

探測原子— α 粒子散射的模擬實驗

高中組物理第一名

省立花蓮女子高級中學

作者：黃慧珠等四名

指導老師：陳越春

一、動機：

天地萬物形狀各異，色彩繽紛，或輕如雲絮，或巨如天體，各式各樣。但是其基本的構造均是由原子堆砌而成的。對於這半徑只不過是 10^{-8} cm 大小的原子，由於我們目不能及、手不能觸，因此只好隔著一層薄紗般地去臆測、去揣度、去求證。究竟原子的結構如何？是否有什麼奧秘之處？吾人心裏實在充滿著許許多多的問號。

自二十世紀以來，已有許多物理學家提出了各種關於原子模型的理論與研究，我們遂選擇目前最被接受的原子模型，設計模擬實驗，希望藉此實驗來驗證吾人所學。

二、目的：

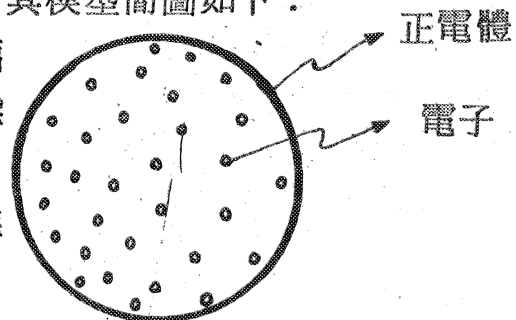
利用 α 粒子和原子間的散射模擬實驗來驗證原子行星模型。

三、原理：

1. 原子模型（理論）的發展

(1) 西元 1909 年，英國物理學家湯姆生 (J.J. Thomson) 做了陰極射線的實驗後，他就相信電子是構成原子的主要成份之一。因此湯姆生就對原子的構造，提出了一個簡單的模型。他認為原子是由許多電子和一個球形均勻分布的帶正電體所構成的，而電子嵌在正電體中，正如同葡萄乾嵌在麪包中一樣，此即所謂的「麪包夾葡萄乾模型」。其模型簡圖如下：

(2) 1911 年，英國物理學家拉塞福 (Rutherford) 利用 α 粒子打擊金箔，由 α 粒子的散射實驗中，發現湯姆生的原子模型不能解釋實驗結果～即在很多很多入射的



α 粒子中會有極少數的 α 粒子進行方向產生很大的偏折。因此拉塞福相信 α 粒子的散射應該大部分是由於正電體的影響，此正電體的體積要很小， α 粒子所受電力才會大 ($F_{\max} = \frac{kqnq\alpha}{R^2_{\min}}$)。

因此進行方向才可能產生較大的改變（即較大的散射角）。拉塞福把這些實驗結果與經驗連在一起，用庫倫定律來解釋 α 粒子和原子裏面那堆正電荷的交互作用，而提出原子行星模型。在拉塞福的模型中，一個原子就像太陽系的縮圖一樣有個中心，即帶正電的原子核，外面有帶負電的電子，受到原子核的庫倫力（電力）作用，繞核迴轉。這和太陽系的行星繞太陽運轉係受萬有引力作用的情況極為相似。

對外界而言，電子對外的電子作用恰為原子核所抵消，使整個原子對外呈中性，換句話說，原子核所帶正基本電荷數恰與核外電子個數（負基本電荷數）相等。

但是這種模型在解釋原子的穩定性方面却遭遇了困難。在當時的電磁學理論下，加速中的電荷會輻射電磁波，而拉塞福的原子行星模型是以電子在原子核外做圓周運動，而這個向心加速度就使得此電子會有電磁輻射，而由電磁輻射的引起之能量損失將使電子逐漸接近原子核，而使原子在 10^{-10} 秒極短時間內趨於毀滅，但事實上，大部分的原子却能維持相當長的穩定時間。

(3) 1913年，丹麥物理學家波爾（Niels Bohr）基於量子假設在黑體輻射與光電效應等問題的成功，提出了一些假定，解決了原子穩定性的問題，同時對原子的特殊光譜線有非常合乎實驗結果的計算。他的假設是：

