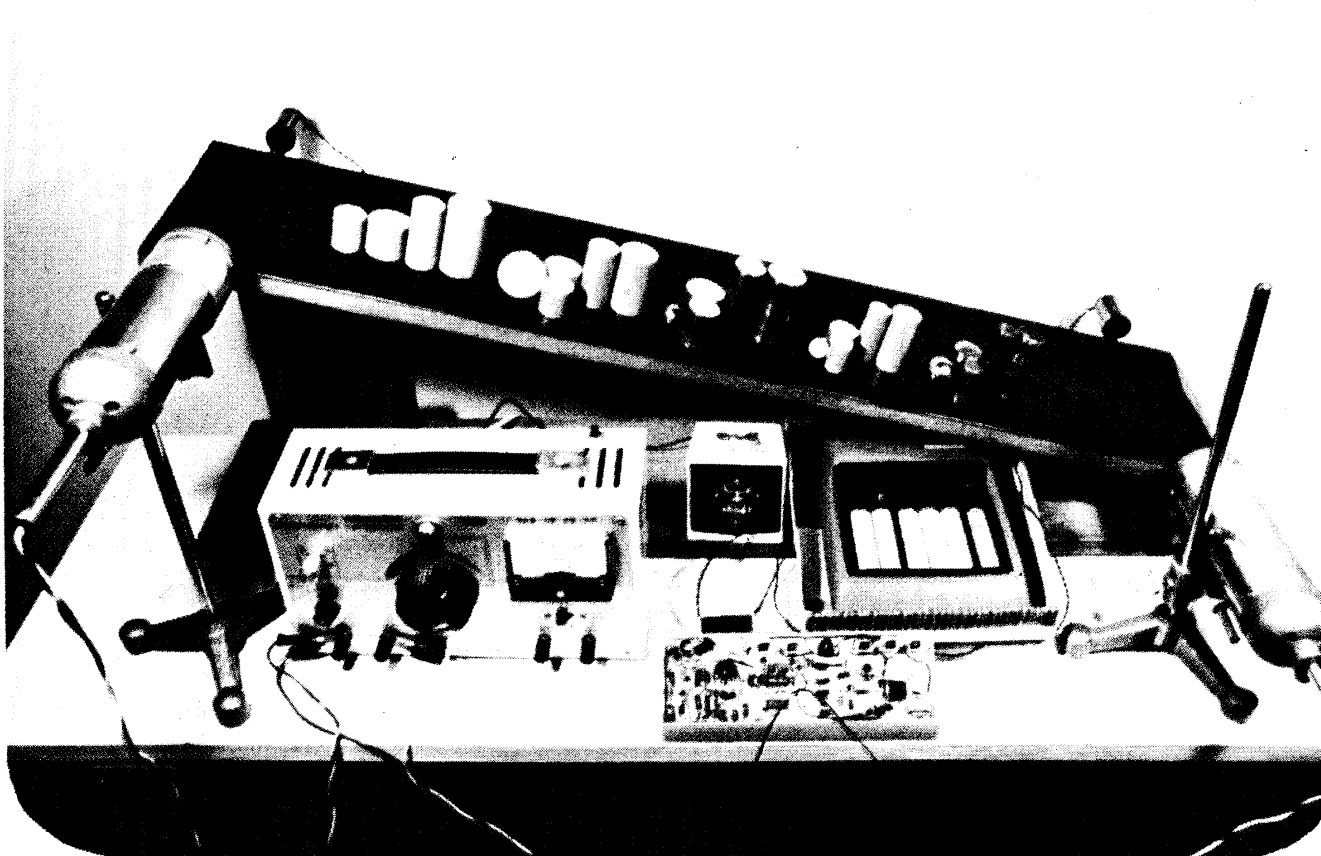


# 新課程“圓筒的滾動”之探討與實測

## 國小教師組物理第一名

台北市太平國民小學

作者：連日標·柯明正



### 一、下面的實驗結果怎樣？您能預測嗎？

拿幾個圓筒（或球）在一個斜面上滾動，您想，那一類的圓筒（或球）能滾得最快呢？重的或輕的？長的或短的？空心或實心的？粗的或細的？鐵的或鋁的？

上面這個實驗非常有趣，可媲美伽利略在比薩斜塔做的自由落體實驗，也正是小學五年上期自然科學實驗教材“圓筒的滾動”所要探討的。

### 二、作者為什麼要深究本問題呢？

那些因素會影響圓筒滾下斜面所需的時間呢？您或許會認為

：每次拿兩個不同類的圓筒同時滾下斜面，就可以很快的解決問題。其實不然，許多學生都如此嘗試過了，却得不到肯定的答案，教師也無法立即發現學生之所以產生偏差的原因，當然談不到及時輔導。在這樣的情況下，培養信心的科學態度是不可能的。作者之所以要深究本問題，就在為自己解決困難，同時也為有疑難的教師找一條可循之路，以免像古哲亞里斯多德一樣“誤人子弟”（他認為物體由高處落下的速度重的比輕的大）。

