

搭乘①路②路公車的機會相等？

高小組數學第三名

嘉義市民族國民小學

作 者：葉泰均 廖怡嘉

指導老師：王金雄 王銘嘉

一、研究動機：

假如你（您）每天由你家最近的公車站牌搭乘市區公車，而①路順時鐘方向②路反時鐘方向走同一路線各為每隔 20 分鐘一班，班次相等由總站每隔 10 分鐘輪流交互開出繞市區一周，你不定時到站牌處不管①路②路，反正都可到達目的地，只要先到的就上車，那麼您搭乘到的①路機會多？還是②路機會多？

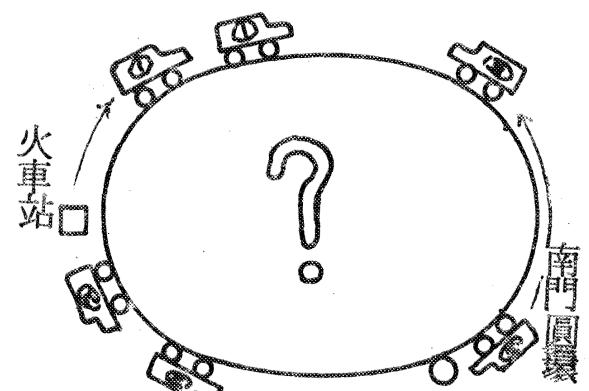
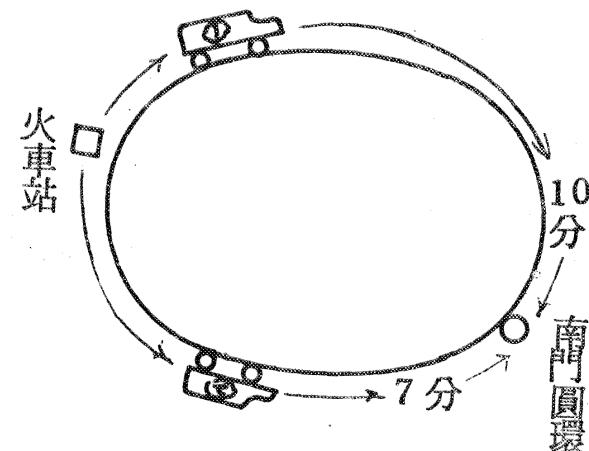
這是寒假前課本教完了，期考也考完了，級任正忙於趕成績單。自然科老師來上課。大家無心再聽老師替我們做已考完的無聊複習，於是大家吵著「請自然老師講故事，或來個同樂會。」原來老師料到我們的心情，早就準備一些謎題讓我們猜，一會兒較容易的字謎猜完了剩下的較難，大家失去了興趣吵著請老師講故事。老師一時也想不出講什麼？面向窗外正在思索。這時我們聽見窗外，校前馬路上似乎有二部車相會而過的聲音。老師回過頭來向我們提出上面的問題。當然我們不加思索異口同聲回答「機會相等」。老師再問我們：「是嗎？」。這時有些同學的答案開始動搖。有的以為①路機會多。有的以為②路機會多。但是仍然相信機會相等的占大多數。老師再叮嚀我們不要瞎猜稍加思索再作答。結果分成三派：①路多的。②路多的。機會相等的。最後大家請老師發表答案，老師說：「不知道由大家去實驗觀察再證實」。這時已經下課了，本學期最後的一次自然課堂也結束了。這問題也就不了了之。

下一堂課，級任因趕成績單叫我們自修。我們那裏肯呢？不到幾分鐘教室裏漸漸吵起來。原來不知誰開始提起剛才的問題，一會兒三三五五開始討論起來。意見分成三種辯論起來，好不容易等到下課。各派推派出代表一起去找自然老師，要求老師評判

誰的觀點正確。老師說：「其實這問題是剛才看到兩部公車從校前經過而想出來的，自己也還不知道正確的答案。好像不會是機會相等，不過還不敢確定。如要知道正確答案，不妨大家分工合作，分批在不同時間到站牌實際去等車，看先來的是什麼車。然後各自報告把它統計起來。這也是一種實驗觀察，叫做科學態度」。可是這並不容易啊！我們上課時間不能到校外，放學時又要排路隊，不可能留在馬路上，也不知如何統計。況且就要放假了，還要老師指導我們解答，免得掛在心上不好過年。我們說：「經不起我們的要求老師終於答應我們說：「反正沒有課了級任也正忙着……好！下一節跟你們研究。」

