

不想依樣畫葫蘆——

突破的國小圓面積求法

國小教師組地球科學第三名

台北縣三峽鎮插角國小

作者：鄭端容·王笑容
張顯榮

一、製作動機：

兒童可以說是道地的實證主義者。凡事他們都希望能以自己的方式求得證實後，方肯罷休，即使是數學上的一些定理、公式，他們也都不肯就囫圇吞棗，很需要透過他們的行為，如：看、操作、計算等印證過後才能接受，學習也才能牢固。圓面積的求法，素來都是把圓等分後併合為平行四邊形，而以半徑×半周再演繹為半徑×半徑×3.14的方法教學。是否有另外突破傳統的，更具體的，更直截的求法來滿足兒童的需求呢？

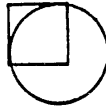
二、學理依據：

1



如上兩圖，圓和以其直徑為邊長的外切正方形，以及以其半徑為邊長的正方形之間，周長及面積都有其必然的以及不變的關係。

2 圓面積是以半徑×半徑×3.14為一般計算的類型。而且通常

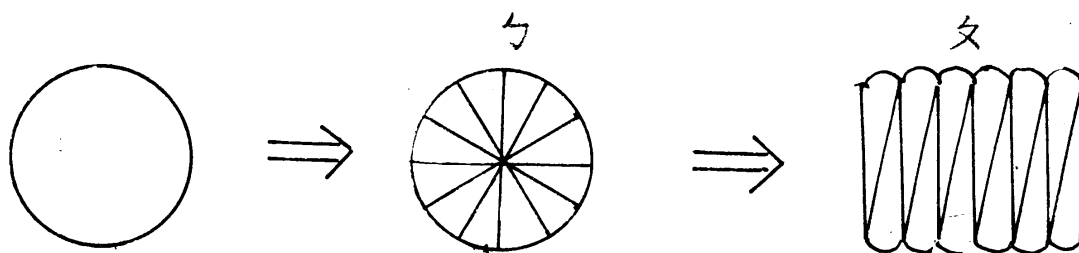
求圓面積的條件多為半徑的長度，則利用  這圖形上正

方形與圓之間的面積關係，必可直截證明：

$$\text{半徑} \times \text{半徑} \times 3.14 = \text{圓面積}$$

三、說明：

(一)傳統分割併合式圓面積求法的檢討：



- 1 這個算法一直為國小數學中教學圓面積所沿用。當然是正確的，而且被認為是最容易懂的。
- 2 然而這個方法有兩個阻礙，我們在教學前必須克服。
 - (1)兒童對面積的保存性是否真正了解。
 - (2)操作時要把圓形細割有困難。尤其要到使圓周有直線的感覺，幾乎是不可能。
- 3 根據我們對各年級 70 個學生（本校學生數不多）測驗結果是這樣的：

(1)保存性的認識

項 目	年 級	三	四	五	六
認為ㄅ、ㄆ二圖一樣大		15	30	41	47
認為ㄅ、ㄆ二圖不一樣大		44	33	25	21
正答人數比率		21.43%	42.86%	58.57%	67.14%

※其餘答不知道

也許我們在整個數學的教學中有很多缺失，也許因為我們地偏，兒童所受思考性的刺激較少，只是這個測試的結果顯示兒童對這一圓形面積的保存性不甚了解。

(2)細割後圓周的部分會成為直線：

項 目 \ 年 級	三	四	五	六
會	2	19	28	48
不 會	40	30	27	22
正答人數百分率	5%	27.14%	40%	68.5%

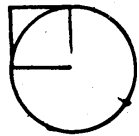
※其他為答不知道的

這個測試甚至是我們用綫圈在圓周上拉直以後再以圖示查問的。

(4)所以我們認為除了用這個方法以外，應該有另一個可以為國小兒童接受的圓面積求法以為輔助。

□我們的構想：

1 求圓面積的公式是半徑×半徑×3.14，那麼：



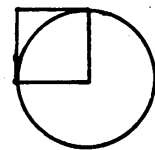
如左圖圓面積必定為以其半徑為邊長的正方形面積的3.14倍

2 在四年級第一次教學面積的當初，我們曾經以實際大小的1, 平方公分去排在所欲計量的圖形上面，用數算的方法從而引導長×寬的公式來。

3 現在，我們是否也可以循著這樣的方法指導

。答案當然是肯定的，我們將用實測的方法把這個圓上，正方形以及圓面積數算出來，

以證明正方形面積（半徑×半徑）×3.14就是圓面積，以了解：只憑半徑長就可以求圓面積的道理。



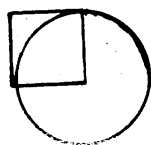
4. 不過兒童已較成熟，而且對面積的計量也已有學習的基礎，我們可以不必像四年級時候那樣一個個去排，而可以利用在方眼紙上畫和算的方法。

5. 所以我們在整個思考的過程中全部以正方格的數目為計量的

單位，而不用長度。

(三) 研究內容：

1 畫圖：



(1) 用 5mm 的方眼紙，並取 20 格長為半徑畫圓。

(2) 以半徑為邊長，就在圓上畫一正方形。

2 算出以半徑為邊長的正方形面積格數：

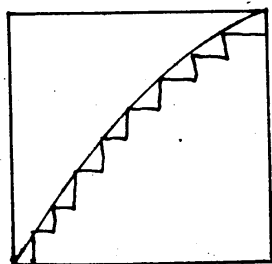
(1) 根據舊經驗即刻可以算出 $20 \times 20 = 400$ 。

(2) 正方形面積是 400 格。

3 數算圓面積格數：

(1) 為簡化手續先算出 $\frac{1}{4}$ 圓的面積格數再乘以 4 求得全圓格數

(2) $\frac{1}{4}$ 圓面積格數的算法。



① 把沒有碰到圓周的完整的格子和碰到圓周不完整的格子劃分開。

(展示板上著色表示，可清楚辨別)

② 數算完整的格子數為 294 格。

③ 圓內不完整的格子與圓外的部份併

合為完整的格子，共得 39 格，屬於圓內的是一半，所以 $39 \div 2 = 19.5$ 格。

④ $\frac{1}{4}$ 圓的面積格數是 $294 + 19.5 = 313.5$ 格。

(3) 全圓面積格數是 $313.5 \times 4 = 1,254$ 格

4. 半徑上正方形與圓之間的面積關係：

(1) $1,254 \div 400 = 3.135$ 倍約 3.14 倍。

(2) 圓面積是半徑上正方形面積的 3.14 倍。

四、結論：

(一) 經過實測，我們確認了：

1 圓的面積是以其半徑為邊長的正方形面積之 3.14 倍。所以

圓面積是：正方形面積（半徑×半徑）× 3.14。

2 我們只憑半徑的長度，便可以求得圓面積即：

$$\text{半徑} \times \text{半徑} \times 3.14 = \text{圓面積}$$

五、附語：

我們爲了不願意每年，每年毫無檢討，毫無疑問的依樣畫葫蘆。所以嘗試了這樣的方法，在我們雖然是突破的、是創新的，但是它比起傳統的方法是不是更適合兒童？却有待在實際教學中去求證。