

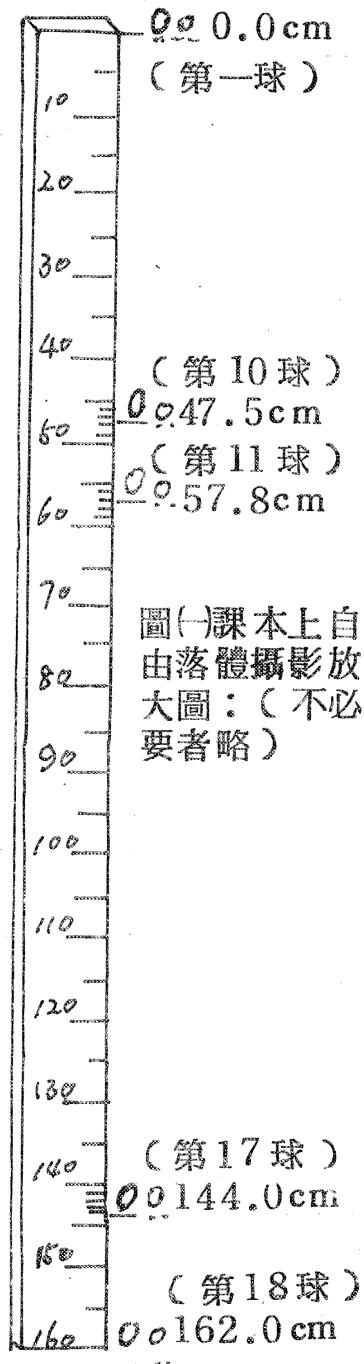
自製測定重力加速度教具及其研究

國中組物理科第一名

高雄縣立阿蓮國中

作 者：林武龍・陳新堂

指導老師：李 喆・趙元賓



一、動機：

(一)在我們所學的國中物理課本中，直接用來測定重力加速度的儀器與實驗是物理第二冊 P111 所提示的多次曝光照相機及照片，茲錄原文如下：如圖(一)「質量不相同的兩個球同時開始落下時的情形這圖是利用每 30 分之一秒閃光一次的照相裝置所拍攝的。利用這張照片試算出重力加速度 g 的值」。

1 圖(一)簡介，有大小二球同時下落合攝於一張照片中，第一球為靜止位於標尺 0.0cm，其餘各球的位置如圖(一)所標示。

2 計算例一：依據 $S = \frac{1}{2} g t^2$

..... ①

①此處 $S_{18} = 162.0\text{cm}$ 而 t 為 $1 / 30$ 秒的 17 倍，所以 $t = 0.567\text{ sec}$ 代入①式

$$\text{則 } 162 = \frac{1}{2} g t^2 \therefore g = 1078 \text{cm/sec}^2$$

3 計算例二：

因為 g 還未確定，不能用 $Vt^2 = 2gs$ 來求 Vt ，所以 V 及 V_0 均以平均值為準，則互相抵消之結果，仍為正確。

$$\text{若 } V = \frac{S_{18} - S_{17}}{t_{18} - t_{17}} = \frac{162 - 144}{1 / 30} = 540 \text{ cm/sec}$$

$$V_0 = \frac{S_{11} - S_{10}}{t_{11} - t_{10}} = 309 \text{ cm/sec}$$

$$t = 7 \times 1 / 30 = 0.23 \text{ sec} \quad t_0 = 0$$

$$\therefore a = g = \frac{540 - 309}{0.23 - 0} = 1004.35 \text{ cm/sec}^2$$

4.由以上兩種不同方式的計算例來看，應以例二較正確，但與標準值比較仍相差甚鉅，且 $1004.35 > 980$ 的結果更不能作令人滿意的解釋，因為

①台灣省是低緯度省份，其重力加速度應小於 980 cm/sec^2 才合理。

②空氣有阻力及浮力，所以其實際的 g 應小於 980 cm/sec^2 才對，基於以上理由，我們就請老師解釋，老師的答覆是一同作「實驗研究」。

(二)在以往的國中物理課本中有 $T = 2\pi \sqrt{1/g}$ ③

一式，我們可以設計一個比較精密的單擺能自動追查出 T 來，作為與動機(一)研究結果比較，這樣我們所求得的 g 值不是更較正確嗎？

三、用多次摄影方式测定本地的重力加速度：

(一)如何設計照相機

1. 原則

利用現有的「KODAK EK2 INSTANT CAMERA」

」（以後簡稱 EK2）可以快速顯像，省略了很多沖洗、翻印等的儀器、藥品、時間以及曝光的危險和攝影技術的經驗。

2 市售 EK2 內容簡介及改良

①它已把曝光時間、光圈大小、物距、像距等因素結合一起，以便攝影者的使用。但却因此帶來了①物距應在 1.2 到 2.4 公尺內否則就會影像模糊或光度不足。②曝光時間是依據物體的光度自動調節的，不像一般照相機可隨心所欲地調整快門時間③特種的閃光燈，仍不足應付多次曝光全部時間的需要，所以在室內必須另設光源，才能使「遲鈍」的照片感光。

