利用數學的科學概念與方法在象棋藝術中之探討與應用

國中教師組數學第二名

彰化縣草湖國中

作者：林嘉譽

一、研究動機與目的

(一)在學校「聯課活動」指導學生棋藝研究時常有學生提出「一車換馬炮，値不値得？」「象棋與數學有沒有關係？」諸問題。

(二)民國五十八年夏，第二屆亞洲杯象棋錦標賽在臺北舉行，（這是我國首次舉辦，也是首度與賽，共有中華、香港、新加坡、馬來西亞、泰國、高棉、越南、菲律賓、琉球等九隊參加。）盛況空前；此後幾屆在各地輪流舉辦的此項比賽，中華代表隊在團體及個人方面皆獲得了多次冠、亞等優異成績，對於促進國民外交，提高文藝水準與地位，有相當的貢獻！但是自民國六十六年第六屆亞洲杯象棋賽在菲律賓、馬尼拉舉行，我國因國際局勢等因素而未參加；我有感想，因此盡力嚐試著將數學概念與方法滲入棋藝的研究中；此篇研究心得之報導，祈能拋磚引玉，引起共鳴，共同努力，俾一方面發揚此項國粹於深一層的探究中，另一方面藉此項「雅俗共賞」的藝術愛好，對一般廣泛的民衆施以基礎的數學敎育，提供數學概念與方法，引起數學興趣與信心！

(三)民國六十八年夏，應邀擔任第四屆全國交通杯棋藝錦標賽的棋證記錄工作，實際感覺到以一般坊間棋譜「炮二平五」、「馬二進三」等方式記錄有所不便（尤其時間上），因此認爲記錄方法或格式有簡化改進之必要，俾助於實戰資料之保存，參研或處理。

二、研究過程與內容

(一)「一車換馬炮值不值得？」

這一個問題存在著每一隻棋子在棋盤上擁有價值的探討，必須依理論根據來解說。先作下列定義：

平均基本價值：單獨衡量一隻棋子在棋盤上的平均威力作用（含直接攻擊防衛及助攻作用或性質）點數，簡稱爲基本價值，以$\overline{V}$表示。

實際價值：棋子在某棋局中實際擔任角色的作用價值，以V表示。

變動價值：棋子由於不同位置、局勢或因他子之配合使自己增加或減少的價值，以△V表示。

以上三者的關係　$V=\overline{V}+\triangle V$（△V可正可負。）

1.基本價值（$\overline{V}$）的探討：（依平均基本價值由小→大順序說明。）

棋子種類	帥(將)	仕(士)	相(象)	俥(車)	傌(馬)	炮(包)	兵(卒)
代　號	A	B	C	D	E	F	G

G：兵（卒）

(1)未過河界：

可能位置點數（P_1）$=5\times2=10$

〔說明〕：一4，一5，三4，三5，………
九4，九5，共10個。

可能威力所及點總和（ΣR_1）

$\Sigma R_1=1\times10=10$

$$基本價值\overline{V_1}=\frac{\Sigma R_1}{P_1}=\frac{10}{10}=1$$

(2)已渡河：

$\Sigma R_2=3\times(4\times7)+2\times15+1\times2$
$=84+30+2=116$

〔說明〕：控制三點者：縱二6→二9有4點，橫二6
→八6有7點，
共 $4\times7=28$ 點。
控制二點者：一6→一9有4點，九6→九9
有4點，二10→八10有7點，
合計15點。
控制一點者：一10與九10，共2點。

$$P_2=5\times9=45$$

$$\overline{V_2}=\frac{\Sigma R_2}{P_2}=\frac{116}{45}\fallingdotseq2.6$$

$$\text{總平均基本價值}V=\frac{\Sigma(\Sigma R_i)}{\Sigma P_i}=\frac{10+116}{10+45}=\frac{126}{55}\fallingdotseq2.3$$

