

摩擦與運動的研究

國中組物理第二名

屏東縣潮州國中

作者：曾永宏、陳重文

指導老師：郭榮哲

一、研究動機：

物理第二冊第六章裏，有關摩擦力的討論，僅針對靜摩擦方面，我們希望對「摩擦和運動體間的關係」做進一步的瞭解，及同狀況下，靜摩擦與動摩擦的比較，因此請教老師共同研究製作簡便儀器來探討下列問題：

- (一)運動中的物體和接觸面間的摩擦係數如何求得？
- (二)物體運動的快慢不同，是否受有不同的摩擦阻力？
- (三)路上常見各式各樣大小型車的輪子半徑大小是否會有不同的滾動摩擦係數？
- (四)接觸面種類一定時，不論下壓重量多大，靜摩擦係數，仍不受接觸面積大小的影響嗎？

二、研究原理：

(一)滑動部份： (μ_0) 之測量

1.滑動部份：

利用斜面分力原理，把質量 m 的待測物置於水平木板上，逐漸升高木板一端，直到待測物恰好開始下滑，量取木板和水平面的夾角 θ ，此時物重沿斜面下滑力 $mg\sin\theta$ 等於最大靜摩擦力等於最大靜摩擦力 f ，

由公式 $f = \mu_0 N$

$$(N = mg\cos\theta)$$

$$\text{得 } \mu_0 mg\cos\theta = mg\sin\theta$$

$$\therefore u_0 = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \qquad \therefore u_0 = \tan \theta \quad (1)$$

查三角函數表 $\tan \theta$ 值即得，

2. 滾動部份：

原理同(a) 測得 θ 值代入滾動摩擦公式

$$u_0 = r \tan \theta \quad (2)$$

r ：輪半徑

u_0 ：滾動靜摩擦係數，單位“厘米”)

(二) 動摩擦係數之測量：

1. 滑動部份：

利用斜面使質量 m 的物體由斜面頂靜止下滑，若斜面和水平面夾角 θ ，則物體運動由牛頓第二運動定律有下列關係：

$$mg \sin \theta - f = ma$$

$$\text{即 } mg \sin \theta - u mg \cos \theta = ma$$

$$\therefore u = \frac{g \sin \theta - a}{g \cos \theta} \quad (3)$$

[註] ① f ：平均動摩擦力。

a ：平均加速度

u ：平均動摩擦係數

g ：重力加速度 (公認值 980 cm/sec^2)

② 在未證實整個運動過程中，動摩擦力是否為定值前，我們無法確定物體是做等加速度運動，因此均以整段運動過程的平均值來加以討論。

2. 滾動部份：

原理同(a)，但摩擦力公式以 $f = \frac{u}{r} N$

$$\text{代入 } \therefore u = \frac{g \sin \theta - a}{g \cos \theta} \cdot r \quad (4)$$

r ：輪半徑

u ：滾動動摩擦係數，單位“厘米”)

三、方法與裝置：

(一)測量靜摩擦係數：

1. 取一長 175 cm 寬 30 cm 厚木板，底部固定鋼條使呈平直，平放於架子上，利用水平器測得板呈水平時，在一端固定一放大的量角器及量錘（2 組）並使兩條重錘的懸線在視線和 0 刻度間成一直線，此端可上下升降，板另一端則固定。
2. 待測物靜置板上，以滑輪組緩慢提升板面，測量物恰能下滑時的角度 θ 。
3. 實驗時，先使板平放，再放上待測物後緩慢拉升，如此測量值較準確，若圖簡便，在上一次測量後，只降低少許角度便重複測量 θ 值會減少幾度，經我們多次求證，當板傾斜一角度時，放上待測物，物體和木板接觸面間的情況會改變，而造成較大的誤差。
4. 車輪半徑大小的改變，在必須控刻的因素上較難達成一致，因此以粗細不等的均勻圓柱形滾軸代替，但每次測量時，務必使前後兩滾軸平行。

(二)測量動摩擦係數：

1. 電唱機轉盤接上穩定電源，以跑錶測其轉動 100 圈共 2 分 55 秒 65，並在盤上貼 90 等分等角規畫圓形紙張，則每轉過一格需時 0.0195 秒，盤上端固定四支彩筆，運用電磁鐵吸引與槓桿原理，當微觸開關受運動體碰觸按序打開時，彩筆立即按序降於紙盤上（筆端調節使恰與紙面接觸，避免影響唱盤轉速）而留下長短不同軌跡，當運動體觸及停止開關，計時便同時停止，由彩筆軌跡格數，便可算出各段運動時間。
2. 木板中線挖數孔並磨平滑，孔下方裝上計時微觸開關，右圖中 A、B、C、D 各為連接各彩筆的開關位置，E 能同時啓開 A、B、C、D 各線路電源。
3. (b) 中 A B C D 所控制各線路的彩筆在紙盤上

