

重力加速度簡易測量法

高中組物理第三名

省立高雄女中

作者：王良珠·王珉懿

指導老師：林 郁 綸

一、動機：

當我們由課本的理論及他人所作的實驗分析，我們知道了重力加速度，但當我們想求取「重力加速度」時，才發現並不是很容易的一件事。這促使我們有無論如何要克服技術上的困難，使每個人都易於操作，並求取更精確數值的決心，因此設計出實驗(C)之測定法。

在約半年前，剛接觸到物理，使用電鈴型計時器，以測量運動物體的運動狀況，我們就想到以此簡單的裝置來求重力加速度，但因電鈴型計時器的不穩定，以及紙帶與計時器或其他的摩擦，使實驗結果與公認值出入甚大（參考後述實驗A），若落體在短距離內的運動確為等加速度運動，則任意相鄰兩時距的位移差應相等，結果不甚理想，加以分析紙帶亦稍嫌繁冗，因此為了觀察短距離內的落體運動，是否為等加速度運動，才設計出實驗(B)予以證實。

實驗(C)原理簡單，操作容易，且每個有興趣的讀者皆可自己動手製作此裝置，實驗結果已使外力影響達到極限，希望我們的提出能引起大家的興趣，並共同追尋科學的新發展。

〔實驗A〕

I 應用原理

在短時間內的量度中，我們已知道計時器的擊錘每秒振動的次數。當計時器開動，其所附之紙帶被拉經計時器之擊錘時，將留下許多痕跡或打下許多點，每相鄰兩小點之時間間隔 Δ

t 均相等（可稱爲一滴嗒），任二相鄰兩小點間的距離，即代表運動體在一滴嗒所行的距離 Δx 。

分析一物體之運動，要先求得其在各個不同時間 Δt 內之位置變化量，即可應用平均速率之定義 $V_{a.v} = \Delta x / \Delta t$ ，並可根據各時距內之平均速率，運用平均加速率之定義 $a_{a.v} = \Delta V / \Delta t$ ，求取其平均加速率，例如經計時器擊錘的紙帶留下下列痕跡。（從略）