- a. 原子的模型確如拉塞福所說的那樣是由電子與原子核所組成的，而電子在原子核與電子間的庫倫引力下，如古典力學所示作圓周運動（橢圓近似圓周運動）。
- b. 可是這些電子並不如古典力學所說的那樣，只要它具有足夠的能量，就能夠在任意的軌道上運動，實際的情形是只有一些特殊的軌道，才被允許，在此軌道上電子的角動量為

$h = \frac{h}{2\pi}$ (h 是普朗克常數) 的整數倍。才能夠允許電子存在。

c. 在這些特殊的軌道上，電子雖然是加速的（因為做圓周運動）但卻不會放出電磁波，也就是不輻射能量，這使得原子的能量在一段時間內保持一定。因此一般原子可以維持一段較長的穩定時間。

d. 電磁波的輻射是由於電子本來在一個能量是 E_i 的軌道上運動，突然地變到另一個能量是 E_f 的軌道上，此時會輻射電磁波，其頻率為
$$\nu = \frac{E_i - E_f}{h}$$

以上乃目前所被接受的原子模型，稱之為修正後的原子行星模型。

2. 根據拉塞福的原子行星模型，原子核比起整個原子來說必須非常小，所以整個原子裏面大部分都是空的，在這一大大片空間，只有在接近原子核的區域，為原子核正電荷所建立的電場，亦即強度與原子核中心距離之平方成反比的庫倫電力場，在距離原子核較遠處方有由帶負電的軌道電子所建立的電場，此負電荷之電場均與正電荷之電場對原子外部而言，互相抵消，所以原子外面沒有電場。

3. 現在我們可以推想 α 粒子射入這原子模型的情形。當 α 粒子掠過電子近旁，其進行的路線將無顯著的改變。但當它掠過原子核附近的強電場時，由於所受電力較大，此 α 粒子就會被散射 (Scatter) 而使其進行方向產生較大的偏折。

利用一群由鈾 (Po) 元素放射出來的高能量的 α 粒子來撞擊物質的薄膜 (例如金箔)，由於這些 α 粒子具有適當的能量，因此足以深入原子內部，實驗結果顯示：雖然絕大多數的 α 粒子均筆直貫穿原子，故原子內部大部分空間空無一物，但在極多的 α 粒子中偶而可以有一、兩個 α 粒子產生明顯的偏向。因此我們可推測發生偏向的原因是因為它擊中了 (或者是甚為靠近) 原子內部較重的“某一堆東西”，能與 α 粒子，發生強烈的相互作用，這

一堆東西即為與 α 粒子發生斥力作用的“帶正電的原子核”。

4. 拉塞福的原子行星模型在“定性”上及“定量”上似乎和 α 粒子的散射實驗相當符合，它解釋了為什麼在絕大部分的 α 粒子會不受影響，筆直通過，而又有極少部分的 α 粒子會有那麼大的偏折。

5. 模擬實驗的模型設計：

為了說明 α 粒子在原子核建立的正電場中運動情形，我們設計了此一模型（見石膏模型）來做實驗，在這力學模型中， α 粒子用滾動的鋼球來代表，而對於庫倫力，我們就造個平滑的雙曲面讓此雙曲面比一個基準平面高，高出的高度 h 和這點離開一個中心點（表示原子核）距離 r 成反比。換句話說，當鋼球滾到距離中心 r 的地方，它就有和 r 成反比的重力位能，數學式子的表示如下：

設基準平面為重力位能的零位能，則鋼球高度為 h 時，重力位能 $U_g = mgh$ 又 $h \propto \frac{1}{r}$ 即 $h = \frac{k}{r}$ k 為比例常數

$$\therefore U = Kmg \cdot \frac{1}{r} \quad \text{即 } U_g \propto \frac{1}{r} \quad (1)$$

