

方圓之間—進一步認識圓

高小組數學第一名

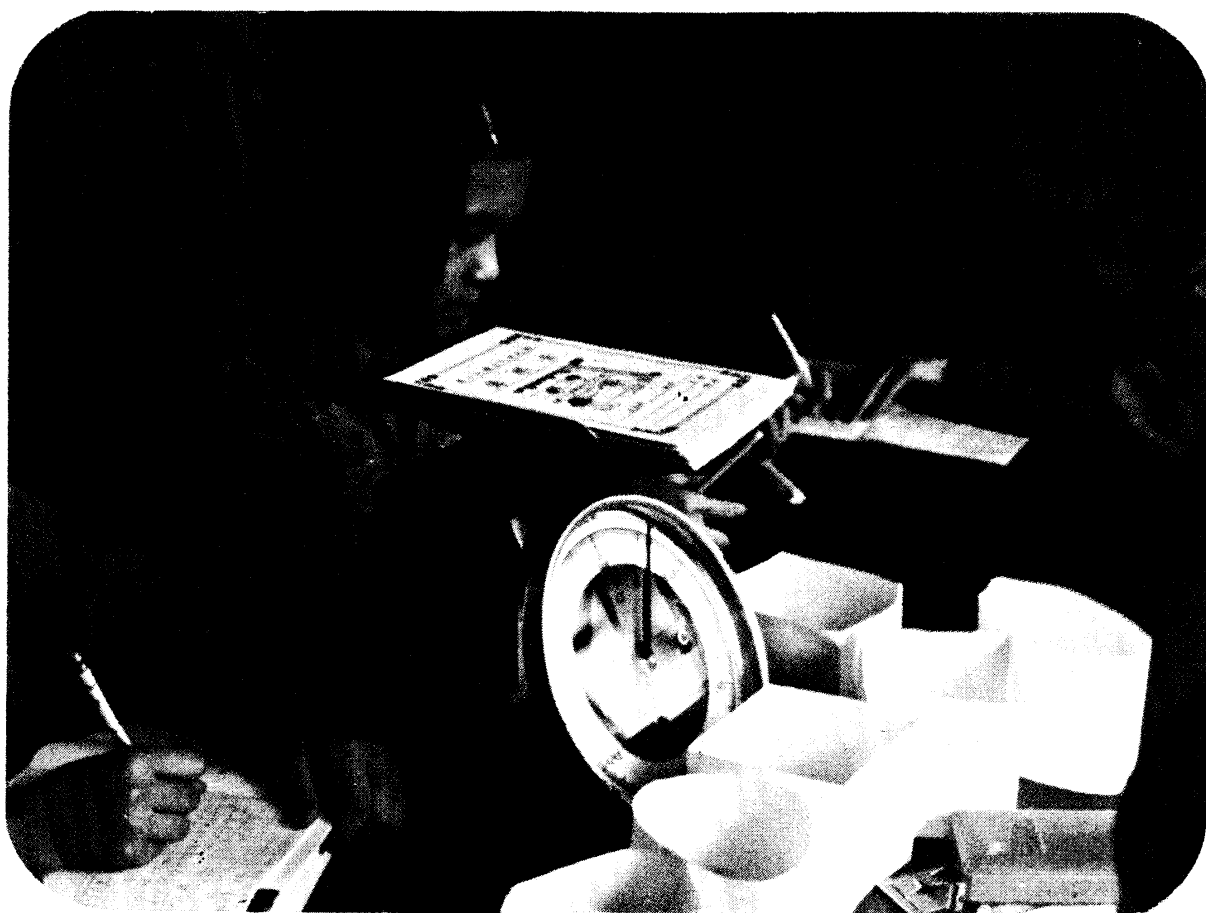
彰化縣彰化市民生國民小學

作者：張雅惠·呂正彥

第三十六名

指導老師：林海清·張農

莊浚琦



壹、研習動機：

「爲什麼容器大都是圓形的？」去年我們在研究「三角數與四角數的探討」時，其中在操作罐頭、鼓、汽油桶的堆排實驗時，因爲所使用的器材都是圓柱體的，我們心中就有個疑問：爲什麼這些東西都要做成圓形的呢？後來在一次的郊外遠足中，發現同學們帶來的飲料容器，大大小小的，不管是塑膠的、鐵皮的或