B．仕（士）：

$$\Sigma R=1\times4+4\times1+3=11$$

〔說明〕：士除防衞及攻擊近敵之作用外，應考慮其充當炮架之助攻價值，有四3、五2、六3，共3點另加計算。

$$P=5$$

$$\overline{V}=\frac{\Sigma R}{P}=\frac{11}{5}=2.2$$

C．相（象）：

$$\Sigma R=(2\times6+4\times1)$$

$$-〔(2\times8)\times\frac{17}{90}+(2\times2)\times\frac{2}{9}〕+5$$

$$=16-\frac{352}{90}+5$$

$$=\frac{1538}{90}\fallingdotseq17.1$$

〔說明〕：上式第二項爲「塞象眼」之「扣除部分」，計有8個點，每點阻止象之來回爲2，故計爲2

× 8，而可能佔住此 8 點塞象眼之棋子爲雙方車、馬、炮各 2 及敵方 5 個兵，共計17子，在全盤 90 個點中塞象眼之機會（機率）爲 $\frac{17}{90}$ ；另，己方之帥（將）也可能塞象眼四 2 及六 2 位置，阻此象之來回，故計爲 2 × 2，而帥的活動範圍爲「九宮」內，塞象眼之機率爲 $\frac{2}{9}$ 。

上式第三項＋5 則表示當作炮架助攻價值部分

P＝7

$$\overline{V}=\frac{\Sigma R}{P}=\frac{1538}{90}\div 7 \fallingdotseq 2.4$$

E．傌（馬）：

(1)不考慮「蹩馬脚」時之價值威力作用點總和爲：

$$
\begin{array}{rrl}
 & 2\times \quad\quad 4 & = \quad 8 \\
 & 3\times \quad\quad 8 & = \quad 24 \\
 & 4\times \quad (13\times 2) & = 104 \\
 & 6\times \quad (11\times 2) & = 132 \\
+) & 8\times (3\times 5\times 2) & = 240 \\
\hline
 & & \quad 508
\end{array}
$$

$$508\times\left(1+\frac{2}{5}\right)=711.2$$

說明：控制 2 點者有 4，如圖二中打×所示；

控制 3 點者有 8，如圖二中打△所示；

控制 4 點者雙方各13點，如圖中□所示；

控制 6 點者雙方各11點，如圖中△所示；

其餘部分卽「八面威風」者，雙方合計 30 點。

說明：馬每行 2 步已跨越 5 線（可縱橫合計），故應加入威力控制範圍（控制敵方馬）爲原值 $\frac{2}{5}$ 的「增值部

分」。

(2)考慮「蹩馬脚」之「扣除部分」，按照各種棋子所佔住位置機率及阻礙該棋子各方向馬行之價值威力作用點，分別計算如下：

$$
\begin{array}{lll}
 & 將 & \left(8\times\frac{6}{9}+2\times\frac{3}{9}\right)\times 2=\frac{108}{9}=12 \\[6pt]
 & 士 & \left(8\times\frac{3}{5}+2\times\frac{2}{5}\right)\times 4=\frac{112}{5}=22.4 \\[6pt]
 & 象 & \left(8\times\frac{3}{7}+2\times\frac{4}{7}\right)\times 4=\frac{128}{7}=18.3 \\[6pt]
 & 車 & \left(8\times\frac{56}{90}+2\times\frac{30}{90}+0\times\frac{4}{90}\right)\times 4=\frac{2032}{90}\fallingdotseq 22.6 \\[6pt]
 & 馬 & \left(8\times\frac{56}{90}+2\times\frac{30}{90}+0\times\frac{4}{90}\right)\times 3=\frac{1524}{90}\fallingdotseq 16.9 \\[6pt]
 & 包 & \left(8\times\frac{56}{90}+2\times\frac{30}{90}+0\times\frac{4}{90}\right)\times 4=\frac{2032}{90}\fallingdotseq 22.6 \\[6pt]
+) & 卒 & \left(8\times\frac{34}{55}+2\times\frac{19}{55}+0\times\frac{2}{90}\right)\times 10=\frac{3100}{55}\fallingdotseq 56.4 \\ \hline
 & & \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad 171.2
\end{array}
$$

(1)　　(3)　　(2)

說明：(1)棋盤 4 個頂點不礙馬行，計爲 0；棋盤最外圍除 4 頂點外之各點皆礙馬行左右或前後爲 2；其餘各點皆礙前後左右各方之馬行共爲 8。

(2)各式（　）× 4 表示有雙方共 4 子；馬（　）× 3 是因本身不計，僅 3 子；將（　）× 2 表示將帥 2 子；卒（　）×10 表示雙方兵卒共 10 子。