其次我們回頭看看原子核的庫倫力場

設 q_n 為原子核帶電量， q_α 為 α 粒子帶電量， r 為兩者間的距離。

$$\text{則庫倫力為} \Rightarrow F_e = K \frac{q_n q_\alpha}{r^2}$$

$$\text{電位能為} \Rightarrow U_e = K \frac{q_n q_\alpha}{r} \propto \frac{1}{r} \quad (2)$$

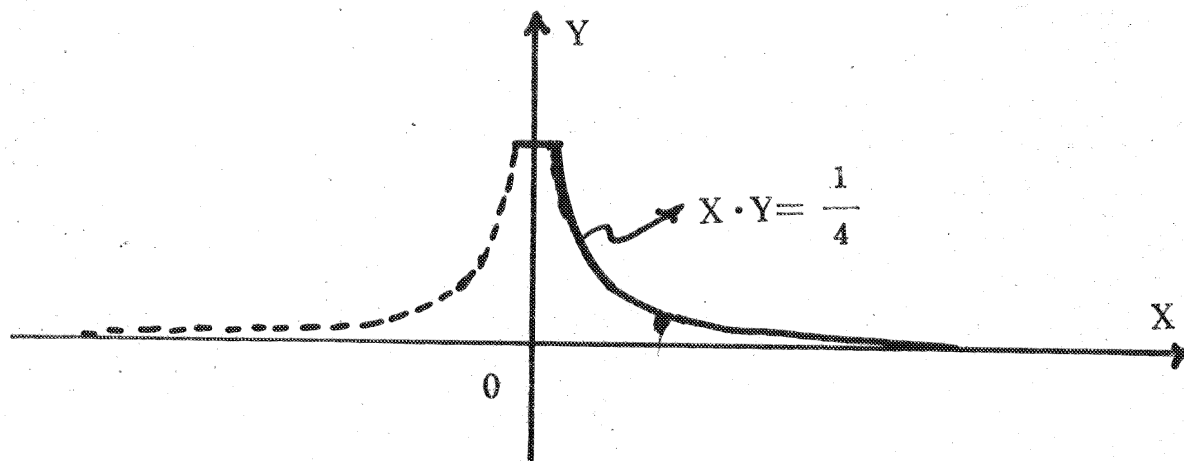
$$\text{電位為} \Rightarrow V_e = K \frac{q_n}{r} \propto \frac{1}{r}$$

比較(1)(2)可知此模型的重力位能隨 r 的變化情形恰和 α 粒子射入原子內部時，電位能和 r 的變化情形完全一致。亦即此力學模型在摩擦力很小可忽略不計的情況下，可將其看成是一原子核所建立的電位丘（庫倫電場）我們可以觀察這座 $\frac{1}{r}$ 的位能“山”上滾動的鋼球軌跡來模擬出 α 粒子接近原子核的運動軌跡。

6. α 粒子打入原子內部，由於受原子核斥力的影響， α 粒子的動能將漸減而儲存為電位能，直到 α 粒子的動能達一最小值，而後電位能又漸減轉變成 α 粒子的動能，這些變化可由滾動的鋼球表達出來，當鋼球打入這個力學模型時，動能漸減而儲存為重力位能直到鋼球動能達最小值，而後重力位能漸減轉變成鋼球的動能。

四模型的製造：

1. 於 $x - y$ 平面上，取一雙曲線，以 y 軸為旋轉軸，旋轉 360° ，則此雙曲線所掃過的平面，即構成一三度空間的雙曲面。我們的實驗模型所取的雙曲線方程式為 $x \cdot y = \frac{1}{4}$ （見附圖 2）
（附圖 2）



2. 不同曲度的雙曲面代表不同元素之原子核所建立的“電位丘”（表示不同的庫倫力場）。當原子核帶正電量越大時，此“電位丘”應該上升得越快。
3. 先用很薄的木板，做成雙曲面之雛型，然後再補上石膏，做成精確之模型。
4. 於模型之四周設計溝槽，以方便鋼球滾回發射處。（此溝槽當然具有斜度）。
5. 在基準平面上，找出斥力中心，然後畫上刻度。