的軌跡格數，若各為 n_1, n_2, n_3, n_4 ，則 $(n_1 - n_2), (n_1 - n_3), (n_1 - n_4), n_1$ ，所換算得時間分別為自起始點 A 靜止下滑 S_1, S_2, S_3, S_4 距離所需時間。而各段距離 S_n 的平均加速度值 a_n 可由公式 $S_n = \frac{1}{2} a_n t_n^2$

$$\therefore a_n = \frac{2S_n}{t_n^2}$$

求得再代入公式③或④使得滑動和滾動的平均動摩擦係數。

而各段距離運動平均速率 $\bar{V} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$

可由 $\bar{V}_n = \frac{S_n}{t_n}$ 求得。

〔註〕：本實驗所求之值均為自起始點靜止下滑 S_n 距離的平均值，再探討各平均值間的關係。

四、實驗步驟：

(一)靜摩擦係數 (u_0) 和接觸面積大小的關係：

1. 面積大小，不同的木塊和木板面，測 u_0 值。
2. 面積大小不同的木塊和保麗龍板面，測 u_0 值。

(二)滾軸半徑大小與摩擦的關係：

1. 不同半徑滾軸和木板面，測 u_0 值。
2. 不同半徑滾軸和保麗龍板面測 u_0 值。

(三)動摩擦係數 (u) 和運動速率的關係：

1. 木塊在木板面上滑動，測 u 值。
2. 實驗小車輪與木板面的滾動，測 u 值。
3. 實驗小車輪利車與木板面的滑動，測 u 值。
4. 實驗小車輪與保麗龍板面的滾動，測 u 值。

五、結果與討論：

步驟(一)之 1. 木塊和木板面

| 接觸面積 (cm ²) \ 負重 (公斤重) | 0.740 | 3.740 | 6.740 | 8.740 |
|------------------------------------|-------|-------|-------|-------|
| 238.92 | 0.510 | 0.510 | 0.521 | 0.510 |
| 102.72 | 0.510 | 0.510 | 0.518 | 0.518 |
| 92.16 | 0.510 | 0.510 | 0.513 | 0.510 |

步驟(一)之2 木塊和保麗龍面

| 接觸面積 (cm ²) \ 負重 (公斤重) | 0.740 | 3.740 | 6.740 | 8.740 |
|------------------------------------|-------|-------|-------|-------|
| 238.92 | 0.532 | 0.532 | 0.552 | 0.577 |
| 102.72 | 0.532 | 0.554 | 0.649 | 傾倒 |
| 92.16 | 0.532 | 0.625 | 0.781 | 傾倒 |

討論：(1)木塊和木板面的接觸面積大小不的響 u_0 值。

(2)木塊和保麗龍板面，若因受重壓而造成顯著形變時（凹陷） u_0 值會增加，且接觸面積愈小者愈顯著。

步驟(二)之1 滾軸和木板面

| 半徑 (cm) \ 負重 (公斤重) | 0.740 | 3.740 | 6.740 | |
|--------------------|----------------------|-------|-------|-------|
| 3.13 | $\tan \theta$ | 0.009 | 0.009 | 0.009 |
| | $r \tan \theta$ (cm) | 0.028 | 0.028 | 0.028 |
| 2.63 | $\tan \theta$ | 0.010 | 0.010 | 0.010 |
| | $r \tan \theta$ (cm) | 0.026 | 0.026 | 0.026 |
| 1.35 | $\tan \theta$ | 0.019 | 0.019 | 0.019 |
| | $r \tan \theta$ (cm) | 0.026 | 0.026 | 0.026 |

步驟(二)之2 滾軸和保麗龍板面

| | | | | | |
|------------|---------------------|-------|-------|-------|-------|
| 負重 (公斤重) | | | | | |
| 半徑 (cm) | | 0.740 | 2.740 | 4.740 | 6.740 |
| 3.13 | tan θ | 0.017 | 0.024 | 0.026 | 0.031 |
| | r tan θ (cm) | 0.053 | 0.075 | 0.087 | 0.097 |
| 2.63 | tan θ | 0.021 | 0.026 | 0.028 | 0.035 |
| | r tan θ (cm) | 0.055 | 0.068 | 0.074 | 0.092 |
| 1.35 | tan θ | 0.026 | 0.028 | 0.049 | 0.056 |
| | r tan θ (cm) | 0.035 | 0.038 | 0.066 | 0.076 |