(3)（　）內之分數表示各子佔住之機率，請參照「塞象眼」之說明。

$$\Sigma R = 711.2 - 171.2 = 540$$

$$P = 90$$

$$\overline{V} = \frac{\Sigma R}{P} = \frac{540}{90} = 6.0$$

F：炮（包）：

(1)炮本身之前後左右有一棋子礙行或充當炮架之威力作用點數計算如下：

注意：在該炮之同一行或同一列中之「炮架」棋子或遠於一單位距離（即棋盤上兩相鄰點之距離），則某些威力作用點將改為消極防衛可行點，但價值點數和相等，一併計算。

橫列作用點　　　雙方

↓　　　　↓

圖中打×點：〔（7＋8）×2〕×2＝60

↑

（僅示一方）　　縱行作用點

圖中打○點：〔（6＋8）×7〕×2＝196

圖中打△點：〔（7＋7）×8〕×2＝224

＋）　其餘各點：〔（6＋7）×（7×4）〕×2＝728

1208

$$1208 \times \frac{31}{90} = \frac{37448}{90}$$

說明：$\frac{31}{90}$ 為本身以外各子在全部棋盤點上阻礙或充當炮架之比率。

(2)沒有炮架時，炮之增行點數計算如下：

	增行點		雙方	
	↓		↓	
增行2鄰點，如×所示：	2×	2	×2＝	8
增行3鄰點，如○所示：	3×	7	×2＝	42
增行3鄰點，如△所示：	3×	8	×2＝	48
＋）增行4鄰點，(其餘各點)：	4×（	7×4	）×2＝	224
				322

$$322\times\frac{90-32}{90}=\frac{18676}{90}$$

說明：$\frac{90-32}{90}$ 爲全般上扣除各子（含本身）所佔點數之比率。

$$\Sigma R=\frac{37448}{90}+\frac{18686}{90}=\frac{56124}{90}=623.6$$

$$P=90$$

$$\overline{V}=\frac{\Sigma R}{P}=\frac{623.6}{90}\doteqdot 6.9$$

D．俥（車）：

$$\Sigma R=(8+9)\times 90\times\frac{90-16}{90}=17\times 74=1258$$

說明：車之威力作用點在任何地點皆可控制，攻擊或防衞橫8縱9，其17點之多；但上式 $\frac{90-16}{90}$ 是考慮到己方子（含本身）礙行之比率必須扣除。

$$P=90$$

$$\overline{V}=\frac{\Sigma R}{P}=\frac{1258}{90}\doteqdot 14.0$$

A．帥（將）：

帥本身僅有近距離（九宮內）威力及炮架助攻作用，但不論何時其價值都最大，因爲其餘各子皆可犧牲以

取勝或謀合，唯將帥不能，所以其價值應超過各子價值總和。

各子基本價值總和爲：

$$2.3\times5+(2.2+2.4+6.0+6.9+14.0)\times2$$
$$=11.5+31.5\times2=11.5+63.0=74.5$$

帥作爲炮架助攻價值爲$\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$

說明：「九宮」內僅6點有助攻價值，取其機率爲$\frac{6}{9}$。

僅考慮單方之基本價值時爲：

$$\overline{V}_1=74.5+\frac{2}{3}=\frac{149}{2}+\frac{2}{3}=\frac{451}{6}$$

但因將帥不能會面，所以另起了控制路線之作用價值爲：

$$\overline{V}_2=\frac{451}{6}\times\frac{1}{3}=\frac{451}{18}$$

說明：三條縱線中僅控制一線之機率爲$\frac{1}{3}$。

所以，在戰場上帥（將）之基本價值應計算爲：

$$V=V_1+V_2=\frac{451}{6}+\frac{451}{18}=\frac{1804}{18}\doteqdot100.2$$

至此，將上述探討所得各棋子的基本價值列表如下:

（表一）

A帥（將）	B仕（士）	C相（象）	D俥（車）	E傌（馬）	F炮（包）	G兵（卒）		
						已渡河	未渡河	平　均
100.2	2.2	2.4	14.0	6.0	6.9	1	2.6	2.3