五預期的實驗結果

若原子的確如拉塞福的原子行星模型中所描述的，則在帶正電的原子核所建立反平方的庫倫電場下， α 粒子的散射實驗，由理論

的推導，會有下列三種結果出現。（利用微積分及解微分方程式可得）。

1. α 粒子的運動軌跡爲一雙曲線，而原子核（斥力來源）恰爲此雙曲線之焦點（見附圖 3）。

2. 設 b 表示瞄準誤差：即 α 粒子入射時的進行方向與原子核中心的垂直距離。

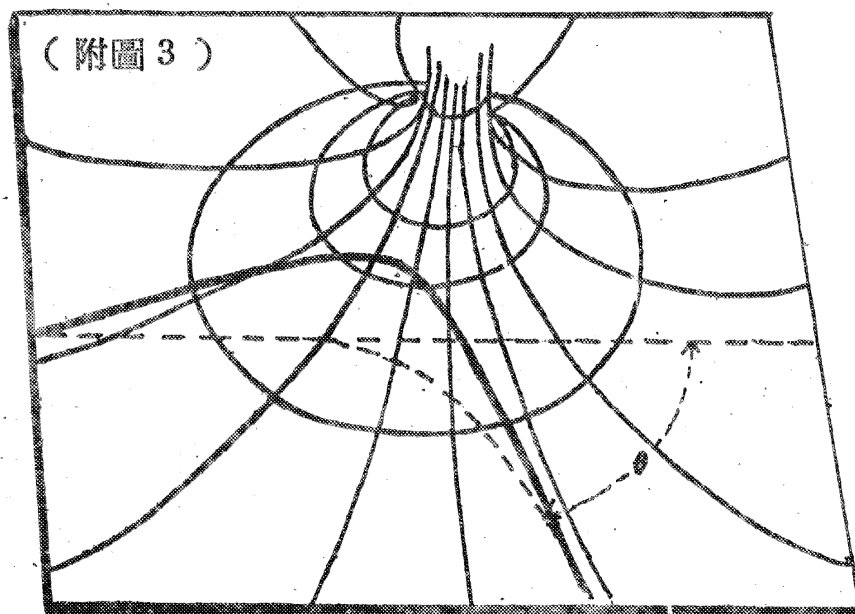
θ 表示散射角：即 α 粒子最後運動方向與原有入射方向之夾角

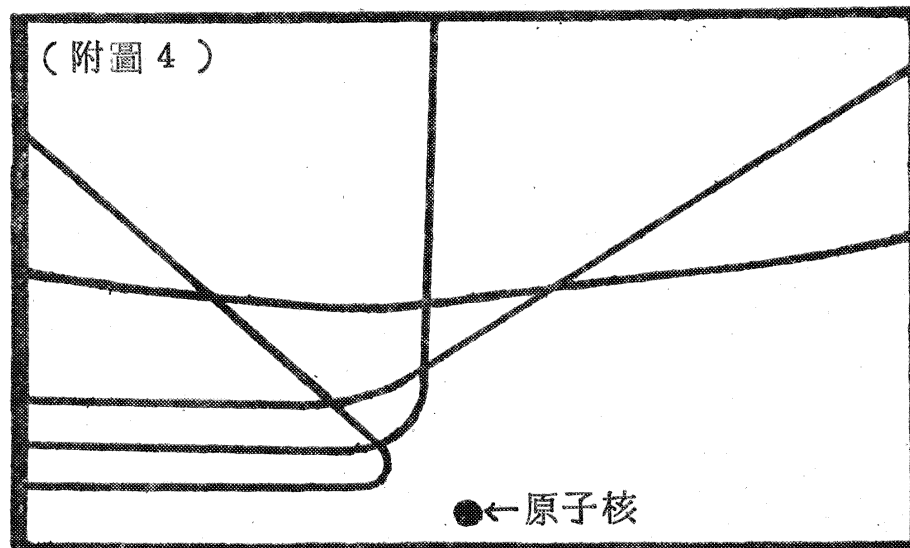
r_0 表示 α 粒子正對原子核中心射擊時所能達到的最短距離。

則利用微積分可推導出 b 與 θ 之關係式爲：

$$2 \tan \frac{\theta}{2} = \frac{r_0}{b}$$

即瞄準誤差 b 越小時，散射角越大，其關係應滿足上式（見附圖 4）





3. 設 E_α 表示入射 α 粒子的動能，則由能量不減可得

$$E_\alpha = \frac{KQnQ\alpha}{r_0} \quad \text{故 } r_0 = \frac{KQnQ\alpha}{E_\alpha}$$

