

爸爸對？還是媽媽對？

高小組數學第一名

台中市忠孝國小

作者：麥建方、楊逸菊
趙以德、杜禮欣
指導老師：蔡清源、張明容

一、動機：

我在中視的「奪標」節目裏，看到一位衛標的小姐在猜完獎金 2500 後，當節目主持人包國良先生問她：「是不是繼續猜下去？」這位小姐忽然搖搖頭，笑著宣布放棄……這位小姐先後猜對了 300 元、400 元、500 元、600 元、700 元，得到了累積獎金 2500 元時。這時，爸爸和媽媽爲了這個問題便爭論了起來，爸爸說：「……小姐是應該繼續猜下去，再猜下去也不會吃虧的……」「不！我認爲得到 2500 元，已經很不錯了，不要太貪心，免得猜下去後，獎金愈來愈少，是會吃虧的……」媽媽有點不服氣，頂了爸爸一句。我站在媽媽旁邊，想了又想，覺得爸媽的爭論很有趣，值得更進一步驗證，到底是爸爸對呢？還是媽媽對？於是，第二天我很好奇地把這個問題，一五一十的告訴老師，請老師指導我解開這個難題，老師很樂意的告訴我：「很好，發現了問題就要設法來解決。老師會從旁指導你的……」聽完老師的鼓勵，我更加有信心，想進一步得到正確的結論。

二、我想知道的問題：

- (一)爸爸對？還是媽媽對？
- (二)在什麼情況下應該繼續猜下去？

三、我的做法：

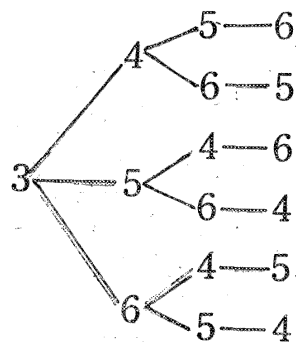
- (一)玩具製作：根據電視上的猜獎機，利用「保麗龍」板動手設計了一個簡易手操作猜獎機。
- (二)實地演示：(1)按照電視上的情況排出來，只留下「800」「加倍」「減半」和「停」等四個情況隱蔽，其餘的

全部翻開。

(2)當獎金累積至 2500 元時，接下來將會出現「800」「加倍」「減半」「停」四個機會當中的任何一個，也就是說任何一個出現的機會是 $\frac{1}{4}$ 。

(3)五年級上學期，老師在教「整數的認識」時，曾經有這樣一個問題：

用 3、4、5、6 寫成的四位數有那些？依序把它們寫出來？
老師教我們用下列的方法列舉：



以 3 為千位數字，有 3456、3465、3546、3564、3645、3654 等六種方法。

所以用 3、4、5、6 寫成的四位數共有 $6 \times 4 = 24$ 種。

因此，當我們着手研究獎金出現的可能情形，就是利用老師所教過的方法去列舉；首先，我動手研究獎金累積至 2500 元後，接下來出現「800」「加倍」「減半」「停」四個機會中可能發生的情形：

分析：

- 1 獎金累積至 2500 時，接下來還有四個機會，發生 16 個可能情況。
- 2 獎金 2500 元後，成功的機會是 $\frac{13}{13+3} = \frac{13}{16}$ ，而失敗的機會是 $\frac{3}{13+3} = \frac{3}{16}$ 。
- 3 當「800元」後，「加倍」、「減半」、「停」出現的 5 種情況中，只有「800—減半—加倍」這個情況為「不利」，與原先的 2500 元比較，損失了 850 元；其餘的情況都是「有利」。
- 4 當「加倍」出現後的 5 種情況都是「有利」；「減半」出現後，只有「800—停」「停」2 種「不利」的情況。

5. 在 13 種有利的情況下，最有利的當然是「800—加倍—停」，獎金高達 6600 元，與原來的 2500 元一比，多了 4100 元，而將這 13 次有利的情況中所「賺」到的 15900 元，求其平均數是 1223.07…… 元。最不利的是「減半—停」，損失了 1250 元，將 3 次不利的情況中所「損失」的 2550 元，求其平均數是 850 元。

6. 在獎金 2500 元中的這個階段裏，16 種可能發生的情況中，成功的機會是 $\frac{13}{16}$ ，失敗的機會是 $\frac{3}{16}$ ， $\frac{13}{16} : \frac{3}{16} = 13 : 3$ ，明顯地偏向成功的機會，所以這位小姐是應該猜下去。

假設這位小姐猜下去，而她接著翻出的是「800」，這時獎金已有 $2500 + 800 = 3300$ （元），餘下來的只有「加倍」「減半」「停」三個機會中的任何一個，也就是說任何一個出現的機會是 $\frac{1}{3}$ 。

那麼，再來看看獎金累積至 3300 元後，接下來出現「加倍」「減半」「停」三個機會中可能發生的情形：

1. 獎金累積至 3300 元時，接下來還有三個機會，發生 5 個可能情況。

2. 在這 5 種可能情況當中，成功的機會是 $\frac{4}{4+1} = \frac{4}{5}$ ，而失敗的機會是 $\frac{1}{4+1} = \frac{1}{5}$ 。

3. 很明顯地， $\frac{4}{5} : \frac{1}{5} = 4 : 1$ ，是偏向成功的機會。衛標小姐在取得 2500 元的獎金後，沒能繼續猜下去是件很可惜的事。

分析：

1. 獎金累積至 1800 元時，接下來還有五個機會，發生 65 個可能情況。

2. 獎金 1800 元後，成功的機會是 $\frac{58}{58+7} = \frac{58}{65}$ ，失敗的機會是 $\frac{7}{58+7} = \frac{7}{65}$ 。

3. 58 次的成功情況下，平均賺 $92700 \div 58 = 1598.2758$ （元）。

4. 7 次的失敗情況下，平均損失 $2650 \div 7 = 378.57142$ （元）。

5. 成功的機會 $\frac{58}{65}$ ，失敗的機會 $\frac{7}{65}$ ， $\frac{58}{65} : \frac{7}{65} = 58 : 7$ 很明顯地是偏向成功；所以在 1800 元的階段裏沒有理由放棄，2500 元的階段裏更要衝下去了。

四、我的收穫：

1. 從以上的研究，證明「爸爸是對的」——當獎金累積至 2500 元後，在四個機會的 16 個可能情況下，成功的機會是 $\frac{13}{16}$ ，而失敗的機會是 $\frac{3}{16}$ ， $\frac{13}{16} : \frac{3}{16} = 13 : 3$ ，很顯然的偏向成功，在這種有利的條件下當然要繼續猜下去了。
2. 只要分析其成功的機會，若成功的機會大，則偏向成功，對自己愈有利，應該繼續猜下去；若失敗的機會大，則偏向失敗，對自己愈不利，就應該停止猜下去了。
3. 由於老師的指導，使我瞭解了「成功的機會」就是「成功的或然率」，某一事件未發生前，每一事件均有可能發生，這種可能發生的結果就是「可能情形」，而可能情形中，某一事件發生成功的結果就叫「有利情況」，某一事件不能發生成功的結果，叫做「不利情況」。
4. 假設某一事件成功的情形有 u 種，失敗的情形有 v 種，則可歸納為下列公式：

$$\text{成功的機會} = \frac{u}{u+v} \qquad \text{失敗的機會} = \frac{v}{u+v}$$

評語：

1. 能利用簡單的機率概念，處理一個與日常生活有關的問題。
2. 對於不確定事象的可能發生情形，作了很完整的分析。