

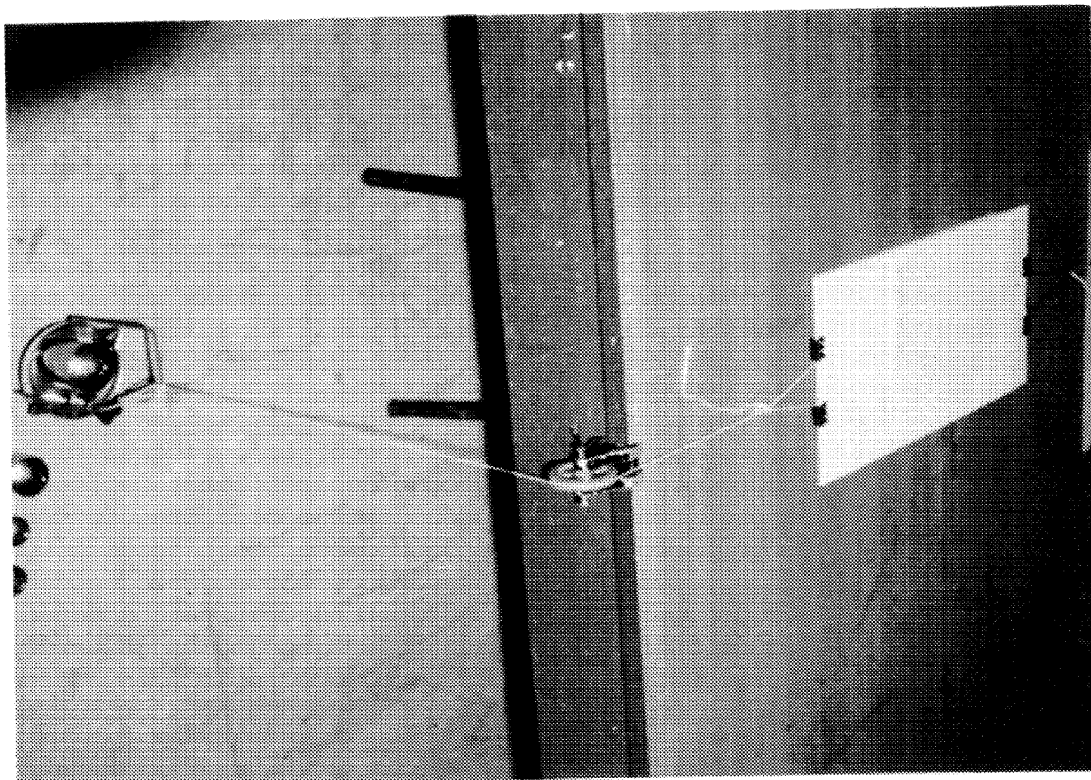
新馬德堡半球

高中組物理科第一名

臺北市立建國高級中學

作者：歐陽明等七人

指導老師：陸 關 祥



一、研究動機

在一次偶然的機會中，有位同學把兩本課本一頁一頁地相疊起來，我們需要加以很大的力量才能再將它拉開。有人猜測是大氣壓力的作用，有人認為是摩擦力的關係……。在衆多的爭論之下，我們於是決定在這次科學展覽中對這問題作一番探討。

二、研究目的

探討摩擦力，紙張彈力，大氣壓力等因素對於阻止相疊兩本書被

拉開的定量、定性影響。

三、實驗器材

1. 四樑天平
2. 砝碼 (最小單位 10 g)
3. 紙
4. 夾紙用的夾子
5. 繩子

四、實驗

1. 我們推測紙張本身重力的力圖。

因為紙張重力會產生接觸面間的摩擦力，阻止紙張被拉開，由此我們推導出公式(1)：

$$(1) F_w = \mu \sum_{k=1}^n \{ (k-1)W \} = \frac{n(n-1)}{2} \times \mu \times W$$

其中： μ 為靜摩擦係數，隨紙的性質而變。

W 為紙單張的重量，隨紙的厚度及相疊面積而變。

為了以此公式證明張數和拉力間的變化，我們將面積固定為 (17.8 × 13.3) cm^2 ，而改變張數 n ，得到如圖(2) (從略) 的實驗數據及曲線。

μ 的獲得，我們另外在紙上壓以砝碼，此時瞬間最大拉力隨著砝碼重量增加而增大。得到數據如圖(3) (從略)。

我們可以利用公式(2)，求出 μ ：

$$(2) \Delta F = \Delta f \times (n-1) \mu$$

其中 Δf 為砝碼的重量。紙有 n 張，所以有 ($n-1$) 個面在摩擦。將圖(3) (從略) 的值代入，求出 μ 。再用天平求出 W 。將 μ 、 W 代入公式(1)後，我們得到如圖(4) (從略) 的公式值。結果與實驗值差了一大截！

2. 若真是摩擦面與垂直總力造成阻力，則固定摩擦面個數，只改變相疊面積時， W 將應改變，由於紙張寬度一定，則 W 將正比於相疊

的長度，亦即此時的最大拉力將正比於紙張相疊的長度。

這個實驗固定張數 50 張 (25×2)，紙張寬度為 17.8 cm ，改變長度。我們推測應為一條直線，但却得到一條怪異曲線。發現在面積較小時曲線陟降，面積較大時曲線陡升。