$$\text{又 } \tan \frac{\theta}{2} = \frac{r_0}{2b} \quad \therefore \tan \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2b} \cdot \frac{KQnQ\alpha}{E_\alpha}$$

即在瞄準誤差 b 不變的情況下， α 粒子入射動能越大，則散射角 θ 越小，其關係滿足上式。

4. 本實驗希望能證實上面三種原子行星模型所推導的結果。

六實驗步驟：

1. 證明 α 粒子（鋼球）軌跡為一雙曲線，而原子核（斥力中心）為此雙曲線之一焦點。

(1) 調整模型基準，使呈水平。

(2) 在平台上均勻撒上滑石粉。

(3) 將鋼球由發射台直線入射雙曲面。

(4) 依不同 b 值入射鋼球，觀察記錄其所經路徑。

(5) 由實驗所觀察，粗略地描繪其圖。

2 實驗瞄準誤差 b 和散射角 θ 的關係，即 $\tan \frac{\theta}{2} = \frac{r_0}{2b}$

(1) 先測定 r_0 之值

- a. 發射台對準中心線，鋼球自發射台上之固定高度滑滾而下。此時，因撞擊參數 $b = 0$ ，故所對應之散射角 $\theta = 180^\circ$
- b. 鋼球沿雙曲面漸行上升，此時動能漸減而位能漸增，直至動能完全轉換成位能，而靜止之瞬時，量取其靜止處於模型底平面之投影點與原子核中心點之連線長，即為 r_0 。
- c. 重覆數次操作步驟 a. b.，並記錄所得之 r_0 數值。
- d. 由實驗數據，求取 r_0 之平均值。

(2) 散射角 θ 的求法

- a. 依次變換 b 值，使鋼球由發射台同一高度滾落，並使其入射方向沿直線進行。
- b. 觀察鋼球所行之雙曲線路徑，求其路徑末端之漸近線（方向同鋼球散射方向）即為散射角。
- c. 求其入射線與散射線之夾角 θ 為散射角。
- d. 由 r_0 、 θ 與 b 值求證 $\tan \frac{\theta}{2} = \frac{r_0}{2b}$

3. (1) 固定 b 值，依次使鋼球發射台之不同高度 h 下滑（即使鋼球具不同之動能）。

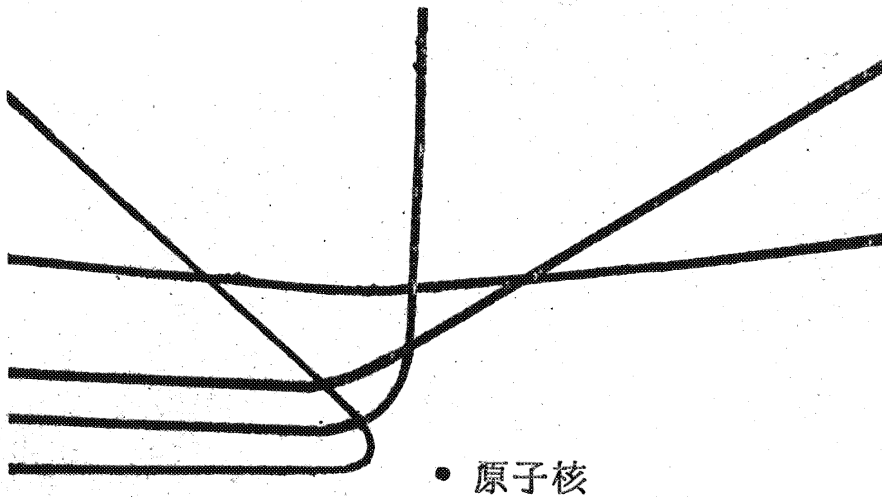
(2) 量取對應的散射角 θ

(3) 記錄 θ 值與高度 h ，並反覆實驗。

(4) 由 θ 與 h 值求證 $\tan \frac{\theta}{2} \cdot E\alpha = k'$ ，即 $\tan \frac{\theta}{2} \cdot h = K$
(K 、 k' 均為常數)