②根據上述三難題，我們在老師的指導下，作了以下的改良

(1) 把光圈擴大成原有的三倍（試驗所得的最佳室內光圈）即可在室內 40W 日光燈的照射下，攝得滿意的照片，且物距亦可增加到 4 公尺內。

(2) 把快門與相機內的自動電子控制裝置脫離，使得快門在第一次按下時打開，經過任何長的時間，只要不停地按住快門是一直打開的，但只要放鬆快門（即關閉快門）後，對同一張照片來說，第二次按快門時，快門是不會再打開了。

3 多閃孔的設計：

(1) 如何修正馬達轉速：我們找到了一個減速馬達，經過多次的測定其每轉 100 圈的平均時間約為 75 秒，但由於未裝穩壓設備，其轉速常有±秒的誤差。所以在每次照相前都應當再測定 100 轉的時間，以期符合當時電壓情況，當然即使不作修正，對每 100 轉只有±秒的誤差而言，則每轉的誤差只有±0.01 秒，何況轉盤上刻有 16 格，其誤差只有±1 / 1600 秒了，已可忽略。

(2) 如何設計多閃盤：如圖二所示，我們預定落體所落之距離

爲 170 cm 則
由①式 170 =

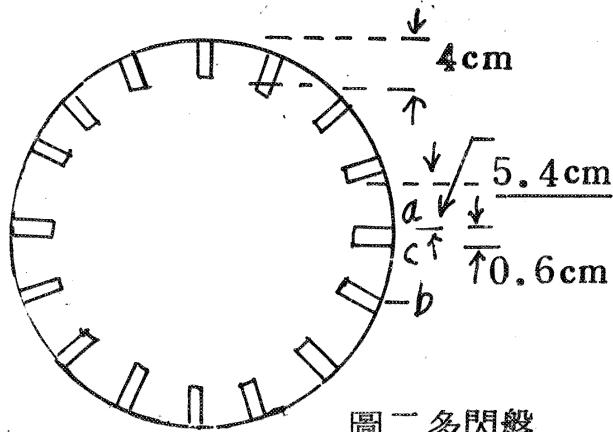
$$\frac{1}{2} g t^2 \quad t =$$

$$0.589 \text{ sec.}$$

由上述轉盤的
週期 (T) 為
0.74 秒所以

全部過程並未
超過一轉的週
期，因此我們

爲了多閃孔的準確把轉盤分成 16 孔 (如圖二)。



圖二多閃盤

並由圖計算，則 a b 的時間爲 $\frac{75}{1600} = 0.046875 \text{ sec.}$

而 a c 的時間爲 $\frac{0.6}{6} \times 0.046875 = 0.0046875 \text{ 秒。}$

(3)像的個數：預定落體落下 170 cm 需要 0.589 sec 作爲參考，而每閃一次的時間爲 0.046875 sec 所以應閃動的次數爲 $\frac{0.589}{0.046875} = 12.6$ 次。若加上原靜止的第一球，則應攝得 14 個球像。

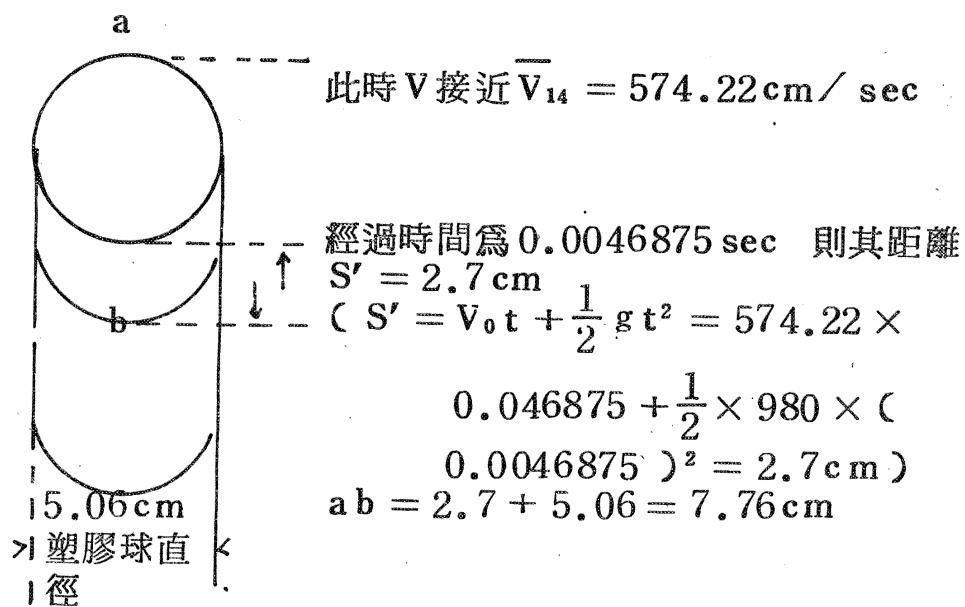
(4)像的長度：取直徑爲 5.06 cm 的塑膠球作爲落體，則其像在 0.0046875 秒的感光時間中，仍爲作加速度運動。若以第 14 球 (最末球) 為例：