討論：(1) 表面 $\tan \theta$ 值決定摩擦力的多少 ($\therefore = \frac{u_0}{r} N$ 又 $u_0 = r \tan \theta$)，負重量相等時，滾軸半徑愈小， $\tan \theta$ 值愈大，所受摩擦阻力愈大。

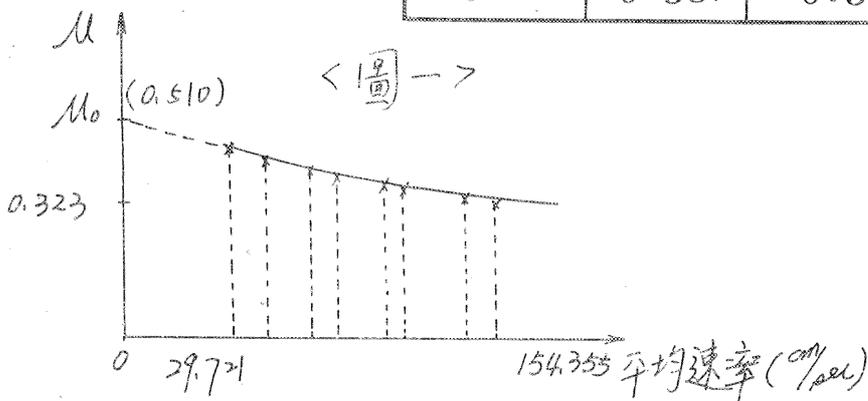
(2) 接觸若因受壓而形變時 (凹陷) 半徑愈小者所受影響愈顯著。

步驟(三)之1 木塊和木板面

(表一)

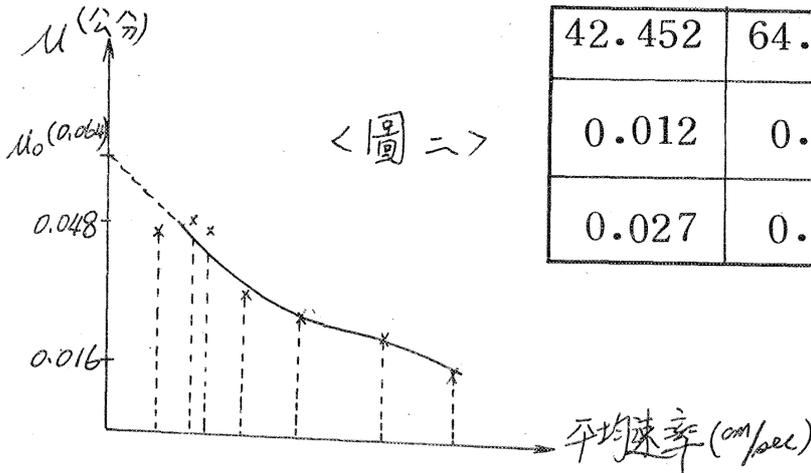
| | | | | | |
|-------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 平均速率 cm oc | 39.721 | 48.298 | 66.890 | 75.904 | 93.878 |
| 平均動摩擦 係數 (u) | 0.467 | 0.429 | 0.422 | 0.415 | 0.415 |

| | | | |
|---------|--------|---------|---------|
| 101.488 | 123.33 | 133.792 | 154.355 |
| 0.415 | 0.387 | 0.382 | 0.323 |



步驟(三)之2 小車和木板面 (車輪半徑 $r = 2.28\text{cm}$)

| | | | | |
|--|--------|--------|--------|--------|
| 平均速率 cm oc | 11.910 | 19.009 | 23.747 | 30.633 |
| $\frac{g \sin \theta - a}{g \cos \theta}$ | 0.021 | 0.023 | 0.022 | 0.014 |
| $\frac{g \sin \theta - a}{g \cos \theta} r$ (cm) | 0.048 | 0.052 | 0.050 | 0.032 |



| | | |
|--------|--------|--------|
| 42.452 | 64.639 | 82.266 |
| 0.012 | 0.011 | 0.007 |
| 0.027 | 0.025 | 0.016 |

(表二)

步驟(三)之3 小車利車和木板面 u 值

(表三)

| | | | | |
|---|--------|--------|--------|---------|
| 平均速率 cm oc | 29.095 | 42.808 | 67.590 | 109.865 |
| $\frac{g \sin \theta - a}{g \cos \theta}$ | 0.478 | 3.368 | 0.314 | 0.264 |