玻璃裝的，大都是圓形的，我們更感覺到奇怪了，為什麼這些東西不做成四方形呢？上課中同學們把它提出來討論，老師說：「這問題很有趣，也很有意義，我們可以進一步蒐集資料，加以研究探討。」於是我們就運用去年的經驗，繼續研究這個問題了。

貳、研習目的：

- 1 圓形容器的容量是否較大？
- 2 圓形容器的材料是否較少？
- 3 圓形器物使用時是否較方便實用。

參、研習方式：

- 1 分組研究——實地調查
- 2 共同討論——操作分析
- 3 整理結果——歸納驗證
- 4 提出報告——展出成果

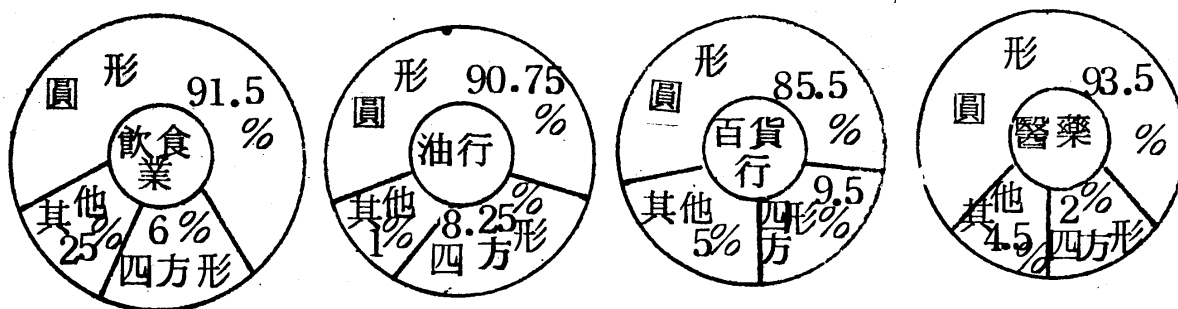
肆、研習活動的內容：

活動——實地調查：

- 1 各自調查家庭中使用容器的狀況，經統計如下：

容 器 形 狀	數 量	百 分 比
圓 形 (圓柱體)	3592	88.7%
四方形 (長方體) 正 方 體	286	7.5%
其 他	173	3.8%

- 2 分組調查市面上使用容器的狀況經統計如下：



活動二參觀訪問：

民國六十七年十一月廿二日赴臺灣鳳梨公司參觀，由廠長黃種華先生引導介紹一般食品罐頭大都是圓形的主要原因是：

1. 節省材料
2. 容積較大
3. 封蓋方便
4. 美觀
5. 耐壓力較大

民國六十八年二月五日赴清水洽發企業公司參觀，由宋主任敦厚先生引導介紹散裝穀倉大都是圓形的，其主要原因是：

1. 佔地較小
2. 容積較大
3. 節省材料
4. 內部無角落裝填容易
5. 外部耐風的阻力小

活動三操作實驗：

(一)比較圓形和方形面積的大小

實驗控制：同是長一百公分的線段分別圍成圓形和方形。

操作經過：①分成六組，其中一組利用線段分別圍成圓形並計算

面積，其餘五組根據長與寬不同組合圍成各種不同長方形，並計算面積。

②四方形面積如下：（其中以正方形的面積最大）。

周長	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
長	49	48	47	46	45	44	43	42	41	40	39
寬	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
面積	49	96	141	184	225	264	301	336	369	400	429

周長	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
長	38	37	36	35	34	33	32	31	30	29	28
寬	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
面積	456	481	504	525	544	561	576	589	600	609	616

周長	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
長	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17
寬	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
面積	621	624	625	624	621	616	609	600	589	576	561

周長	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100
長	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6
寬	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44
面積	544	525	504	481	456	429	400	369	336	301	264

周長	100	100	100	100	100	100	100	100	公	分		
長	5	4	3	2	1				公	分		
寬	45	46	47	48	49				公	分		
面積	225	184	147	96	49				平	方	公	分

