

斯鐸克定律的驗證及液體黏滯係數的探討

高中組物理第二名

臺北市復興高級中學

作者：黃建沙 郭紹賢
指導老師：鄭國良

一、動機：

當你在游泳的時候，你會感覺到有一種阻擋你前進的力量，這便是所謂的「阻力」。但是它究竟是如何產生的呢？其大小又是如何？這些問號一直存在我的腦中，直到上了高三，才對這方面有稍微的認識與瞭解，而斯鐸克定律（ $F = 6\pi\eta rVt$ ）是我涉足此方面所遇到的第一個定律；可是斯鐸克並沒有做實驗，他的定律完全是由純理論推導出來的，因此我便設計了這個實驗，來驗證斯鐸克定律，並對定律中的黏滯係數（ η ）做了溫度、濃度，物質種類等因素方面之定量與定性的探討。

二、目的：

- (一)首先證明斯鐸克定律之正確性，並進一步了解其公式中中圓球半徑（ r ）在那個範圍內，公式的準確度較高。
- (二)再利用已證明的公式來研究物質種類，溫度、濃度對於黏滯係數的影響。

三、器材：

(一)儀器：

玻璃管（長 193.23 cm，口徑 4.075 cm），鋼製高架（須力求垂直），相機，高感度軟片，長形黑色布幕，溫度計，暗房，橡皮管與漏斗，放映機（此乃測頻器與光源的組合）。

(二)材料：

蒸餾水、甘油、沙拉油、鋼珠（半徑各為 1.5 mm，2mm，

2.5mm , 3mm , 3.5mm)。

四、原理說明：

(一)當一個物體在流體中下落的時候，會受到重力，浮力，和黏滯力（流體的摩擦力）三力的作用：

$$Ma = Mg - B - F \dots\dots\dots(1)$$

因為加速度 a 使物體的速度 v 逐漸增加，於是摩擦力也就隨之增加，這個結果就使加速度漸減，終歸於零，物體便以終端速度等速下降，這是因為重力，浮力與黏滯力三力平衡的結果。

$$Mg + B + F = 0 \dots\dots\dots(2)$$

根據重力的大小為 $Mg = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho g \dots\dots\dots(3)$

阿基米得浮力原理 $B = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_0 g \dots\dots\dots(4)$

斯鐸克定律 $F = 6 \pi \eta r v_t \dots\dots\dots(5)$

(3 4 5) 代入(2)式化簡得： 註 η : 液體黏滯係數

$$\eta = \frac{\alpha r^2 g}{9 v_t} (\rho - \rho_0) \dots\dots\dots(6)$$

ρ_0 : 液體密度
 ρ : 鋼珠密度

若假定 η 已知則由(5)式可得 r : 鋼珠半徑

$$6 \pi = \frac{F}{\eta r v_t} \dots\dots\dots(7) \quad v_t : \text{終端速度}$$

因而我們只要由實驗求得終端速，也就可以證明斯鐸克定律了。並且能利用(6)式來做對於黏滯係數的探討。

(二)終端速度的測法：

1 在映室中運用放映機的高次閃光，將鋼球軌跡實際的拍攝下來。

2 量出照片中玻璃管的口徑和等速時小球的位移利用：

$$\frac{\text{照片中玻璃管的口徑}}{\text{原玻璃管的口徑}} = \frac{\text{照片中玻璃管內小球之位移}}{\text{真實小球之位移}}$$

求出小球實際的位移

3. 測知放映機的頻率，就能知道此段位移內所需的時間

$$\frac{\text{相機的快門時間}}{\text{測頻照片中小球的點數}} = \frac{\text{實際位移所需時間}}{\text{待測時間照片內之小球點數}}$$

4. 當知道了時間(T)，位移(D)則：

$$V_t = \frac{D}{T}$$

五、實驗過程。

(一)證明斯鐸克定律

1. 架好裝置（如圖），用鉛垂測量管壁是否鉛直，並請洗管中的雜物。
2. 把長橡皮管伸至管底，再把蒸餾水由漏斗徐徐倒入管底至滿
3. 拿掉橡皮管與漏斗，打開光源，關掉室內燈光，投入各種半徑的鋼球，同時用相機的 B 快門拍攝軌跡。
4. 再以甘油重覆一次。

(二)測不同濃度的鋼球終端速度。

1. 把甘油對水配成濃度為（92%，68%，64%）的三種不同濃度之溶液。
2. 重覆實驗(一)之前三步驟，但是要固定溫度（室溫）和鋼球半徑（3mm）

(三)測不同溫度的鋼球終端速度。

1. 用沙拉油加溫至 75 °C 即倒入管中，管中原垂有 3 根溫度計（上、中、下且沿管壁）
2. 等到溫度計下降到 56 °C 時就每隔兩度重覆實驗(一)的第三步驟，但是要固定鋼球半徑。