$$\bar{V}_{14} = \frac{S_{14} - S_{13}}{t_{14} - t_{13}} = \frac{\frac{1}{2} \times 980 \times (13 \times 0.046875)^2 - \frac{1}{2} \times 980 \times (12 \times 0.046875)^2}{0.046875}$$

$$\times 980 \times (12 \times 0.046875)^2$$

$$= 574.21 \text{ cm/sec}$$

如圖第 14 球的分析：



現將 170 cm 之全景容於 8.5 cm 的相片中，又設第 13 球的像長爲 x cm，則 $170 : 8.5 = 7.76 : x$ ， $\therefore x = 0.388$ cm 而第一球（靜止球）的像長 y 應爲 $170 : 8.5 = 5.06$ ： $y \therefore y = 0.253$ cm，由此可見二球在相片中的像長有著很大的差別。爲了彌補此誤差，所有球像位置都應以圖三的 a 點作爲標準。

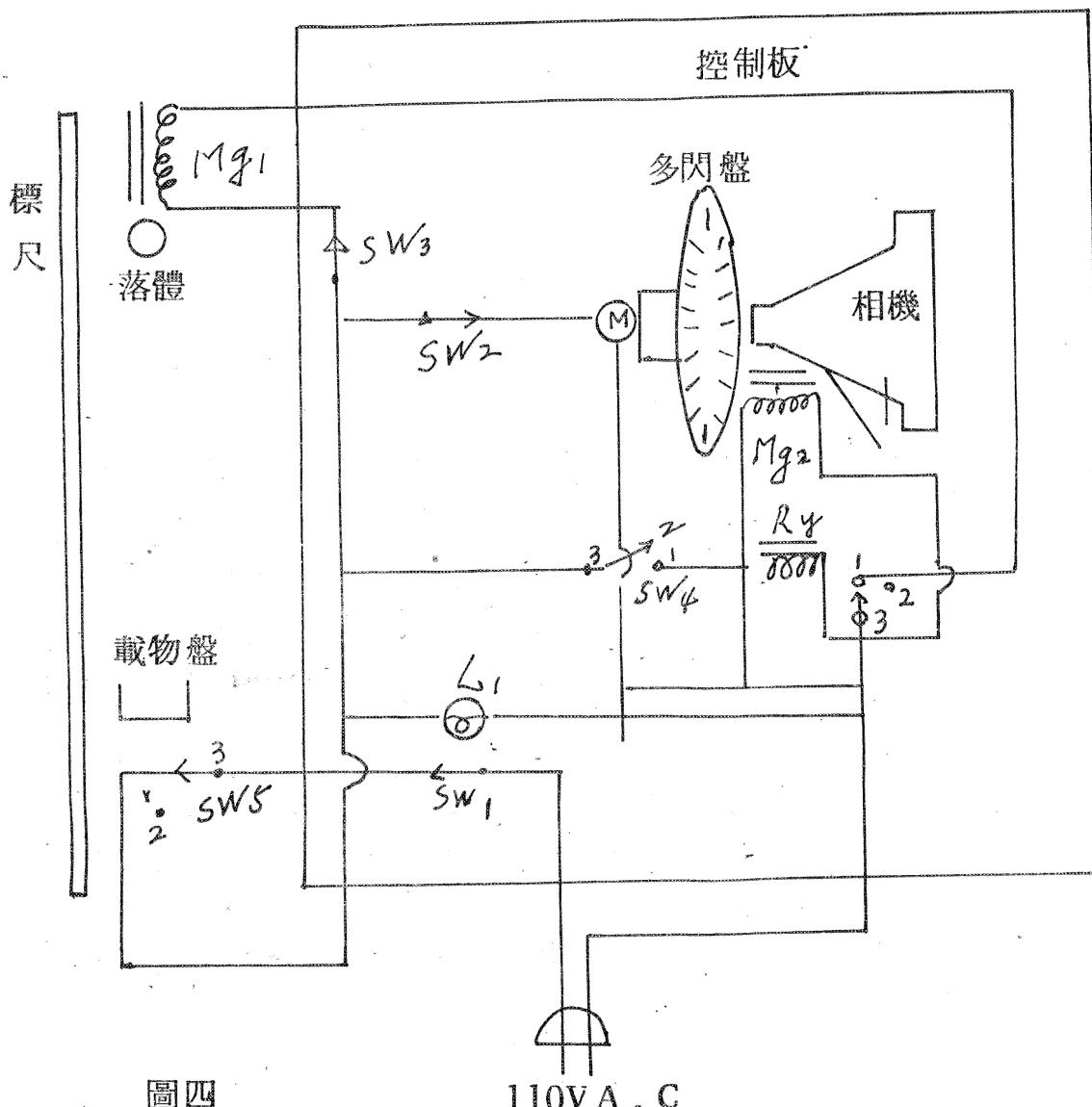
4. 如何使落體與快門同步：如圖四

(1) 圖四說明：

- ① 綠色爲實物：如紅色說明
- ② 藍色爲電路圖： SW_1 為總開關， SW_2 為馬達開關， SW_3 吸引落體的電磁鐵 Mg_1 開關， SW_4 為快門電磁鐵 Mg_2 及繼電器 Ry 的開關， SW_5 載物盤壓動開關， L_1 指示燈。