步驟(三)之4 小車和保麗龍板面

(表四)

| | | | | | | | | | | |
|---|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 負重(公斤重) | | 2.020 | | | | 3.020 | | | | |
| 平均速率 (cm oc) | 25.886 | 40.307 | 48.704 | 60.165 | 25.047 | 38.623 | 44.550 | 57.667 | | |
| $\frac{g \sin \theta - a}{g \cos \theta} \cdot r$ | 0.091 | 0.057 | 0.057 | 0.056 | 0.101 | 0.071 | 0.071 | 0.071 | | |
| 4.020 | | | 5.020 | | | | 6.020 | | | |
| 22.925 | 36.194 | 42.105 | 54.539 | 22.878 | 35.650 | 43.072 | 53.188 | 31.955 | 38.881 | 48.640 |
| 0.123 | 0.092 | 0.089 | 0.088 | 0.124 | 0.096 | 0.097 | 0.149 | 0.124 | 0.124 | 0.119 |

| | | | | | |
|--|--------|--------|--------|--------|--------|
| 負量(公斤重) | 2.020 | 3.020 | 4.020 | 5.020 | 6.020 |
| $\frac{V_1 - V_2}{\mu_1} \times 100\%$ | + 55.7 | + 54.2 | + 57.9 | + 55.8 | + 58.3 |
| $\frac{\mu_1 - \mu_2}{\mu_1} \times 100\%$ | - 37.4 | - 29.7 | - 25.2 | - 22.6 | - 16.8 |

(“+” 表增加
“-” 表減少)

| | |
|--------|--------|
| 7.020 | 8.020 |
| + 57.7 | + 60.1 |
| - 12.9 | - 10.7 |

平均速率增加百分比值相近時，負重量愈大所造成平均 μ 值減少的百分比值愈小，此現象大概是接觸面形變量愈大，欲得穩定 μ 值的平均速率值愈小。

綜合上述討論，我們得知動摩擦係數和運動速率有關，而這變化量上的關係是在物體低速率運動至較高某一速率值之間，當速率大於此值後動摩擦係數便不再減少，而趨於定值。而且由靜摩擦係數 μ_0 減至動摩擦係數近於常數的過程中應為連續變化的函數關係，由於我們儀器製作上精密程度的限制，僅能做出以上探討與推論，盼請各位先進惠予指教。

參考資料：1. Robert A. Becker 著理論力學

| 7.020 | | | | 8.020 | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|
| 18.754 | 29.558 | 36.048 | 45.414 | 16.802 | 26.904 | 32.626 | 41.4666 |
| 0.162 | 0.141 | 0.140 | 0.135 | 0.177 | 0.158 | 0.158 | 0.152 |

討論：A.圖(一)(二)中縱座標平均動摩擦係數(μ)上的紅點是各關係圖形在同狀況下的靜摩擦係數(μ_0)值，結果顯示動摩擦係數，即同樣接觸面物體運動中所受的相差倍數不大。

B.動摩擦係數中滑動和滾動的比較我們由表(二)中取二種情況運動平均速率相近的列表比較如下：

| | 平均速率 | $g \sin \theta - a$ | 相差倍數 |
|----|--------|---------------------|------|
| | | $g \cos \theta$ | |
| 滾動 | 30.633 | 0.014 | 34.1 |
| 滾動 | 29.090 | 0.478 | |
| 滾動 | 45.452 | 0.012 | 30.7 |
| 滑動 | 42.808 | 0.368 | |
| 滾動 | 64.639 | 0.011 | 28.5 |
| 滑動 | 67.590 | 0.314 | |

小車輪在木板上剎車滑動和正常

C.滾動所受摩擦阻力相差倍數約 30 倍。

a.當輪與接觸面間發生形變時(凹陷)垂直下壓重量的差異會影響 μ 值即重量愈大時，平均 μ 值愈大，車子運動所受摩擦阻力愈大。

b.運動平均速率值由小增至某一階段平均速率值時， μ 值隨之減少在此階段後， μ 值的變化便趨於緩和(μ 近於常數數值)。

c.表(四)中，把各負重情形的 V_1 ， V_2 間增加的百分比和 μ_1 ， μ_2 間減少的百分比做以下的比較。

評語：1.對習知的摩擦問題，尤其對較少討論之滾動摩擦予以研究。方法及步驟均甚有條理。

2.所用測量儀器，對習用者加以精心改進，組合運用，極適合本實驗之需要。

3.量度結果正確，數據分析尚佳。