六、實驗數據：

(一)證明斯鐸克定律實驗：

水

| | F nt | R cm | ρ 泊 | Vt cm/sec | $\frac{F}{R\rho Vt}$ |
|---|---------|---------|------------------------|--------------|----------------------|
| 水 | 11.968 | 0.35 | 1.005×10^{-3} | 175.447 | 19.393 |
| | 7.537 | 0.3 | | 146.633 | 17.048 |
| | 4.362 | 0.25 | | 89.542 | 19.387 |
| | 2.273 | 0.2 | | 63.847 | 17.713 |
| | | | | | 18.4 ± 0.1 |

| | F nt | R cm | ρ 泊 | Vt cm/sec | $\frac{F}{R\rho Vt}$ |
|---|---------|---------|------------------------|--------------|----------------------|
| 水 | 11.968 | 0.35 | 1.005×10^{-3} | 163.447 | 20.817 |
| | 7.537 | 0.3 | | 144.633 | 17.280 |
| | 4.362 | 0.25 | | 80.542 | 21.475 |
| | 2.273 | 0.2 | | 67.847 | 16.668 |
| | | | | | 19 ± 0 |

甘油

| 甘油 | F dyne | R cm | ρ 泊 | Vt cm/sec | $\frac{F}{R\rho Vt}$ |
|----|-----------|---------|-------------|--------------|----------------------|
| | 1,154.119 | 0.35 | 6.6 | 24.657 | 20.263 |
| | 726.792 | 0.3 | | 19.473 | 18.853 |
| | 420.597 | 0.25 | | 14.489 | 17.593 |
| | 215.346 | 0.2 | | 9.084 | 17.959 |
| | | | | | 18.7 ± 0.5 |

| 甘油 | F dyne | R cm | ρ 泊 | Vt cm/sec | $\frac{F}{R\rho Vt}$ |
|----|-----------|---------|-------------|--------------|----------------------|
| | 1,154.119 | 0.35 | 6.6 | 25.454 | 19.628 |
| | 726.792 | 0.3 | | 19.538 | 18.787 |
| | 420.597 | 0.25 | | 13.508 | 19.154 |
| | 215.346 | 0.2 | | 9.521 | 17.135 |
| | | | | | 18.7 ± 0.8 |

(二)各種濃度的黏滯係數實驗：

| cm/sec g/cm ³ | | | cm/sec g/cm ³ | | |
|-----------------------------|-------------------|---------------|-----------------------------|-------------------|------------|
| Vt | ($\rho-\rho_0$) | η 泊 | Vt | ($\rho-\rho_0$) | η 泊 |
| 41.492 | 6.635 | 3.134 | 一 29.194 | 6.628 | 4.450 |
| 41.829 | " | 3.108 | 二 29.389 | " | 4.420 |
| 41.724 | " | 3.117 | 三 29.474 | " | 4.420 |
| 41.932 | " | 3.101 | 四 29.208 | " | 4.448 |
| 41.688 | " | 3.120 | 五 29.495 | " | 4.404 |
| 41.7 ± 0.1 | 6.635 | 3.116 ± 0.009 | 六 29.4 ± 0.1 | " | 4.43 ± 0.2 |

| | cm/sec | g/cm ³ | |
|---|------------|-------------------|-----------|
| | Vt | ($\rho-\rho_0$) | η 泊 |
| 一 | 19.473 | 6.557 | 6.602 |
| 二 | 19.374 | " | 6.634 |
| 三 | 19.102 | " | 6.728 |
| 四 | 19.288 | " | 6.663 |
| 五 | 19.701 | " | 6.523 |
| 六 | 19.4 ± 0.2 | 6.557 | 6.6 ± 0.2 |

(三)各種溫度的黏滯係數實驗：

| 變因 溫度 | Vt cm/sec | η 泊 | 變因 溫度 | Vt cm/sec | η 泊 |
|----------|--------------|-------------|----------|--------------|-------------|
| 56 °C | 44.201 | 3.030 | 56 °C | 44.211 | 3.029 |
| 54 | 43.069 | 3.109 | 54 | 43.303 | 3.029 |
| 52 | 42.672 | 3.138 | 52 | 42.442 | 3.155 |
| 50 | 42.077 | 3.182 | 50 | 42.382 | 3.160 |
| 48 | 41.452 | 3.230 | 48 | 41.532 | 3.224 |
| 46 | 40.801 | 3.282 | 46 | 40.820 | 3.280 |
| 44 | 33.302 | 4.031 | 44 | 33.323 | 4.018 |
| 42 | 32.407 | 4.132 | 42 | 32.368 | 4.137 |
| 40 | 32.328 | 4.142 | 40 | 32.312 | 4.144 |
| 38 | 31.385 | 4.267 | 38 | 31.377 | 4.268 |
| 36 | 29.831 | 4.489 | 36 | 29.525 | 4.535 |
| 34 | 27.774 | 4.821 | 34 | 27.382 | 4.890 |
| 32 | 27.202 | 4.923 | 32 | 27.310 | 4.903 |
| 30 | 26.105 | 5.129 | 30 | 26.248 | 5.102 |
| 28 | 23.512 | 5.695 | 28 | 23.414 | 5.719 |
| 26 | 22.973 | 5.829 | 26 | 22.538 | 5.941 |
| °C | Vt | | °C | Vt | |