第四節老師在黑板上先畫一個橢圓形表示公車路線。假定公車由火車站開出繞市區一周

要 17 分鐘，①路車經民權路→公園→民國路→民族路到南門圓環要 10 分鐘。②路車從火車站開出，經仁愛路，民族路來到南門圓環要 7 分鐘。兩路車各為每隔 20 分開一班，又假定①路車先開 10 分鐘後②路再開出則①路車已到南門圓環經過 7 分後②路車也到南門圓環①路車回到火車站 3 分後①路車開出第二次 10 分後又到…②路車第二次開出…7 分鐘後…再三分鐘後…這時…？分鐘後…①路車第三次…②路車第三次…這時越來越複雜，我們也覺得越來越迷糊。



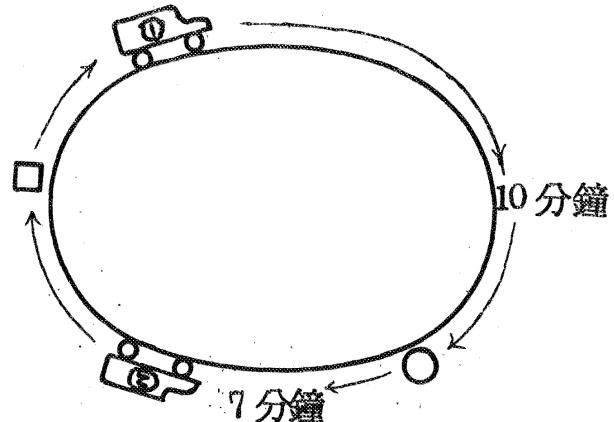
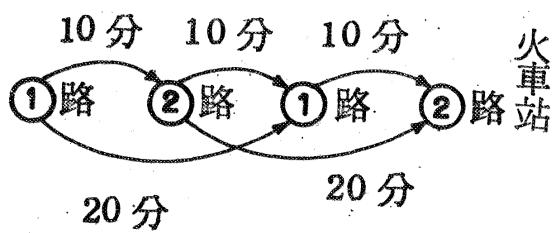
突然老師停止畫圖和說明，把已畫得很複雜的圖擦掉說：「我們何不來作一個時間表，

這樣也許較容易明瞭」。

表一 由火車站開出時間

到南門圓
環時間

①路	①路 $7.00 + 10 = 7.10$	7
②路	②路 $7.10 + 7 = 7.17$	13
交	①路 $7.20 + 10 = 7.30$	7
互	②路 $7.30 + 7 = 7.37$	13
開	①路 $7.40 + 10 = 7.50$	7
出	②路 $7.50 + 7 = 7.57$	13
	①路 $7.00 + 10 = 8.10$	7
	②路 $7.10 + 7 = 8.17$	



如表一所示

由火車站從上午 7.00 每隔 10 分鐘按①路②路①路的順序交互開出，則經過南門圓環的時間如表一所示，各車間隔 7 分和 13 分也就是說：如果剛到站牌時①路車剛開走，你最多等 7 分鐘後可搭到②路車，又如果剛送走了②路車則最多等 13 分鐘可搭上①路車。我們任何時間到站牌都要在這 13 分與 7 分的間隔內而 13 分的間隔較大，我們碰上這間隔的可能性也大 $13:7$ 約等於二倍，因此搭上①路車的機會較大。這下子①路車派同學樂得得意起來。「且慢！如果由火車站同時開出兩路車則情形可能不同

」老師又說：又作出另一個時間表。如表二則②路先到如趕不上②路的等 3 分鐘後①路車也到，如果剛好送走①路車就要等 17 分鐘才有②路車到達，間隔大，機會也大所以搭上②路車的機會占絕多次。17:3 約等於 6 倍。