(2) 工作原理：

- ① 準備攝影： SW_1 、 SW_2 、 SW_3 、 SW_5 以及 Ry 外線通路，此時 L_1 發光，表示已準備完成。插入相機，令其快門洽在 Mg_2 的連桿上。



圖四

110VAC

②攝影：按下 SW_4 ，使 3 與 1 通路，則同時引起ⓐ Mg_2 工作，相機快門被打開。ⓑ Ry 的 3 與 1 斷路，以致 Mg_1 無磁，落體下降。因為 SW_2 已在準備時接通，多閃盤一直已轉動。ⓒ由ⓐ與ⓑ之同時工作，使相機的快門與落體同步。

③攝影完成：當落體落入載物盤時由其動能的衝壓，使

S_{w_5} 的 3 與 1 斷路，則全機無電， Mg_2 無磁，快門關閉，攝影隨落體之下落而同步完成。當然落體會因載物盤的反作用力而上跳，使 S_{w_5} 的 3 與 1 又通路， Mg_2 又工作，但沒有關係，因相機的快門對於同一張相片只會打開一次。

(二) 我們所攝影得到的結果：如圖五，並請參閱照片

$$1. \text{ 按 } S = \frac{1}{2} g_1 t^2 \text{ 算之}$$

$$S_{14} = 149 \text{ cm}$$

$$t = 13 \times 0.046875$$

$$= 0.609375 \text{ sec}$$

$$\therefore g_1 = \frac{2S}{t^2} = 802.5 \text{ cm/sec}$$

$$2. \text{ 按 } g_2 = \frac{\bar{V}_{14} - \bar{V}_7}{t_{14} - t_7} \text{ 算之}$$

$$\bar{V}_7 = 192 \text{ cm/sec}$$

$$\bar{V}_{14} = \frac{S_{14} - S_{13}}{t_{14} - t_{13}} = 512 \text{ cm/sec}$$

$$g_2 = \frac{512 - 192}{0.326} = 975.6 \text{ cm/sec}^2$$

(三) 討論：

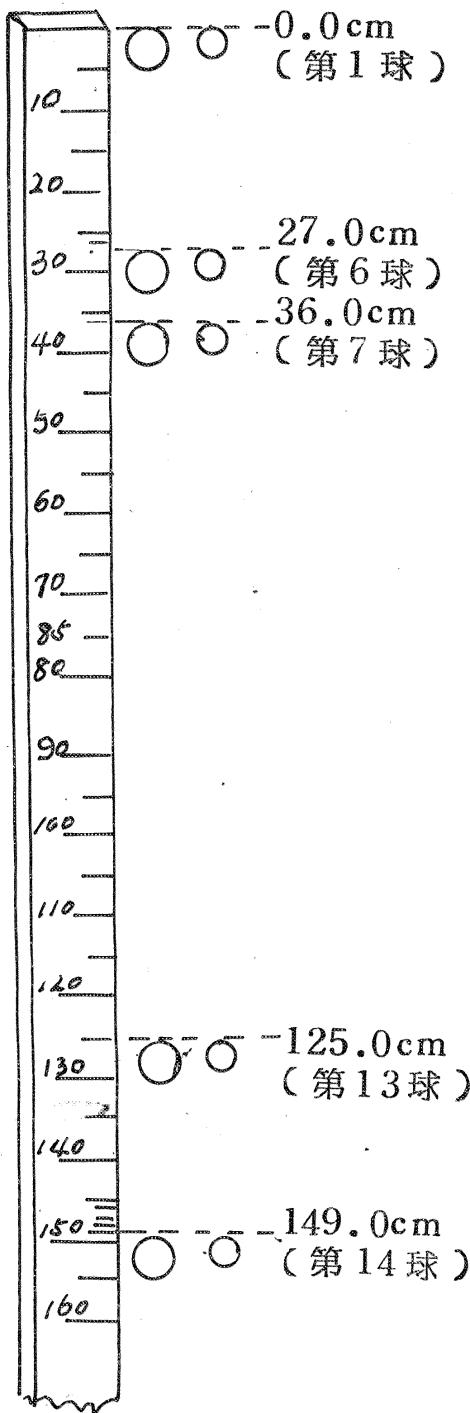
1 經過多次攝影，落體的影像情形，均如圖五，只是距離的數