各種物質的黏滯係數：

| 變 物 質 | V_t cm/sec | $(\rho - \rho_0)$ g/cm ³ | η 泊 |
|----------|-----------------|--|------------------------|
| 水 | 132.617 | 6.800 | 1.005×10^{-2} |
| 甘 油 | 19.288 | 6.557 | 6.663 |
| 油 精 | 22.873 | 6.832 | 5.854 |

| 變 物 質 | V_t cm/sec | $(\rho - \rho_0)$ g/cm ³ | η 泊 |
|----------|-----------------|--|------------------------|
| 水 | 132.617 | 6.800 | 1.005×10^{-2} |
| 甘 油 | 19.473 | 6.557 | 6.602 |
| 沙拉油 | 22.538 | 6.832 | 5.941 |

七、結論：

(一)當物體在液體內以很低的相對速度時摩擦力可近似地假定為和速度方向相反，而大小成正比。

$$\text{流體的摩擦力 } F = -KVt$$

故斯鐸克定律成立，且 r 在 (2.5mm ~ 3.5mm) 之間公式較正確，2.0mm 正確性較低。

(二)當濃度增加時，分子間的距離縮小，故黏滯係數增加，反之濃度減少時，黏滯係數也隨之減少。

(三)溫度愈高，分子間的結合力就愈小，因此黏滯係數就愈小，並由實驗得知沙拉油在溫度為 56 °C ~ 46 °C 之範圍內，溫度與黏滯係數的關係式： $T^{1/2} \times \quad = 22.54$

(四)黏滯係數隨著物質的不同也隨之改變，當在同種溫度，同種濃度下，黏滯係數比：甘油：沙拉油：水 = 656.7:579.8:1.0

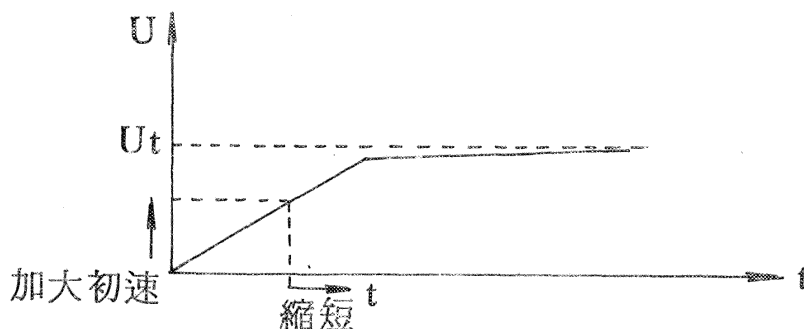
八、討論與注意事項：

(一)水的黏滯係數很小，故用來做本實驗頗有不當，其準確度不高

(二)水的擾流較大，甘油與沙拉油則較小，所以甘油與沙拉油的實驗值準確度較高。

(三)加熱過的沙拉油若溫度在 23 度以下，會變為混濁，且多次加熱混濁愈厲害。

(四)若鋼球達到底部時還未及終端速度，可將初速加大，以縮短到達終端速度的時間。



(五)玻璃管口徑不能太小，以免鋼珠觸及管壁。

(六)玻璃管高度不能太短，以免鋼珠落到底部時，還未到達終端速度。

(七)需有較好的攝影技巧如光圈勿用最大（4.0 ~ 5.6）以免造成偏差。

九、實驗時所克服過的困難和解決方法：

| 名稱 解決方法 及困難 次數 | 發生的困難 | 解決的方法 |
|-------------------------|-------------------------|---------------------------|
| 1 | 管內常有氣泡混合其中，影響實驗 | 傾倒液體時由漏斗與長橡皮管從底部裝填 |
| 2 | 投放小鋼珠時，常伴有氣泡，隨之而下 | 先把鋼珠浸在預測的液體中，使其與空氣隔離，再行投放 |
| 3 | 光源若由側面照射會有某些角度不易觀察 | 改從管口垂直照射 |
| 4 | 投入的鋼珠有時其落下的軌跡會因某因素而下呈直線 | 投放時要從管口的中央部份投入，且使雜質減到最低 |

十、參考資料：

(一)大一物理學（謝孫華譯，MARCELO, LONSO, EDWARD.

J. FINN 著)

(二)理化大辭典

斯鐸克定律的驗證及液體黏滯係數的探討

評語：利用斯鐸克定律設計實驗測量液體之黏滯係數，並探討黏滯係數與溫度等之關係。作者考慮周全，態度細心，實驗過程及結果完整。