七 實驗資料及其結果：

1. 經過多次觀察，分別以不同的瞄準誤差或發射高度，皆得鋼球所走的軌跡在基準平面上的投影為一雙曲線。而此斥力模型的中心即為雙曲線的焦點之一。



r_0 : α 質點正對原子核中心射擊時，所能到達距中心點的最短距離

條件：(1) 瞄準誤差 $b = 0$

(2) 鋼球發射位能不變

次數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	平均
r_0	12.0	11.7	11.8	11.6	12.1	11.1	11.3	11.7	12.1	12.0	11.7

$$2 \cdot 2 \tan \frac{\theta}{2} = \frac{r_0}{b} \Rightarrow \tan \frac{\theta}{2} = \frac{r_0}{2b}$$

條件：鋼球發射位能不變。

次 名稱	θ (度)	$\frac{\theta}{2}$ (度)	b (厘米)	2b	$\tan \frac{\theta}{2}$	$\frac{r_0}{2b}$
1	161	80.5	1	12	5.975	5.870
2	140	70	2	14	2.747	2.935
3	126	63	3	16	1.963	1.956
4	111	55.5	4	18	1.455	1.467
5	97	48.5	5	10	1.130	1.174
6	89	44.5	6	12	0.983	0.978
7	80	40	7	14	0.839	0.839
8	70	35	8	16	0.700	0.734
9	63	32.5	9	18	0.637	0.652
10	60	30	10	20	0.577	0.587
11	57	28.5	11	22	0.543	0.534
12	51	25.5	12	24	0.477	0.489
13	48	24	13	26	0.445	0.452
14	45	22.5	14	28	0.414	0.419
15	42	21	15	30	0.383	0.391
16	40	20	16	32	0.364	0.367
17	38	19	17	34	0.344	0.345
18	36	18	18	36	0.325	0.326
19	33	16.5	19	38	0.296	0.309
20	32	16	20	40	0.288	0.293

當瞄準誤差 b 改變時，散射角 θ 也隨之改變。由實驗資料得知：

$$\tan \frac{\theta}{2} = \frac{r_0}{2b} \text{ 即瞄準誤差愈大，散射角愈小。}$$

3. $b = 8$ 厘米

名稱 次數	h (厘米)	θ (度)	$\frac{\theta}{2}$ (度)	$\tan \frac{\theta}{2}$	$\tan \frac{\theta}{2} \times h$
1	2	60.5	30.3	0.514	1.023
2	3	39.5	19.7	0.359	1.077
3	4	28	14	0.249	0.997
4	5	24	12	0.213	1.062
5	6	20	10	0.176	1.058
6	7	16.5	8.3	0.145	1.015
7	8	14.5	7.3	0.127	1.017
8	9	12.5	6.3	0.109	0.987
9	10	11	5.5	0.096	0.962

$b = 10$ 厘米

名稱 次數	h (厘米)	θ (度)	$\frac{\theta}{2}$ (度)	$\tan \frac{\theta}{2}$	$\tan \frac{\theta}{2} \times h$
1	2	45.5	22.75	0.419	0.838
2	3	31.5	15.75	0.282	0.846
3	4	23.5	11.75	0.208	0.832
4	5	19	9.5	0.167	0.837
5	6	16	8	0.141	0.843
6	7	13.5	6.75	0.118	0.829
7	8	12	6	0.105	0.840
8	9	10.4	5.2	0.091	0.819
9	10	9.6	4.8	0.084	0.839