值有少許出入，而其某次的速度，則均可按 $\bar{V} = \frac{S - S_0}{t - t_0}$ 而變化，所以圖五為正確。

2 由二種不同的計算方式，可以得到二個重力加速度值，茲討論如下：

(1) 按 $S = \frac{1}{2} g_1 t^2$ 所得的 $g_1 = 802.5 \text{ cm/sec}^2$ ，其誤差

之原因，在於第一球的正確位置並不是 0.0 cm。主要是因為相機的快門與多閃盤的起始格不同步。不能攝得第一



圖五：我們所攝自由落體放大圖

的誤差是有限的。

(3)由照片顯示，鋼球（直徑2.7 cm）與塑膠球（直徑5.06 cm）同時落地。足以證明伽利略實驗的正確性。也就是

靜止球的像影響到 t 的正確性，所以 g_1 應放棄。

(2)按 $g_2 = \frac{\bar{V}_{14} - \bar{V}_7}{t_{14} - t_7}$ 算得 $g_2 = 975.6 \text{ cm/sec}^2$ 應屬可靠，因為 $t_{14} - t_7$ 中沒有同步的問題存在，且 S_{14} 與 S_7 均可以相片為依據，所以已排除起始點的同步困難。而 $975.6 < 980$ 亦為正確，因為本省屬於低緯度，且有空氣的浮力和阻力， 975.6 cm/sec^2 對高雄縣阿蓮鄉阿蓮國中的實驗室中是正確的，至於空氣的浮力和阻力，對於密度大於空氣的密度很多，且速度並不太大的落體來說，是可以忽略的。而且在臺南平原來說，海拔都不太高，所以因高度所引起

說，自由落體的速度與物體的體積、重量無關。

4. 若將塑膠球改為保麗龍球，且與鋼球的體積相等，如照相。則顯而易見，兩球不能同時落地。

三、利用單擺來驗證多閃攝影的 g_2 值：

(一) 為何要用單擺來驗證：

1 為何要驗證：我們所得到的多閃攝影的 g_2 值雖較課本中的值合理，但是科學是求真的， g_2 值真的很準確嗎？所以必須驗證。

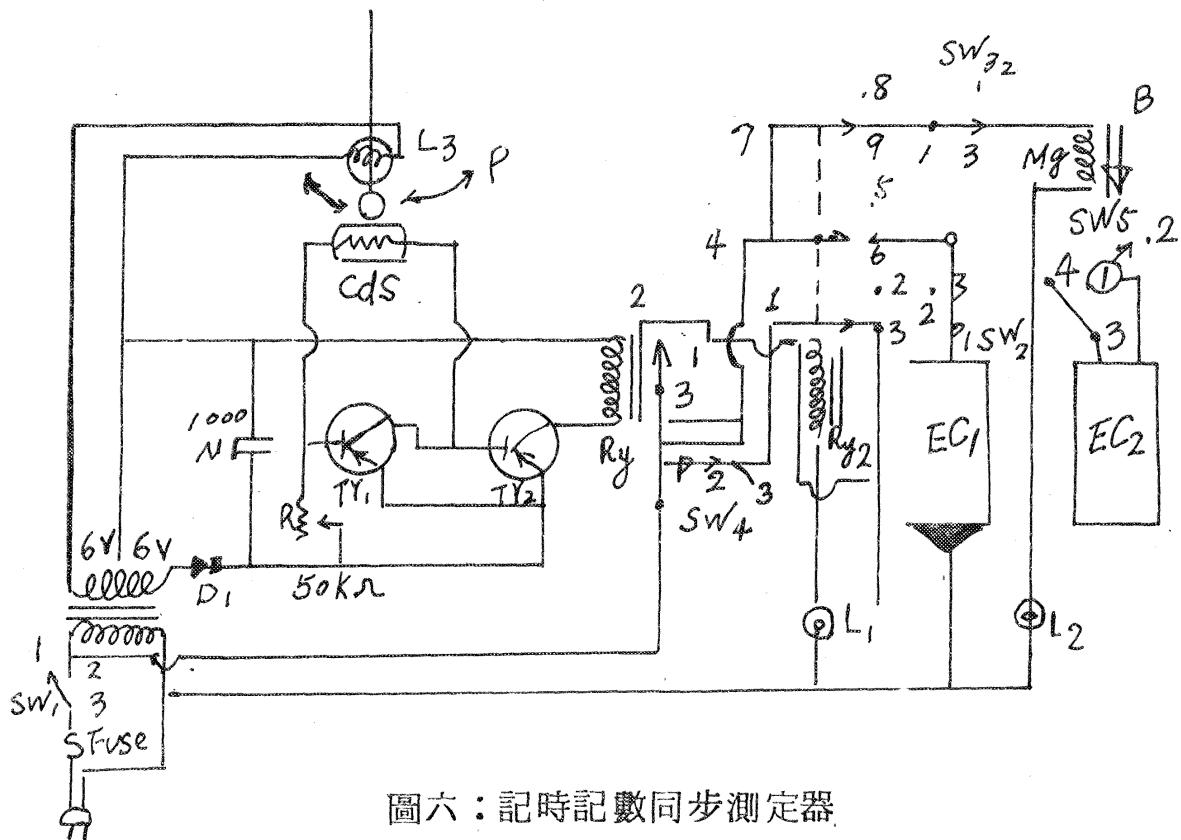
2. 為何用單擺來驗證：因為 $T = 2\pi \sqrt{1/g}$ 與 $g = \frac{\bar{V} - \bar{V}_0}{t - t_0}$