這情況與圖(4) (從略) 兩條線的差距，同樣使我們困惑不解。於是我們推測必然另外存在有未知的作用力。

3. 我們觀察到夾子將紙夾緊後，紙將夾子的力量傳到相疊部分，而增加垂直總力。由力產生的形式來看，我們可以推導出公式(3)：

$$(3) F_{\theta} = 2 \sum_{k=1}^{\frac{n}{2}} (k-1) r \mu = \frac{n}{2} \left(\frac{n}{2} - 1 \right) \times r \times \mu$$

r 為紙張彈力產生的定力，乘上 μ 後以摩擦力的形式造成阻力。力量的作用形式如圖。

於是我們在紙張的未相疊部分都夾定一張紙，如此就可以消除 θ 角。將張數固定為 50 (25×2) 張，面積為 (17.8×13.3) cm^2 ，得到實驗數據如圖(9)曲線一。將圖(2)的數據減去圖(9)的數據，便可得到 θ 角的作用力。

由數據代入公式，我們求出 r 的平均值，大約為 0.263 gw 。將 r 、 μ 及 n 等代入公式(3)，得到一條 θ 角作用力的理想曲線。

可是此時必須注意， r 雖是一個定數，但却會隨著紙張的性質，實驗時的條件而有所改變。我們只能說在此次實驗的條件下， r 為 0.263 的定值。

到此為止，若是我們把 F_w 和 F_{θ} 相加起來，應該會得到和圖(2)相等的曲線吧！但並不然，兩者仍有一段差距。於是我們只好再度尋找另外未知的作用力。

4. 有人提出了大氣壓力的可能性。我們做了一個小實驗，利用吹風機沿著紙面吹過去。從白努力定律知道垂直於紙面的壓力會減少。測量拉力，發現真的比沒用吹風機吹氣時的拉力為小。於是著手在不同的氣壓下，測量拉力的變化。

將張數固定為 50 張，相疊面積 (17.8×13.3) cm^2 ，夾紙距

離 10 cm，分別在大氣壓力為 769 mm-Hg、765 mm-Hg、761 mm-Hg、730 mm-Hg、723 mm-Hg 時作實驗。

由於是一條曲線，於是假定拉力和大氣壓力的關係是成 n 次方變化，因為其他因素都固定了，所以我們假設方程式如下：

$$F_P = \alpha P^\beta$$

$$\log F_P = \log \alpha + \beta \log P$$

直線的斜率就是上述方程式取 \log 後的 β 值，測出來為 3，也就是說拉力 F_P 和大氣壓力成三次方的關係，而圖(12) (從略) 直線在 y 軸上的交點即為 $\log \alpha$ 。但是我們猜測被我們固定的因素中，有可能被包含在 α 中，而可以提出來的。於是在 769 mm-Hg，重複實驗(三)，但是把紙張立起來。此時消去了 F_w 及 F_θ ，只改變張數。

於是我們知道， α 中一定包含了 n^2 ，才造成二次曲線，而大氣壓力的施力也要以摩擦力的形式出現，所以將大氣壓力的方程式改為如下：

$$F_P = P^3 n^2 \mu q$$

其中 P 為大氣壓力， n 為張數， μ 為摩擦係數， q 為常數——約為 $2.72 \times 10^{-9} \text{ gw/toor}^3 \text{ 張}^2$ 。

但是將曲線向外延伸，發現當大氣壓力的施力為零時，是 655 mm-Hg，所以必須將公式寫為如下：

$$F_P = (P_x^3 - P_{655}^3) n^2 \mu q$$

在這情況下，我們推測公式中 $(P_{655})^3$ 的物理意義為：

紙張雖然是一張一張的相疊，但是彼此的接觸不完全。

這種情形的造成，一部分由於空氣的無孔不入，一部分是紙張本身的性質，但這情況對於 F_w 以及 F_θ 並不影響，而只是出現在大氣壓力的作用上。我們可以假設紙總共相疊了 760 單位面積，而有 105 單位面積的紙完全接觸，這完全接觸面可視為一個真空的容器，大氣壓力自由進入，也就是公式中要減去 655^3 的原因了。

五、結 論

將實驗(-)的各個變因分別代入公式(1)、(3)、(4)中，再相加起來，

和圖(2)(從略)的曲線相比較，兩條曲線已符合，於是把圖(13)(從略)的數據畫在對數紙上發現是一條直線，若還有其他任何一次或二次的值包含在內，將會是一條曲線，至此一切真相大白。

我們於是知道阻止紙張被拉開的力量完全是摩擦力，而造成摩擦力的有紙張的重力、紙張彈力、大氣壓力以及公式(2)的外加垂直力。所以完整的公式如下：

$$\begin{aligned}
 F &= F_w + F_\theta + F_P + \Delta F \\
 &= \mu \left[W \cdot \sum_{k=1}^n (k-1) + 2r \sum_{k=1}^{\frac{n}{2}} (k-1) + q \cdot n^2 \cdot \right. \\
 &\quad \left. (P^s - P_{655}^s) + \Delta f \cdot (n-1) \right]
 \end{aligned}$$

μ 為紙張靜摩擦係數，在此實驗中為 0.46。

w 為紙張重量， n 為紙張張數， r 為紙張彈性產生的力， q 為一常數， P 為當時大氣壓力單位毫米汞柱， P_{655} 為大氣壓力作用臨界點， Δf 為外加的垂直力。

六、後 記

在全市科展結束後，為了對大氣壓力改變時的各種情況做更深入的瞭解，於是我們向國立台灣大學物理實驗室借了真空抽氣裝置，在更精確的儀器操作下，對此問題做更進一步的探討，使我們的研究理論更臻於完美。

評語：取材新穎，實驗設計、程序和方法均甚具科學精神，惟少數假設稍勉強。