b = 20 厘米

次數	稱 h (厘米)	θ (度)	$\frac{\theta}{2}$ (度)	$\tan \frac{\theta}{2}$	$\tan \frac{\theta}{2} \times h$
1	2	23.8	11.9	0.211	0.421
2	3	16.5	8.25	0.145	0.435
3	4	13	6.5	0.114	0.456
4	5	10	5	0.087	0.437
5	6	8.5	4.25	0.074	0.445
6	7	7	3.5	0.061	0.428
7	8	6.3	3.15	0.055	0.440
8	9	5.5	2.75	0.048	0.432
9	10	5	2.5	0.044	0.436

$$\tan \frac{\theta}{2} = \frac{KQnQ\alpha}{E\alpha} \cdot \frac{1}{2b} \quad \text{當 } b \text{ 固定時} \quad \tan \frac{\theta}{2} \propto \frac{1}{E\alpha}$$

$$\text{又 } E\alpha = mgh \quad \therefore \tan \frac{\theta}{2} \propto \frac{1}{mgh} \propto \frac{1}{h}$$

$$\text{即 } \tan \frac{\theta}{2} \cdot h = K \quad K: \text{常數}$$

因此，若能證明 $\tan \frac{\theta}{2} \cdot h = K$ 則表 $\tan \frac{\theta}{2} = \frac{KQnQ\alpha}{E\alpha} \cdot \frac{1}{2b}$ 成立

即 b 固定時 $\tan \frac{\theta}{2}$ 和 $E\alpha$ 成反比。

由實驗資料所得出的結果，“ $\tan \frac{\theta}{2} \cdot h$ ”在實驗誤差內的確為一常數，由此可證明 $\tan \frac{\theta}{2} = \frac{KQnQ\alpha}{E\alpha} \cdot \frac{1}{2b}$ 成立。亦即原子核的確建立

一庫倫電場，使 α 粒子產生散射。

八、實驗誤差之討論：

1. 基準面之水平問題

當帶正電之 α 粒子掠過原子核附近，僅受一原子核靜電場之斥力，故在模擬實驗中，銅球必須於滾過雙曲面時，亦僅受一對

應於原子核斥力之重力作用。倘若模型基準平面無法維持水平，則鋼球於曲面各部所受之重力就無法均勻地對應原子核的斥力，其路徑就會產生偏轉誤差。

2. 雙曲面之平滑問題

考慮鋼球滾過雙曲面時受之摩擦力，對於路徑之影響。

3. 測量誤差

(1) 散射角 θ 之量取，於目測鋼球行進路線時，只憑視覺暫留之目測，決定路線，容易產生誤差，使 θ 值發生再度的差異。

(2) 考慮儀器本身之精密度，及操作儀器之精確性。

4. 鋼球入射方向，必須沿直線前進，否則誤差甚大。

5. 因雙曲面突起高度僅只 10cm ，故於 b 值較小時（即較接近中心線時）當鋼球由發射台發射，其高度不得超過 10cm ，否則鋼球會越過曲面突起而騰空，作不規則方向之散射。

九. 實驗的改進

1. 留下軌跡的處理方式

由於在曲面撒上滑石粉只能留下輕微的痕跡，影響實驗數值的精密。因此，我們構想將一小球固定於一稍大之空心球內（保持其穩定性），並裝上有色粉末，然後在外球的表面開幾個小孔，當球滾動時，使粉末自小孔中漏出，就可留下清晰的軌跡形狀了。

2. 減少摩擦力的改進方法

物與物的接觸運動，總免不了磨擦力的產生。利用空氣軌的原理，假如我們也將曲面作同空氣軌之構造，形成一層氣墊，摩擦力的誤差就可以忽略不計了！

評語：製作新穎裝置，顯示粒子散射現象。以簡單模型說明複雜之物理現象，生動、明確。製作細心，能獲取數據使實驗結果與理論符合。可供數學示範之用。

注意：超過規格應扣 3 分，實得 89 分，仍列為第一名。