③圓形面積如下：

④比較面積的大小：

周長 100 公分

直徑 31.8471 公分

半徑 15.9235 公分

面積 796.18 平方公分

名稱	類形 數量	圓形	四方形	相 差
		周 長	100 公分	100 公分
面 積		796.18 平方公分	625 平方公分	171.18 平方公分

實驗結果：

1 長方形面積根據長寬不同的組合逐漸變大，其中以正方形最大。

2 雖然是同樣周長但圓形面積較四方形面積大。

(二)比較圓柱體和方形體體積的大小：

實驗控制同為寬二十五公分長一百公分之模造紙，分別作成長方體和圓柱體。

1 分成六組其中一組做成圓柱體並計算體積，其餘五組根據長寬不同組合做成不同之長方形。

2 長方體的體積如下：（其中以正方體的體積最大）

高	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25
長	49	48	47	46	45	44	43	42	41	40
寬	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
體積	1225	2400	3525	4600	5625	6600	7525	8400	9225	10000

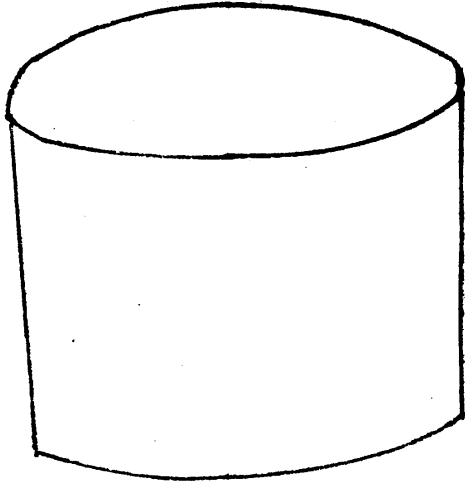
高	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25
長	39	38	37	36	35	34	33	32	31	30
寬	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
體積	10725	11400	12025	12600	13125	13600	14025	14400	14725	15000

高	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25
長	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20
寬	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
體積	15225	15400	15525	15600	15625	15600	15525	15400	15225	15000

高	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25
長	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10
寬	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
體積	14725	14400	14025	13600	13125	12600	12025	11400	10725	10000

高	25	25	25	25	25	25	25	25	25	單位
長	9	8	7	6	5	4	3	2	1	公分
寬	41	42	43	44	45	46	47	48	49	公分
體積	9225	8400	7525	6600	5625	4600	3525	2400	1225	立方公分

3. 圓柱體積如下表：



高：25 公分

直徑：31.85 公分

體積：19904.456 立方公分

表面積：3296.17 平方公分

④比較體積的大小：

名稱	類 型	圓 柱 體	方 形 體
	數 量		
高		25 公分	25 公分
體 積		19904.456 立方公分	15625 立方公分
表 面 積		3296.17 平方公分	3750 平方公分

實驗結果：同高同側面積的容器圓形較方形的體積大。

(三)比較圓柱形和方形容器使用材料之多少

實驗控制同為高10公分容量一公升之容器一個是圓形一個是方形。

操作經過分別計算其表面積的大小如下：

名稱	類 型	圓 柱 體	方 形 體
	數 量		
容 積		1 公 升	1 公 升
材 料 (表面積)		554.5 平方公分	600 平方公分

實驗結果：圓形容器較節省材料。

(四)比較圓柱體和方形體所承擔壓力的大小。

實驗控制：

同為一百八十磅模造紙所做之高十公分容量一公升容器
經十五次實驗其承擔壓力如下：

類 別	次 數	1	2	3	4	5	6	7	8	9
		無 底	圓 形	4510	6501	4220	4170	4300	2530	2980
	方 形	3015	1830	1100	2660	2000	1980	2120	2210	2310
有 底	圓 形	2935	2300	2230	3590	3083	1930	3590	4090	4000
	方 形	950	1870	860	1695	1400	1600	2790	1590	1540

類 別	次 數	10	11	12	13	14	15	平 均	(單位：克)
		無 底	圓 形	2755	3110	2230	4380	4061	
	方 形	2200	1870	520	1870	2000	1300	1822.53	
有 底	圓 形	3500	5300	2940	3610	2850	3640	3305.87	
	方 形	3017	2500	1590	1920	1750	2120	1812.8	

