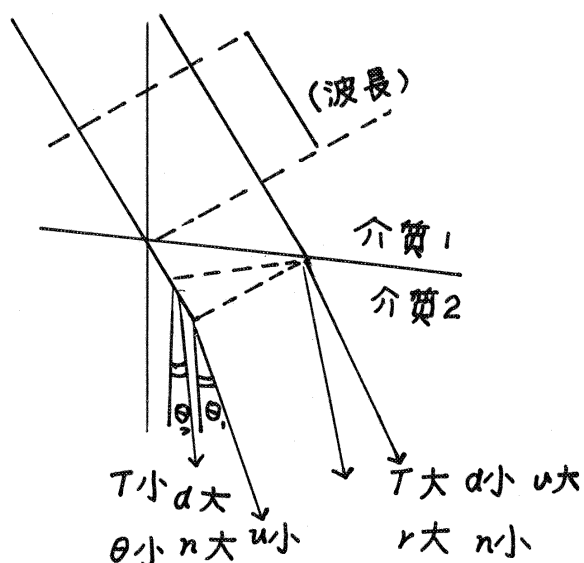
由表可看出，數種液體之折射率與其相對溫度間有 $n^2 \log T$ ，近似一常數之情況，其它關係式則差距較大，若再仔細分析，此值有隨溫度升高而漸作小幅度增加之趨勢，故可將 n 及 T 之關係式修正為 $(n - e)^2 \log T = K$ (常數)， e 即為各液體之特性常數。

七、結 論

1 由上述分析知，液體之絕對溫度 T 與折射率 n 之定量關係應以接近 $(n - e)^2 \log T = K$ 之形式存在，亦即：當液體之其它變因維持一定時， n 愈大則 K 亦跟著變大， $\therefore K$ 值較大之液體，在一定溫度下之折射率愈大，亦即為較密之介質。

2 各種植物之折射率雖隨其本性而不同，但若對同一種液體而言：由 $(n - e)^2 \log T = K$ 之式可知：當溫度升高時，體積膨脹，密度變小，光線在其中之速度加快，遂導致折射角變大，折射率變小之結果。如圖，此可由惠更斯 (Christian Huygen) 之波動理論加以解釋。

($Q_1 > Q_2$) 氣體之狀況亦可作如此解釋，此即海市蜃樓產生之原因。



3 一般高中課本，多只列出各種物質之折射率，如水為 1.33 ，酒精為 1.36 而未言及此係在何種狀況下之測量，而大學用書亦只談到此是在鈉黃光 5890A 之特定波長照射下，於某溫度之情況時觀察之數據，但對在何種壓力或狀況下測量均未交待（可能是 1 atm ），但本實驗係在 763.2 ± 0.2 mmHg 下進行，所得結果隨溫度之升高，而與各書上所列之標準值依次漸有 1 ~ 4 % 之誤差，此有兩種解釋：第一係由實驗觀察，儀器操作……等所生之技術性誤差。第二、事實上，影響物質折射率之因素，除物質種類、純度（密度、濃度）、溫度、入射光波長外，外界壓力、濕度（即空氣中之水蒸氣量）、空氣組成、稀薄、……等亦可能影響實驗結果。故一般書上所列之物質折射率，實應作較嚴格之限制，而切勿以一蓋全。

4 一般言之，若只限定溫度及壓力，則 1 atm 下 0°C 及 20°C 時，空氣之折射率分別為 1.00024 及 1.0003，故實驗數值如欲改成絕對折射率應在 0°C 或 20°C 時，再乘上 1.00024 或 1.0003。

5 本實驗係將現有儀器操作測量，事實上有更簡便之測量儀器——折射計，可直接使用。

八、附 註

1 1 atm 下水之冰點及沸點各為 0°C 及 100°C ，酒精為一

114 °C 及 78.5 °C，冰醋酸為 16.63 °C 及 118 °C，丙酮則為 9.43 °C 及 56.1 °C 故本實驗之溫度控制即以此為範圍。

2 測量時之溫度勿太接近液體之冰點或沸點，否則其狀態已趨近固態或氣態，其物理結構已然發生變化，所得誤差將較大。

3 在 5890° A 之鈉黃光照射下，於 20 °C 之水折射率為 1.3330，酒精為 1.3623，丙酮為 1.3573。

九、參考資料

- 1 高級中學物理學（下） 吳友仁著 東華書局發行 70 年版。
- 2 高級中學物理學（下） 王唯農、石育民、毛松霖等著 復興書局發行。
- 3 “ Physics parts I and II ”。
Robert Resnick 及 David Halliday 著 1960 年版。
- 4 “ Modern University physics ”。
Richards Sears 及 Wehr Zemansky 著 1960 年版。
- 5 “ Electromagnetic fields and Waves ”。
Dale R Corson 及 Paul Larrain 著 第二版。
- 6 物理化學實驗學 曹簡禹、黃定加編著 國立編譯館出版 正中書局印行。
- 7 化學大辭典 美亞書局印行。

評語：實驗精神可佳，但溫度及氣壓的量度方法以及數據之有效數字的處理不適當。