### 三、作者做了些什麼準備呢？

1 構想：設計電子測時儀，利用它來實測滾動物體落下斜面所需的時間。方法是在斜面上方各裝置一組投受光系統，利用滾動物體滾落遮光的兩個瞬間啓閉計時開關，計時方法是利用脈波產生器推動計算機，顯示數字。

#### 2 設計和製作：

(A)投受光系統：將本校現有的投光器加以改造。原投光器，透鏡焦距15公分，燈筒15公分，只能投射平行光，作者加一焦距10公分之透鏡於原投光器，使其合成焦距成為6公分，能在近距離把光線聚於一點。受光器則利用135軟片匣，片軸中心鑽穿，裝硫化鎘光導體CdS Cell於一端。軟片匣裏裝薄鋁片，將露出匣外的鋁片用螺絲固定於投光架之鐵棒上（這可算是創作之一）。投光架也自己適當的加以改造。

(B)斜面：運用三角函數設計一架開合式斜面能開成 $5^\circ$ 、 $10^\circ$ 、 $15^\circ$ 不同之斜角。斜面墊高5公分，以配合投受光器之使用，也便於承受從斜面上滾落之物體。為減少滑動及噪音，斜面可覆以橡皮墊，但會增加斜面與物體間動摩擦係數。

(C)滾動物體：選用圓棒、圓筒、鋼球、玻璃球、乒乓球、研磨圓棒、圓筒之切斷面。圓筒切斷面貼以膠帶，使其能擋先，每個滾動物體都測量其內外徑、長度、重量，以便比較。

(D)滾落物體承受盒：將無蓋紙盒之一面切掉一部分，使剩下部分有6公分之高。盒內墊以海綿。盒子要放在斜面下方，使滾落物體能滾入盒內。

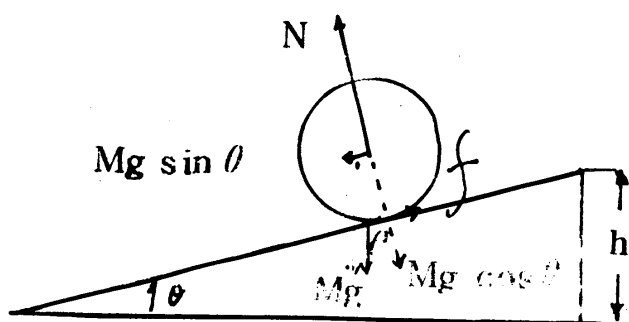
(E)計算機 ( Electronic Calculator ) : 從運算鍵(±)引出導線，使其能與電子測時儀連動運算。起動前的準備是Ⓒ | (±) | Ⓓ。

(F)電源：本校現有的交直流電源供應器不能同時供應三種不同電壓。作者添加變壓器、整流器等於供應器內，使其能適合應用。

(G)電子測時儀：此儀器主要的電路包含光電比較電路、無接點開關、脈波產生電路等。電路彼此間之連結及電路之修正設計，作者頗費苦心，終能依獨特之設計研製成功。此儀器能測時至 0.044 秒。

3 參考資料：光電比較電路參考賴耀宗譯“太陽電池與光電池實驗指南”徐氏基金會出版(民國五十九年)P77。無接點開關參考楊明家譯“SCR 認識與應用”協志工業叢書(民國五十九年)P211。脈波產生器參考“Transistor Manual”，7th Edition, General Electric Co 1970, P 338。電子零件參考“The Semiconductor Data Book”，Motorola Semiconductor Products Inc., 1968 等。關於圓筒滾動的力學分析參考 D. Halliday and R. Resnick: “Physics” 1968 等。

#### 四、圓筒滾動的力學根據是怎樣的呢？



N：斜面施於圓棒之垂直力。M：圓棒之質量。  
 g：重力加速度。f：旋轉所需之靜摩擦力。  
 θ：斜面之斜角。a：質量中心線加速度。

v：質量中心線速度。R：圓棒半徑。h：斜面高度。α：角加速度。I<sub>cm</sub>：質量中心為軸時之轉動慣量。

斜面上質心圓棒的力圖示於上面。質量中心沿斜面方向的平移運動是  $Mg \sin \theta - f = Ma$ 。

靜摩擦力  $f$  對質量中心有距臂  $R$ ，能使圓棒轉動，其旋轉運動是

$$fR = I\alpha = \left(\frac{1}{2}MR^2\right) \left(\frac{a}{R}\right)$$

$$f = \frac{1}{2}Ma \text{。把此值代入第一式，得 } a = \frac{2}{3}g \sin \theta$$

此加速度，不管圓棒在斜面上的那一位置，那一瞬間，都相同。

由  $V^2 = 2as$  得

$$v^2 = 2 \left(\frac{2}{3}g \sin \theta\right) S = \frac{4}{3}g \frac{h}{s} S = \frac{4}{3}gh, \quad v = \sqrt{\frac{4}{3}gh}$$

$$\text{轉動所需的最小靜摩擦力是 } f = \frac{1}{2}Ma = \frac{1}{2}M \left(\frac{2}{3}g \sin \theta\right) =$$