是兩種不同的求重力加速度的方法。所以用單擺來驗證是比較客觀的方式。

3. 在國中工藝課本電子工的教材中，我們還學會了很多電子方面的知識和技術，所以能作出更精密的單擺測定器。

(二)如何製作準確的單擺：

1 如何使 T 準確：如圖六



圖六：記時記數同步測定器

圖六說明：

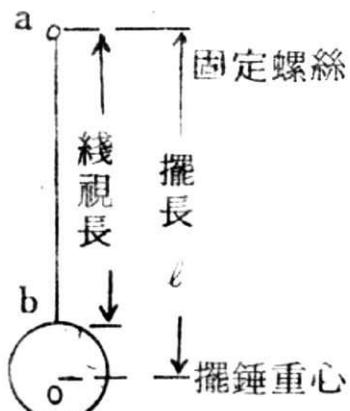
(1)綠色爲實物：P爲單擺及軌跡，每擺一週期必通過 L_3 與 Cds 之間兩次，EC₁ 為計數器，當 Ry₂ 的 1 接 3 及 Sw₂ 的 1 接 3 時每接通一次 EC₁ 的數字即增加 1，EC₂ 是以 0.1 sec 為單位的計時器，當二引出線不接時，EC₂ 即可以 0.1 sec 的週期連續記時。但當 Sw₃ 的 1 接 3，Sw₅ 的 1 接 3 或 4 時，記時立即停止，B 為電磁撞擊桿以啓動 Sw₅。Sw₅ 為連續開關，可延 2, 3, 4 各點每次一點循環接通。

(2)藍色爲電路圖：

- ① Sw₁ Sw₂ Sw₃ Sw₄ 為一般單刀開關
- ② L₃ 為 3V 手電筒是 Cds 的光源（圖上以 6VAC 代）
- ③ L₁ L₂ 為普通 110VAC 燈泡，可作指示，並可調節 Ry₂ 及 Mg₁ 的電流。
- ④ Cds 為硫化鎘光敏電阻，作為擺次的檢查。
- ⑤ D₁ 為二極晶體，提供 6VDC。
- ⑥ Tr₁ 為低放三極晶體，Tr₂ 為功率放大三極晶體。
- ⑦ Ry₁ 為 6V 瞬敏度很高的繼電器，每當 CDS 的電阻降低時 Ry₁ 就會使 2 與 3 通路，Ry₂ 即有電流通過。
- ⑧ Ry₂ 為 110VAC 單刀三擲繼電器，當通電時 1 與 3，4 與 5，7 與 9 都成通路。

2 如何決定擺長 l 如圖七：

說明



圖七

$$bo = 1 / 2 \times 5.35 = 2.675$$

但由於尺有誤差所以必須做適當的修正。

3 操作過程

- (1)首先用尺量定擺長 l 再使擺錘在 L_3 與 Cds 間來回自由擺動，不要碰到其他任何東西。

- (2)使 S_{w_1} 的 2 接 3，此時 Ry_1 及 Ry_2 就有敲擊聲，且 L_1 會閃光，若沒有聲音可調可變電阻 R 。
- (3)按 EC_1 使其歸零，按 EC_2 的「1」同時發動 S_{w_5} 使 1 與 4 通路此時的 EC_2 只要 S_{w_5} 的 1 接 2 (空極) 即可記時。
- (4)左右兩手同時使 S_{w_2} ， S_{w_3} 的 1 接 3，則 EC_1 就可因 Cds 反應而每一次加「1」而 EC_2 已開始記時，此時立即將 S_{w_3} 的 1 接 2 (空極) EC_2 已自動連續記時了。
- (5)當 EC_1 的數字顯示需要的數字時(例如預定測量 100 週的時間，則當數字到達 101 時，即為希望停止的數字)右手按 S_{w_4} 使 1 接 2。此時 EC_1 及 EC_2 的數字均在 Ry_2 的次一次工作後同時停止。而 EC_1 的數字減 1 除 2 即為單擺的次數。 EC_2 的數字減 1 除 10 即為所經過的時間秒數。

(三)測定的結果

1. 求證擺幅與週期的關係：

(1)控制變因 $l_1 = 25.775\text{ cm}$, $l_2 = 98.98\text{ cm}$

擺動 10 次，錘重 = 68 gw，錘半徑 = 2.675 cm

改變變因：擺幅

(2)測量結果：如表(1)

擺幅	$10^\circ \sim 20^\circ$	$20^\circ \sim 30^\circ$	$30^\circ \sim 40^\circ$			
擺長 1 cm	25.775	98.98	25.775	98.98	25.775	98.98
擺動次數	10	10	10	10	10	10
所需時間	10.2 sec	20.0	10.2	20.0	10.2	20.0
週期 T 次/秒	1.02	2.00	1.02	2.00	1.02	2.00

表(1)擺幅與週期的關係

(3)討論：

①由表(1)可知擺幅在 $10^\circ \sim 40^\circ$ 之間時如果擺長不變，則週期恒為一定值。

②由 $l_1 = 25.775\text{cm}$, $T_1 = 1.02 \text{Hz}^{-1}$ 代入 $T = 2\pi$
 $\sqrt{1/g}$ 則 $g_1 = 978.04\text{cm/sec}^2$ 在台灣南部來說
 , 此值已甚精確可靠。