表二 由火車站開出時間 到南門圓環時間

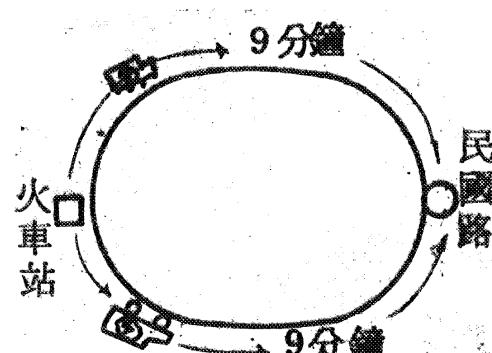
②路	$②\text{路 } 7.00 + 7 = 7.07$	3
①路	$①\text{路 } 7.00 + 7 = 7.10$	
同 時 開 出	$②\text{路 } 7.20 + 7 = 7.27$	17
	$①\text{路 } 7.20 + 10 = 7.30$	3
同 時 開 出	$②\text{路 } 7.40 + 7 = 7.47$	17
	$①\text{路 } 7.40 + 10 = 7.50$	3
同 時 開 出	$②\text{路 } 8.00 + 7 = 8.07$	17
	$①\text{路 } 8.00 + 7 = 8.10$	3

這下②路派高興了。機會相等派，想爭回面子，也許「急中生智」
」有人說：「那假如換一個站牌，比如在中間呢？」

於是我們又做兩種假設，以民國路站牌為中間點，各路由火車站到此都須 9 分鐘。

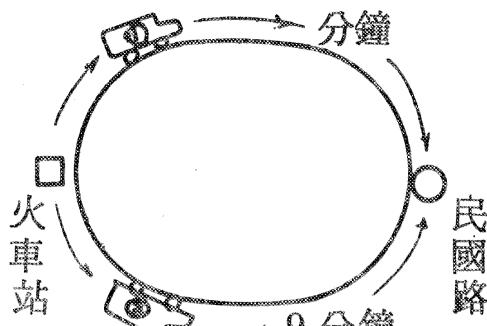
表三 由火車站開出時間 到南門圓環時間

由鐘	$①\text{路 } 7.00 + 9 = 7.09$	10
火交	$②\text{路 } 7.10 + 9 = 7.19$	
車 站 互 每 隔 開 10 分 出	$①\text{路 } 7.20 + 9 = 7.29$	10
	$②\text{路 } 7.30 + 9 = 7.39$	10
火 車 站 互 每 隔 開 10 分 出	$①\text{路 } 7.40 + 9 = 7.49$	10
	$②\text{路 } 7.50 + 9 = 7.59$	10
火 車 站 互 每 隔 開 10 分 出	$①\text{路 } 8.00 + 9 = 8.09$	10
	$②\text{路 } 8.10 + 9 = 8.19$	10



表四 由火車站開出時間 站 時 間 到民國路

- ①路 $7.00 + 9 = 7.09$ 同時
- ②路 $7.00 + 9 = 7.09$
- ①路 $7.20 + 9 = 7.29$ 同時
- ②路 $7.20 + 9 = 7.29$
- ①路 $7.40 + 9 = 7.49$ 同時
- ②路 $7.40 + 9 = 7.49$
- ①路 $8.00 + 9 = 8.09$ 同時
- ②路 $8.00 + 9 = 8.09$



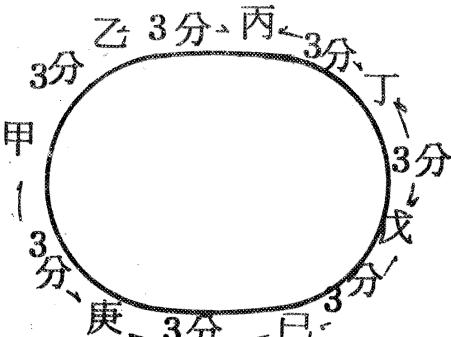
如表三的結果各車到達民國路站的間隔各為 10 分，機會相等。
如表四同時到達可自由選擇，也是機會相等。

這麼一來皆大歡喜了。可是實際情形如何呢？又回到原來的問題，就是假如由家裏到最近的站牌上車，因為各人住的地方不同就不能固定那一個站牌了，於是興之所至我們設計整個市區各站總時間表。如表五：