$$\frac{1}{3}Mg \sin \theta \text{。圓棒和斜面之間的靜摩擦力若小於此值，則起滑動}$$

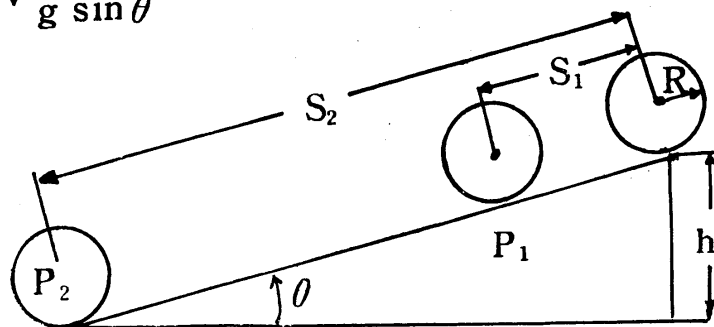
。

圓棒的滾動，就質量中心的移動來說，是一種直線等加速運動。

故由  $S = \frac{1}{2}vt$  ( $S$  為距離， $t$  為時間)，得

$$t = \frac{2S}{v} = \frac{2S}{\sqrt{\frac{4}{3}gh}} = \sqrt{\frac{3S}{g \sin \theta}}$$

滾動的圓棒經過斜面上之兩點  $P_1$ ， $P_2$  (如圖) 所需的時間為



$$(t_2 - t_1) = \sqrt{\frac{3S_2}{g \sin \theta}} - \sqrt{\frac{3S_1}{g \sin \theta}} = \sqrt{\frac{3}{g \sin \theta}} (\sqrt{S_2} - \sqrt{S_1})$$

$$= \frac{\sqrt{S_2} - \sqrt{S_1}}{\sqrt{g \sin \theta}} \cdot \sqrt{3}$$

此即本實驗所要測量者。斜面上其他滾動物體，也可以用同樣的方法求得。

#### 五、從以上的分析可以知道些什麼呢？

拿幾個滾動物體在一個斜面上滾動，那一類的滾動物體能滾得最快呢？正確的答案是實心球最快，實心圓棒次之，薄殼球第三，空心圓筒最慢。因為

$$\sqrt{2.8} < \sqrt{3} < \sqrt{\frac{10}{3}} < \sqrt{3 + \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2}$$

$$\text{，但 } \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 > \frac{1}{3}。$$

從力學分析的結果看，滾動物的輕重、長短、粗細、質料都不是影響滾落時間的因素。其主要因素是重力加速度（ $g$ ），斜面的斜角（ $\theta$ ），在斜面上滾動的距離（ $S$ ），和質量對滾軸的分佈情形，也就是轉動慣量（ $I_{cm}$ ）。

#### 六、滾動物體的外型和滾落時間的實測結果怎樣？

滾落時間的實測值是多次實測的平均，理論值是根據前表（ $t_2 - t_1$ ）計算的結果（ $g = 980 \text{ cm/sec}^2$ ， $\theta = 15^\circ$ ， $S_1 = 5 \text{ cm}$ ， $S_2 = 85 \text{ cm}$ ），實心圓棒  $\div 0.76$  秒，實心球  $\div 0.73$  秒，薄殼球  $\div 0.80$  秒，空心圓筒如表所列，誤差是實測對理論而說的。

本實測雖有若干誤差，但可以驗證滾動物體彼此間之相對速度正如前面分析的結果。

儀器之誤差，操作之誤差（同下面討論）及忽略動摩擦損失，是實測誤差的原因。

#### 七、爲什麼學生的實際操作會有不同的結果呢？

學生沒用測時儀，怎樣比較圓筒滾動的快慢呢？原來，他們的實驗是每次取兩個不同類的圓筒，同時在一個斜面上滾動，看那一類滾得快，這樣一個個比較之後，才求出結論來的。他們的這一種結論往往和理想情況的不盡相同，爲什麼呢？推其原因可能有下列幾種情形。

1 滾動物體非真正的圓柱體或球體。

2. 滾動物體非“均質”( Homogenous )。
3. 圓棒或圓筒的切口不平，周緣凹凸不圓。
4. 滾動時，滾動路線彎曲，滾較長的距離。
5. 滾動時，帶有滑動或跳動。
6. 斜面對水平面成縱橫兩方向的傾斜。
7. 斜面彎曲、不平或左右不均勻。
8. 釋放兩滾動物體，時間不完全一致。
9. 釋放兩滾動物體時，力的方向不完全一致。
10. 釋放兩滾動物體時，釋放位置一高一低。
11. 其他。

#### 八、本作品有什麼價值？

1. 本作品闡釋圓柱體或球體滾動之原理和觀念，對教學法的改進、教材的選擇有極重要的參考價值。
2. 本作品對“光電測時儀”等實驗器具之製作和應用有所介紹，對自製教具、創新教具方面亦有貢獻。
3. 本作品演示“滾動測時”之新操作方法，對利用斜面的其他實驗及短時間的測量等有示範作用。
4. 本作品不僅對小學自然科學教育有直接關係，對初、高中以及大學之物理課亦有關聯，可供參考。