實驗結果：同高同體積的容器圓形的承擔壓力較方形的大。

(五)比較圓柱體和方形體承受風吹阻力之大小。

實驗控制：同是一百八十磅模造紙所做之高十公分容量。

操作經過：1 同置於電扇前，按鈕五秒鐘，量其移動距離，經統計如下：

單位：公分

類別	次別 移動距離										平均
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
圓形	7.5	2	5	5.4	6	10	12	7	11	4	6.99
方形	18.5	54	18.5	30	21	30	18	28	29	31	27.8

2 分別置於電扇前固定位置，按鈕五秒鐘，量其移動距離（經統計如下）

單位：公分

類別	次別 移動距離										平均
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
圓形	2.5	3.5	2.5	12	7	2	5	4	10	10.5	5.9
方形	15.5	9	10.6	13	19	18	19	12.5	30	29.5	19.6

實驗結果：同高同容量之容器，圓形的受風吹動距離較短亦即阻力較小。

(六)比較圓形體方形體滾動情形：

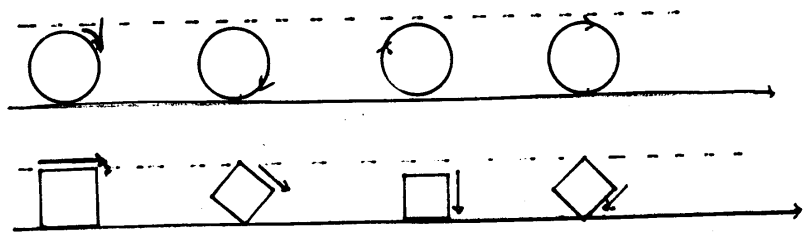
實驗控制：周長同為 12 公分厚度 3 公分圓形體和方形體各一種。

操作經過：1 放在斜度 30° 長 10 公分的木板上分別試驗其滾動的距離如下：

形別 \ 次別 距離	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	圓形	216	214	231	176	236	177	211	303
方形	4	3.5	3	10	2	4.5	2.5	4	1.25

形別 \ 次別 距離	10	11	12	13	14	15	平均	(單位：公分)
	圓形	187.5	201	231	245	204	258	
方形	2	3	2	7	5	4.5	3.88	

2 滾動的動作分解：



實驗結果：1 圓形的東西較易滾動，滾動時亦較平穩。

伍、研習的發現：

- 1 如果面積相等，圓形的周長較方形的短。
- 2 容器的高度相等時，其側面所需的材料以圓柱形的最小。
- 3 圓形倉庫佔地少，容量大，建築材料較少，而且內部無死角，裝填容易，外部受風阻力較小，安全牢固。
- 4 體積較小的圓形容器，不但握拿方便，而且內部無死角裝填容易，像碗、鍋子、茶杯、熱水瓶等。
- 5 圓柱形的容器承擔壓力較方形的為大，省材料，而且使用機器加壓封蓋時，其側面較不易產生凹進的現象。
- 6 圓柱體容器由於四周距圓心等長，故壓力圈均衡，因此較為堅固耐用，像水塔、倉庫等。
- 7 圓形容器滾動方便，因此一般體積較大的容器，而常需移動，

大都做成圓形較為方便，像汽油桶等。

8. 圓形東西滾動平穩，因此車輪、輪胎、滑輪、輪軸都做成圓形，不但省力，而且舒適方便實用。
9. 圓形水管，不但較方形的節省材料，而且容量較大，施工方便且不易凹偏。
10. 由實驗中可以驗證……水泥電線桿及高樓大廈的柱子做成圓形，不但節省材料，而且堅固耐用，上部承擔壓力較大。
11. 樹木枝幹自然長成圓柱形，就是為減少風吹阻力。
12. 大鼓、小鼓、鈴鼓…等樂器做成圓柱形，不但使用方便，共鳴聲音更好。

陸、心得與展望：

- 1 回顧三年來我們參加少年科學研習活動雖然比較忙祿，但却獲得了許多課本以外的知識。
- 2 三年來我們研習過三個主題，全部是以數學為主題，而且都和日常生活有關的，因此我們確信日常生活中有許多有趣的數學問題有待我們繼續去探討。