II 裝置

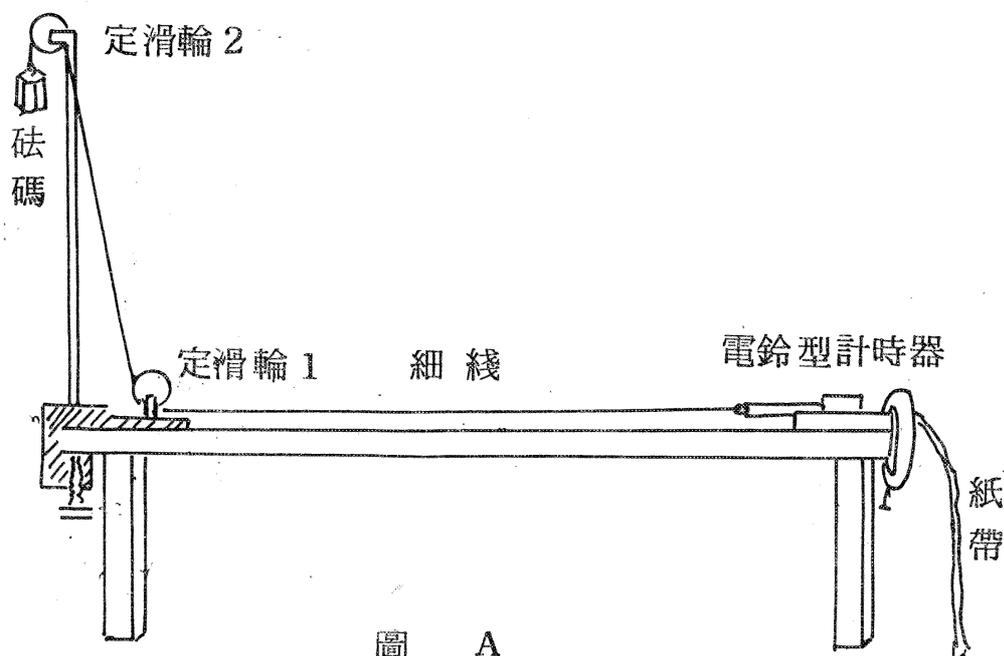


圖 A

III 步驟

- (1) 固定定滑輪組，並用 C 型夾固定電鈴型計時器，使其正對定滑輪 1。將通過定滑輪組的輕質細線一端掛砝碼（以手托住），一端連接紙帶，使紙帶穿過電鈴型計時器之擊錘下方。
- (2) 打開電鈴型計時器之電源。
- (3) 放開手，使砝碼自由落下，即拉動紙帶則計時器可在紙帶上留下痕跡。
- (4) 分析紙帶上之點，求出該物之加速度。

只要砝碼夠重，紙帶之重量及與他物之摩擦可忽略不計，

則該物之加速度必極接近重力加速度，經多次實驗分析紙帶上之痕跡，茲選出其中十次實驗結果於下，供大家參考。

IV 記錄與結果

(一) 十次記錄之物體加速度平均值：

$$\begin{aligned} & (0.61 + 0.60 + 0.59 + 0.56 + 0.58 + 0.57 + 0.69 \\ & + 0.65 + 0.58 + 0.66) \div 10 \\ & = 0.61 \text{ (cm / 滴嗒}^2 \text{)} \pm 6\% \end{aligned}$$

經測得電鈴型計時器之滴嗒時距：

$$\begin{aligned} & (37.6 + 40.9 + 37.5 + 36.0 + 40.9 + 41.5) \div 6 \\ & = 39 \text{ (滴嗒 / sec)} \pm 5\% \end{aligned}$$

則

$$\begin{aligned} a &= \frac{(0.61 \pm 6\%) \times 10^{-2}}{\left(\frac{1}{3.9 \pm 5\%}\right)^2} = \frac{0.61 \times 10^{-2}}{\left(\frac{1}{39}\right)^2} \pm 16\% \\ &= 9.3 \pm 16\% \text{ (m / sec}^2 \text{)} \end{aligned}$$

V 討論：

(一) 砝碼因為要帶動紙帶，需考慮定滑輪與細線之摩擦，及紙帶與電鈴型計時器之摩擦，再加上紙帶之重量不可忽略，使得砝碼的運動不能視為自由落體，由數據中其值相差甚多便可知。

(二) 精密度 (可靠度)

除了摩擦之因素之外，儀器本身之因素亦影響本實驗之結果，電鈴型計時器擊錘不穩及操作測量均會造成誤差。

本實驗之平均偏差，以百分差度表示為 16%，此誘導量之不準度來自計時器 5%，及儀器裝置操作 6% 之測出量不準度，而經由誘導量之差度計算，求得 16%：

$$\begin{aligned} & (0.61 \pm 6\%) (39 \pm 5\%)^2 \\ & = (0.61 \times 39^2) \pm (6 + 5 \times 2)\% \\ & = 9.3 \pm 16\% \end{aligned}$$

三、準確度（有效度）：

本實驗之誤差： $9.78 - 9.28 = 0.5$

若以百分差度表示則： $\frac{0.5}{9.78} \times 100\% = 5.1\%$

由此可知：精密度與準確度皆不理想——既不精密又不準確。

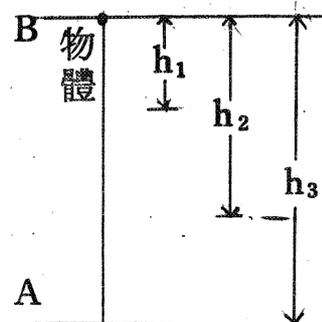
【實驗 B】

I 應用原理：

若地表附近之落體可視為等加速度運動，則吾人可測量同一落體過程中數個落點所需時間，由落體運動關係

$$h = \frac{1}{2} g t^2 \quad \left\{ \begin{array}{l} h : \text{落下高度} \\ g : \text{重力加速度} \\ t : \text{落下時間} \end{array} \right.$$