③由 $l_2 = 98.98\text{cm}$ $T_2 = 2.00 \text{Hz}^{-1}$ 可得 $g_2 =$
 976.89cm/sec^2 與 g_1 比較則少 1.15cm/sec^2
 究其原因可能是空氣的阻力改變，或測量用尺欠準確。

④振幅在 10° 以下，由於本機為光電感應機械，必須有相
 當直徑的球，才能造成反應的暗影 (0° 以下範圍太小
 Cds 會全部被暗影所遮沒，以致不能反應。)

⑤ 40° 以下已非本實驗所需，所以不必測定。

2 求證錘重與週期的關係：

(1) 控制變因： $l = 25.57\text{cm}$ 擺動次數 20 次，擺幅在 $10^\circ \sim 20^\circ$ 之間改變變因：錘重

(2) 測定結果：如表(2)

錘重 gw	錘半徑	錘體積	密度 gw/cm^3	擺動次數	週期
18 gw	1.17cm	23.23 cm^3	0.77	20	1.035Hz^+
86 gw	2.52cm	67.00 cm^3	1.28	20	1.035Hz^{-1}

表(2)錘重與週期的關係

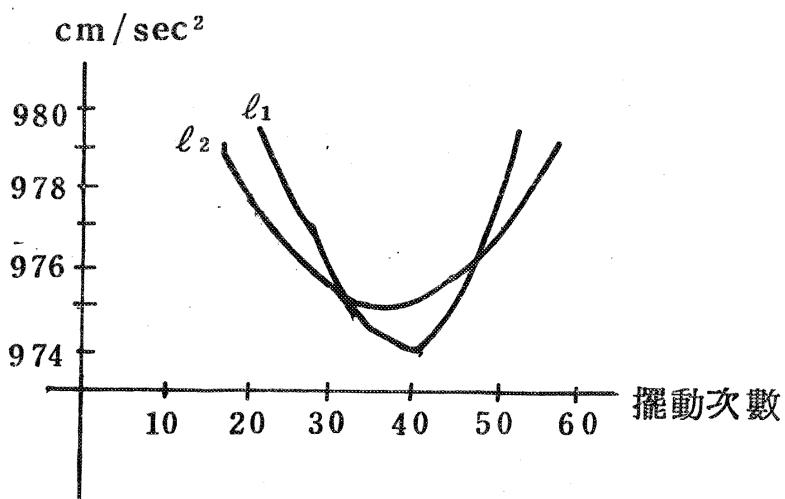
(3) 討論：只要錘的密度比空氣的密度 (0.001293g/cm^3
 STP) 大很多，則當擺長一定時，錘重與週期無關。

3 求當地的重力加速度

(1) 以 18gw $T = 1.77\text{cm}$ 的塑膠球作為擺錘時，測量結果
 如表(3)及圖八。

擺長 ℓ (cm)	$\ell_1 = 25.57\text{ cm}$				$\ell_2 = 97.61\text{ cm}$			
EC ₁ 數字	41	61	81	101	41	61	81	101
擺動次數	20	30	40	50	20	30	40	50
EC ₂ 數字	204	306	408	509	398	597	796	994
所需時間 sec	203	305	40.7	50.8	39.7	59.6	79.5	993
週期 T (HZ ⁻¹)	1.015	1.017	1.018	1.016	1.985	1.987	1.988	1.986
重力加速度 cm/sec	979.85	976.00	974.08	977.92	977.99	976.02	975.04	977.01

表(3)用 18 gw 塑膠球測重力加速度

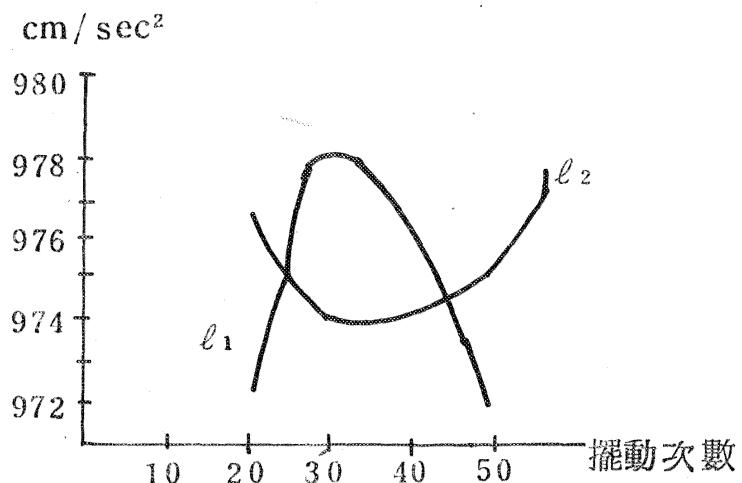


圖八 用 18 gw 塑膠球所測重力加速度

(2)以 86 gw $r = 2.675\text{ cm}$ 的塑膠球作為擺錘的測量結果，如

表(4)及圖九 表(4) 86 gw 塑膠球測定重力加速度

擺長 (cm)	$\ell_1 = 25.125$				$\ell_2 = 99.6$			
EC ₁ 數字	41	61	81	101	41	61	81	101
擺動次數	20	30	40	50	20	30	40	50
EC ₂ 數字	203	303	404	506	401	602	802	1002
所需時間 (sec)	20.2	30.2	40.3	50.5	40.0	60.1	80.1	100.1
週期 T (HZ)	1.010	1.007	1.0075	1.010	2.00	2.003	2.003	2.002
重力加速度 (cm/sec)	972.35	978.16	977.19	972.35	977.09	974.17	974.17	975.14