認識了棋子的價值有何目的？在實際對局中有什麼幫助？這些問題待將「實際價值」（V）與「變動價值」（△V）略作探討後再一起來說明！

2.實際價值（V）與變動價值（△V）的探討：

由於棋局千變萬化，棋例不勝枚舉，因此對V和△V只概略地作定性分析，而較精確的數量分析有待繼續鑽研。

以圖四局勢爲例：雙方都是車、馬、包三卒士象全，基本價值總和相等，但仔細一看，無論何方先行，必屬紅方勝利，原因何在？

檢查每一棋子威力，發現紅方三路兵（三9）威力極大（配合車一進一之殺着），已超過馬或炮，近乎車之作用，其實際價值可可表爲：

$$V_1（三9）=\frac{6.9+14.0}{2}\doteqdot 10.5$$ ；所以其變動價值爲：

$$\triangle V_1（三9）=V_1（三9）-V_1（三9）=10.5-2.6=7.9$$

〔△V爲正，表示價值升高。〕

而黑方九路車（九10）被困於棋盤角落，離以活動，威力大減，甚至不如一隻馬，（若改爲馬，可走馬九退七，殺。），其實際價值可表爲：

$$V_1（九10）=\frac{6.0+2.6}{2}=4.3$$ ；所以其變動價值爲：

$$\triangle V_2（九10）=V_2（九10）-V_2（九10）$$
$$=4.3-6.0=-1.7$$

〔△V爲負，表示價值降低。〕

又，紅傌與黑馬比較：

紅傌配合相、兵困車，作用含防禦性；黑馬配合包、卒，於下着走馬一進二或馬一進三皆可造成殺局，作用含攻擊性；攻擊性價值要比防禦性價值大些；但因黑馬尚未及時威脅到帥，所以價值之升高比不上三路紅兵。

即　$\triangle V_2（-7）<\triangle V_1（三9）$。

回顧紅兵（三9）固因已渡河且逼近黑將，使△V爲正，但若沒有俥炮之配合，則△V很小，如同黑方四路卒（四9）一般。

由上述之析釋，得到兩個結論：

(1)△V的大小與棋子位置，路線暢通程度，其他棋子配合狀況有關。

(2)以△V值總比較，紅方甚大於黑方，所以可勝。

至此，我們可以肯定地回答學生的問題：

「一車換馬炮值不值得？」

答：一般情況，就基本價值$\overline{V}$而論，一俥兌馬包，可以，但略微吃虧。（參考表一）。但由結論(1)，視局勢情況或戰略目標，而考慮變動價值△V，則又另當別論了。同理，「一過河兵兌一士或一象」也成常見之例。

其他棋例也不難發現在廣泛的實驗中印證理論，不謀而合。（例如「佈局階段，誰也不願以炮兌馬」等例。）

從結論(2)，宜作進一步的研究，以利用棋子價值的理論於實際對局中，對審局（局勢的審查）思路有所幫助。

(二)從數學的角度審查局勢

審查局勢再製定策略，是對局中隨時應具有的態度。而審局由局部開始，因為棋局由許多局部構成。且讓我們從一個較簡單的例子來探討：

一個實戰記錄局勢，輪由紅方先行。此時雙方子力完全相同，基本價值總和也相等；但我們可以發現黑方戰鬥主力之一的一路包不良於行，後退之路，起因於一路象的阻礙，所以包、象各引－1的△V，即

$$(-4)=\overline{V}(-4)+\triangle V(-4)=6.9+(-1)=5.9$$

$$(-3)=\overline{V}(-3)+\triangle V(-3)=2.4+(-1)=1.4$$

其他各子因情況大致正常，△V甚小，可忽略不計。

所以此時雙方之實際價值總和分別為：

紅方：
$$\begin{aligned} T_1 &= (A+2B+2C+2D+E+F+3G) \\ &= 100.2+2\times 2.2+2\times 2.4+2\times 14.0 \\ &\quad +6.0+6.9+3\times 1 \\ &= 152.3 \end{aligned}$$

黑方：　$T_2 = V(A+2B+C-3+C五3+2D+E+F+3G)$

$= 100.2 + 2\times 2.2 + 1.4 + 2.4 + 2\times 14.0 + 6.0 + 5.9 + 3\times 1$

$= 150.3$

我們可以雙方總實際價值之差作爲審查局勢之理論根據，因此可作如下定義：

審局函數：甲方實際價值總和（以 T_1 表示）與乙方實際價值總和（以 T_2 表示）之差，稱爲甲方之審局函數以符號 S_{12} 表示如下：　$S_{12} = T_1 - T_2$