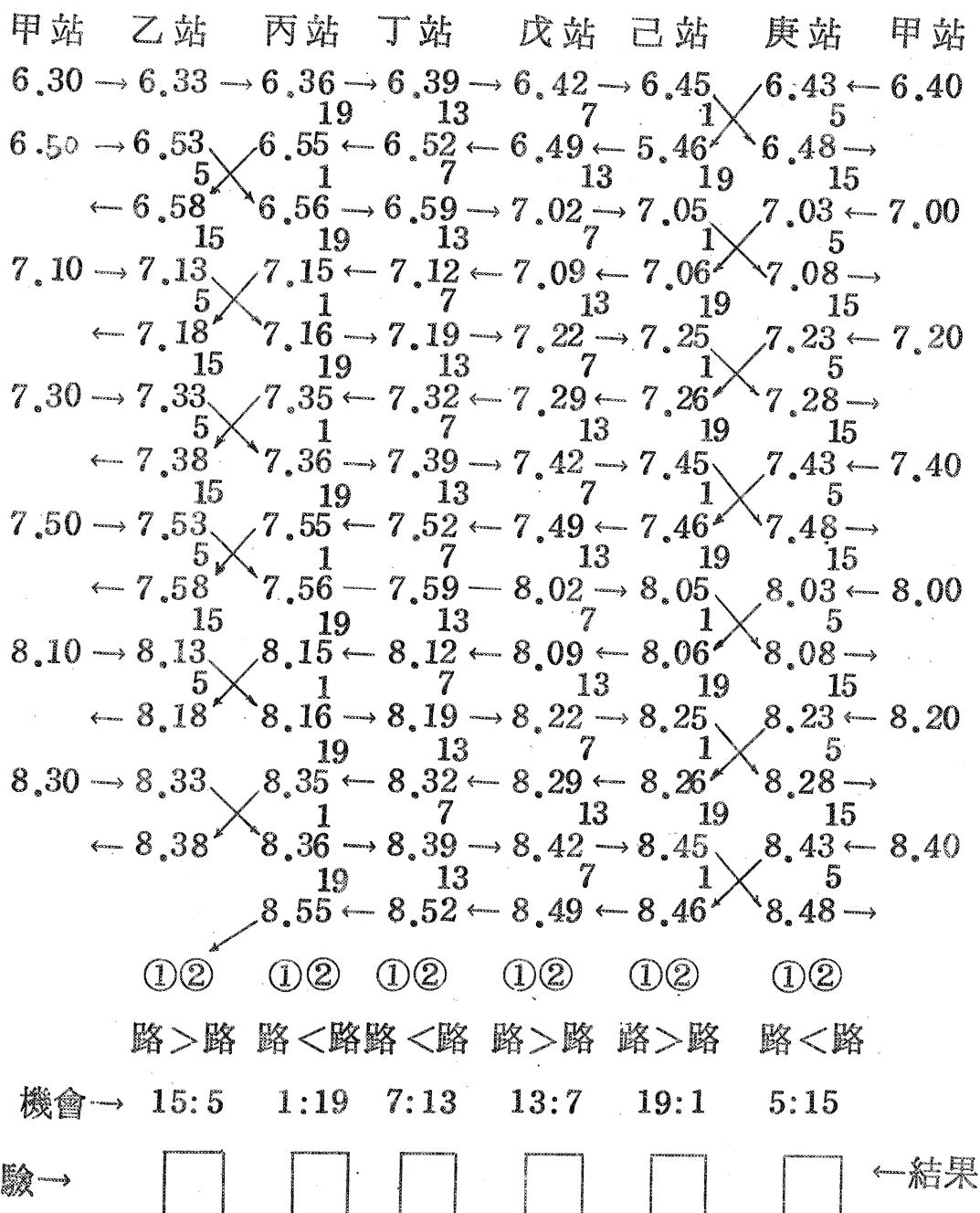
以火車站為總站，每隔 10 分按
①路 ②路的次序交互開出，假設七個
站每站距離 3 分鐘的行程。老師先選
10 個同學 5 個當①路車的司機另 5
個當②路車的司機交互開車各到黑板
前將自己經過每個站牌的時間記入表
內，其餘扮演乘客。

每人先分二張紙片任意寫一個時間（公車行駛時間內）。當
做到站時間，看自己應先碰上那一路車。

二、分析：



表五



四、結論

- 1 甲站為起站每隔 10 分交互開出①路②路機會相等。
- 2 乙站搭上①路車的機會②路車的 3 倍。3 : 1
- 3 丙站搭上②路車的機會為①路車的 19 倍。19:1
- 4 丁站搭上②路車的機會為①路車的 2 倍。13:7
- 5 戊站搭上①路車的機會為②路車的 2 倍。13:7
- 6 己站搭上①路車的機會為②路車的 19 倍。19:1

7. 庚站搭上②路車的機會爲①路車的 3 倍。3:1

時間很快過去，下課鐘又響了。好一個數學遊戲。大家玩的不亦樂乎。

評語：由日常生活中抽出數學素材，立意甚佳。就所限制的問題而言也解決的算完整，可惜把問題限制得太簡單了，結論就不顯得新奇了。