圖九 86 gw 塑膠球所測重力加速度

(3) 討論

- ①根據表(3)圖八及表(4)圖九各測定的重力加速度的分配很不規則。足證影響測量結果的因素很多，例如 1 的長度誤差，時間不能測到百分之一秒，繼電器不能追隨工作（此因素應無問題，因為開始記時的誤差與記時完成的誤差，恰能抵消）空氣阻力的次數等，都能直接影響。所以圖八圖九已無研究的價值。只能就表(3)表(4)中各接近值（如紅線所示者）求其平均值 977 cm/sec^2 作為台灣南部的重力加速度標準值以校驗圖五的 g_2 。
- ②以圖五的 $g_2 = 975.6 \text{ cm/sec}^2$ 與表(3)(4)的 977 cm/sec^2 比較足證二個方法都還有誤差，所幸誤差已不太大，且在二值中當以 977 cm/sec^2 較準，因為圖五並不是真正的自由落體。
- ③但是在一般的計算中，除了有特殊的規定外，重力加速度仍以 980 cm/sec^2 為運算常數，因為 980 cm/sec^2 是如課本所說：“由精確的測量結果，自由落體的加速度 g 值，因地面稍有不同，愈高空愈小，又在距地面等高度時，愈靠近地球赤道 g 也愈小，但所有的測量值都

與 980 cm/sec^2 相差不多，這數值叫做重力加速度的標準值 $g = 980 \text{ cm/sec}^2$ ”。

四、總討論：

(→)根據上述兩種測量重力加速度方法，對於吾人量度上所造成之誤差，影響 g 值之大小討論於後。

1 以照相法所求 g 值

$$S = \frac{1}{2} g t^2 \quad g = \frac{2S}{t^2}$$

(1)若時間準確，長度量度估計值只能達到 mm 其所造成之誤差分析如下：

若 $S = S$ (真正長度) + ΔS (估計值誤差)

當 $\Delta S = 0.1 \text{ cm}$ 時

$$\text{則 } g' = \frac{2(S + \Delta S)}{t^2} = g + \frac{2\Delta S}{t^2}$$

設 $t = 0.04 \text{ sec}$

$$g' > g \quad g' - g = \frac{2\Delta S}{t^2} = 125 \text{ cm/sec}^2$$

所以長度量度誤差在本實驗未能使用更精密儀器來測定時，其影響 g 值誤差甚大。

(2)若長度準確，時間量度估計值所造成之誤差

若 $t = t$ (真正時間) + Δt (估計值誤差)

當 $\Delta t = 0.000625 \text{ sec}$ 時 (預定 1600 次閃光誤差 1 秒)

$$\text{則 } g = \frac{2S}{(t + \Delta t)^2} = \frac{2S}{t^2 + 2t\Delta t + \Delta t^2}$$

設 $t = 0.04 \text{ sec}$

其中 $2t\Delta t + \Delta t^2$ 值甚小，因此 t 值所造成之誤差可予忽略。

2 以單擺所求 g 值

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{1}{g}} \quad g = \frac{1}{(\frac{T}{2\pi})^2}$$

若 $(\frac{T}{2\pi})^2$ 為定值時

而 $\ell' = \ell$ (真正擺長) + $\Delta\ell$ (估計值誤差)

當 $\Delta\ell = 0.01\text{ cm}$ (因單擺擺長可以估計到 0.01 cm)

$$\begin{aligned} \text{則 } g' &= \frac{\ell + \Delta\ell}{(\frac{T}{2\pi})^2} = \frac{1}{(\frac{T}{2\pi})^2} + \frac{\Delta\ell}{(\frac{T}{2\pi})^2} \\ &= g + \frac{0.01}{(\frac{T}{2\pi})^2} \end{aligned}$$

若 $T = 1$ 則 $g'_1 = g + 0.3947856$

$T = 2$ 則 $g'_2 = g + 0.0986961$

所以本實驗長度量度誤差影響 g 值較小可以忽略，且擺長愈長其誤差愈小。

(二) 本作品可直接作爲物理教具之用，使化抽象爲具體使我們對重力加速度有更深刻的了解。

(三) 本作品對本省的重力加速度，提供了直接的證據，不再是“人云亦云”地仰人鼻息，提高國人的自信心共同爲國家前途攜手奮鬥。

(四) 當然我們限於學識和經濟能力，作品的本身還有很多缺點，誠盼各先進惠予指教和支持，衷心感激。