同理，乙方之審局函數 S_{21} 爲：$S_{21} = T_2 - T_1$

顯然，S之值愈大，表示愈佔上風優勢。

S之值愈小，則表示愈下風劣勢。

根據定義，上述例子中：

$S_{12} = T_1 - T_2 = 152.3 - 150.3 = 2.0$

所以，紅方顯然至少應把持住 $S_{12} = 2$ 的優勢。

其實際對弈過程如下：

後車六平八　〔欲續行俥八進二蹩馬脚，讓俥六平九吃包，使已得之「優勢」擴大爲得子之「勝勢」（S_{12} 更大）。〕

象一退三　〔讓開包路，且保持雙象聯防。（S_{12} 由 $2\rightarrow 1$，即 S_{12} 由 $-2\rightarrow -1$）〕

俥八進二　〔蹩馬脚，並牽制黑方車馬。〕

包一退二　〔退二比退一或退三靈活，因可平四路，控制範圍較大。$S_{12}\rightarrow 0$，即 $S_{21}\rightarrow 0$〕

俥八平九　〔藉捉包之主動「先手」而消滅一卒，使 $S_{12}\rightarrow 1$。〕

包一平四　〔避捉並反擊。〕

俥六平五　〔因黑方車馬被九路紅俥牽制，紅方藉勢再吃一卒，使 $S_{12}\rightarrow 2$。〕

局勢演變至此結果，紅方淨多兩個未過河兵，價值多2，比黑方優勢，此與上述審局函數計算結果符合。

審局的結論可以分為勝勢、優勢、先手、均勢、後手、劣勢、敗勢等若干等級，分別說明如下：

勝勢與敗勢：當雙方各子△V都很小時，若甲方較乙方多一個馬或炮等作戰主力的相當價值時，就有相當大的優勝，有取勝之希望，稱為勝勢，而乙方稱為敗勢。

〔註〕：勝勢≠必勝；敗勢≠必敗。

優勢與劣勢：當雙方各子△V都很小時，若甲方較乙方多一個過河兵或兩個未過河兵或一隻士或一隻象時，都可構成基本優勢，而乙方則為劣勢。

先手與後手：當雙方各子△V都很小時，甲方雖達不到優勢，但局面上較乙方略佔上風，掌握主動權時，即為「先手」。（即得1先。）而乙方則為「後手」。（即失1先。）

〔註〕：以一般棋界人士共同的體認「饒一炮相當於饒四先。」，「饒一馬相當於饒三先半。」來計算：

即　4先＝V（炮）＝6.9　∴1先≒1.7

或3.5先＝V（馬）＝6.0　∴1先≒1.7

（實踐與理論又不謀而合！）

均　　勢：當雙方價值相等，勢均力敵，不相上下時，稱為均勢。

結　　論：由以上各局勢等級的含義，可知各局勢等級間之畫分與審局函數值的大小應有如下（表二）的對應關係：

（表二）

審局函數值S	對應局勢等級
S ≥ 6	勝勢（≒必勝）
6 ＞ S ≥ 2	優勢
2 ＞ S ≥ 0	先手（主動）
S ＝ 0	均勢
0 ＞ S ＞－2	後手（被動）
－2 ≥ S ＞－6	劣勢
－6 ≥ S	敗勢（≒必敗）

㈢審局後的處置——依據棋路機率選擇棋路。

結局性質：棋局中，任何一條棋路的發展演變結果，或勝、或和、或敗，三者必居其一，且僅居其一，稱爲結局的唯一性。

根據結局的唯一性，可作下述實驗，以說明棋路機率問題。

理想實驗：設有200人棋力相等，分成100對，各對奕同一待研究之棋局，結果有a局紅勝，有b局和，有c局黑勝，（a＋b＋c＝100），則對於當初待研究之局勢而言，可謂紅方勝的機率爲a％，和的機率爲b％，敗的機率爲c％。當上述實驗人數或實驗次數增加時，經由統計平均，可得較確定的機率數值。

在實際對局中，由於人腦思維難免的錯覺，沒有每着採取最優策略，因此產生各棋路變例的機率問題，通常棋手也只能在對局時限內憑經驗及迅速概略分析，對各棋路作定性地判斷勝、和、敗諸機率何者大、何者小，從而選擇棋路。

依據棋路機率而選擇棋路的目的，在盡力爭取正値變動價値，俾從後手「反先」或使先手擴大爲優勢；甚至在劣勢或敗

勢中若選擇「勝」的機率較大之棋路，仍然可取得勝利；限於篇幅，僅以一實戰記錄加以說明：

（以下採用棋譜速記法，請參閱「四、棋局記錄之改進」內容說明。）

輪由紅方走子，一般考慮有 F_1（退馬）、 F_2（兌包）F_3（保馬）三種棋路變化；而 F_4（棄子）則屬較難得思慮到的大膽細心冒險行爲！

F_1 ： 23_4 , 44^5 , 198 、22^3 , 18^3 25^6 ；至此紅方難行，勝率極小，和率也不大，敗率較大。

F_2 ： 23^5 , 175 , 353 , 77^1 , 33_4 , 158 , 19^1 , 25^6 45_4 , 26^4 , 194 , 11^1 , 12^1 , 113 , 323 , 18^2 142 , 13^4；至此，紅方勝率較小，敗率略大於和率。

F_3 ： 123 , 44^5 , 198 , 25^6 , 23^5 , 175 , 356 , 22^3 36_2 ；至此，紅方勝率，敗率皆較小，而和率很大。

F_4 ： 198 , 17^1 , 18^3 , 17_1 , 32^1 , 353 , 32^6註① , 175 , 12^4 , 22^4註② , 18^5 , 154 , 12^4 , 14_1 , 35_1 , 334 , 124 , 112 , 187註③ , 14_3 註④, 17_2 34_3 註⑤ , 32_3 , 77^1 , 32^1註⑥ , 12^2 , 353 , 57^9 326 , 124 , 336 , 34^6 , 175 ；（紅勝定）。

〔 F_4 是實戰着法，可謂藝高膽大！〕

註①：前着 32^1 爲了迫使黑包離開中路，以便右車能自由升起，變動價值提高。故此看 32^6 ，不貪吃回一包，而沉底進攻，使對方士象之變動價值降低，而已炮之變動價值提高；這是符合原訂「棄子取勢」的戰略意圖。

註②：此時爲關鍵之着，黑方有 f_1（ 22^1 ）、f_2（ 22^3 ）、f_3（ 22^4 ）三條棋路，其中

f_1 顯然缺乏聯係，防禦性也低，變動價值小，故捨之。

f_2 有較複雜之變化，黑方將處於風浪之中，唯若能處變不驚，着着謹愼應對，紅方雖有攻勢，但久攻不入，黑方最後仍能以多子而取得稍微有利的地位。

〔即因$\overline{V}$（黑）$-\overline{V}$（紅）$>\triangle V$（紅）$-\triangle V$（黑色），
$\therefore S_{21}=T_2-T_1>0$〕
以下為 f_2 中兩種主要變例：
(1) 22^3，124，112，14^5，65^1，654，57^9，352，15^1〔若 12^6，則 14_1，65_1，$^3 21$，紅勝。〕，187，158，174，18_4；至此，最稍優。
(2) 22^3，77^1，112，18^6，23_2，77^1，334，776，34_1，35^3，25^7，353，27^5，12^4，25_4，123，24_6；至此，黑較優者。

f_3 是大多數棋手所容易選取的棋路，但演變下去却招致敗局。這也就是當初紅方選取 F_4 的理由：對紅方而言，勝率最大！

註③：不走146以消滅黑方的基本價值，而走187，是堅持原來戰略，以求取更大的變動價值！

註④：14_3 防 17_1 → 175殺棋。若改 12^2，則654（⇒176 ⇒14^1 ⇒ 145殺），44^5，324，123，179，24^2 145，654，34_2，22_2，198，13^1，34_1，13_1，341，77^1，31^3，57^9，352紅勝。

註⑤：34_3 如改走 14^3，則 17^1，12^2，146，34_5，178，44^5（若 34^1，則 18_1，34^1，32_3 紅方得子，勝勢。），185，25^7；紅優勢。

註⑥：32^1 ⇒326，打死黑車，使 $S_{12}>7$，已取得勝勢。

結論：從上述說明與例證中，我們不難瞭解，依據棋路機率選擇棋路，可歸納為下列幾項原則：

如表三所示：

(1)若 $a_1=a_2$，$c_1>c_2$，則選 F_2。

(2)若 $a_1<a_3$，$c_2=c_3$，則選 F_3。

(3)若(1)、(2)同時成立，（即 $a_2<a_3$，$c_2<c_3$），且 $a_2-c_2<a_3-c_3$，則選 F_3。

(4)若(1)、(2)同時成立，（即 $a_2<a_3$，$c_2<c_3$），且 $a_2-c_2=a_3-c_3$，則可選 F_2 或 F_3，視棋局之戰

略要求與雙方戰術長短而決定：

①選 F_2 則平穩易和。

②選 F_3 則冒險不易和，但勝率大於敗率。

〔說明〕：由結局的唯一性知 $a_i + b_i + c_i = 100$ 對於任何 $i \in N$ 皆成立（N表自然數集合），∴由(4)之已知條件知 $b_2 > {}_3$ ，即 F_2 ⇒「和」的成分大，F_3 ⇒「和」的成分小且互有勝負。

(5) $i > 3$ 時， F_i 之選擇比照前4項原則，兩兩比對，從優選取之。

（表三）

棋路變例	機率（%）		
	勝	和	數
F_1	a_1	b_1	c_1
F_2	a_2	b_2	c_2
F_3	a_3	b_3	c_3
⋮	⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮	⋮
F_n	a_n	b_n	c_n

(四)棋局記錄之改進：

到目前爲止，坊間棋譜及實地棋賽記錄，仍採取文字記載，諸多不便；若能以數字代替各類棋子及表示奕着過程，則可節省時間、篇幅，更方便於資料之處理。

玆建議按照棋局戰鬥主要兵種、音寓及習慣上之稱呼順序，將各類棋子賦予對應之數字如下：

（表四）

棋子種類	車（俥）	馬（傌）	包（炮）	士（仕）	象（相）	將（帥）	兵（卒）
對應數字	1	2	3	4	5	6	7
幫助記憶	Do	Re	Mi	Fa	So	La	Si

於是每一弈着過程只需以三個數字表示：

己方同類棋子之前子→⬚　⬚←前進點數或斜進至該行數位置

　　　　棋子種類→□□□←橫向平移至該行數位置。

己方同類棋子之後子→⬚↑⬚←後退點數或斜退至該行數位置

　　　　從己方右側算起之縱行數位置。

玆舉例如下：

①象三進五： 53^{5}

②馬八退六： 28_{6}

③炮二平五： 325

④仕六退五： 46_{5}

⑤前車三進二： 3^{2}

⑥後車三平二： ${}_{1}32$

以下是較罕見特例的表示法：

⑦後兵九進一： ${}_{7}9^{1}$

⑧後二兵九進一： ${}_{\bar{7}}9^{1}$

⑨中兵九平八： 798

⑩前二兵九平八： ${}^{\underline{7}}98$

⑪前兵九平八： ${}^{7}98$

⑫後卒九平八： ${}_{7}98$

⑬後二卒九進一： ${}_{\bar{7}}9^{1}$

⑭前二卒九平八： ${}^{\underline{7}}98$

⑮前二卒九平八： ${}^{7}98$

看了這些速記法的例子，相信您已明瞭弈着過程內容吧！

三、結語

㈠從棋子在棋盤上基本價值的定義與探討，得知各種棋子的基本價值如表一所示。

㈡從實際價值與變動價值的定義與探討，及基本價值表，發現數學理論與象棋實際對弈互相印證。例如：

1. 佈局階段，不宜以炮兌馬。
2. 一車兌一馬一包或雙馬或雙包，可以，但車方常略微吃虧。
3. 一渡河兵之價值比未渡河兵大得多。
4. 一渡河兵必要時可兌一士或一象。

其他棋例不勝枚擧；運用之妙，存乎一心！

㈢從審局函數之定義暨各局勢等級之定義與探討，得知它們的對應關係，如表二所示。

利用表二可從數學的角度審查局勢，再制定戰略、運用戰術。

㈣從結局性質及理想實驗可說明棋路機率問題的產生；並配合審局後所採取的戰略與善長的戰術，探討出依據棋路機率選擇棋路的原則，如表三及其說明。

㈤以數字表示棋子種類暨弈着過程，可節省記錄的時間、篇幅及方便資料之處理。如表四。

〔不妨設計「發音棋子」，按照（表四）各子順序，依次發音爲「Do、Re、Mi、Fa、So、La、Si」，每一着落子即發一音，可幫助數字記憶，並增加娛樂性。〕

評語：把象棋各類棋子的威力加以數值化，以幫助棋局進行中與對方換棋子或棄子以求得其他棋子暢通時的參考。這是數學的新鮮的應用，值得鼓勵。