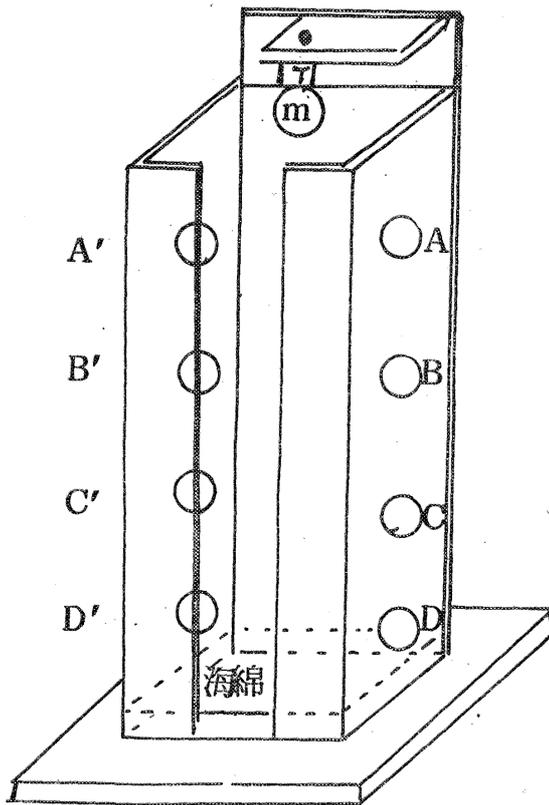
$$\Rightarrow t_1 : t_2 : t_3 = \sqrt{h_1} : \sqrt{h_2} : \sqrt{h_3}$$



物體由距 A 點 h_3 高處之 B 點自由落下，落下 h_1, h_2, h_3 ，所需時間分別為 t_1, t_2, t_3 ，若實驗結果其關係如上式所述，則該物在此短距離內確作等加速度運動，因此我們製作了實驗(B)的裝置。

II 裝置：

利用落體運動路程的數點，記錄其運動所需時間，計時裝置利用光電效應予以控制，光束置於落體必經之點間，如下圖裝置，在落體運動路徑的兩旁，選擇數個點，如 (A, A')，(B, B')，(C, C') 各放置一組光電裝置，(由小燈泡及光敏電阻組成)，並將電磁鐵(T)其電路皆接至計時器。



T : 電磁鐵

m : 鋼球

圖 B

III [方法]

當 T 通以電流時即產生磁場吸引含鐵物體，故可在 T 之下方置一含鐵物體 m，且電磁鐵之電路亦接至計時器上（精密度 $\frac{1}{60}$ 秒），當電磁鐵之電路切斷瞬間，物體 m 即下落，此時「計時器」輸入信號開始計時，當物體經 AA' 線時，切斷光綫，使計時器 1 停止計時，計時器 2 照常計時，待物經 BB' 綫時，計時器 2 停止計時，以致由計時器 1, 2 各可讀出落體落下 h_1 , h_2 此二路程所需時間 t_1 , t_2 。

比較 t_1 , t_2 比值與 $\sqrt{h_1}$, $\sqrt{h_2}$ 比值，若此落體做等加速度運動 $t_1 : t_2 = \sqrt{h_1} : \sqrt{h_2}$ 。

IV 記錄與結果：從略

V 討論：

(一)由該實驗數據可證在地表附近之落體運動確為等加速度運動

(二)本實驗求出之重力加速度值誤差大(較A實驗均大),因受光敏電阻的靈敏度限制,物體通過光路的時間過短,計時器失靈,吾人選擇運動較慢之球體(即受較大浮力作用之球體),故此實驗只適合觀察物體之等加速度性質,未來只要能發現靈敏度更高的光敏電阻,則此裝置亦可用以求重力加速度,此尚待努力。

(三)實驗時,最重要的是落體必須能緊靠光敏電阻前方通過。

(四)本實驗,設計時只有二組計時器,所以不能同時記錄兩個落點以上的時距,有興趣者可另加數組此類計時器。

[實驗 C]

I 應用原理:

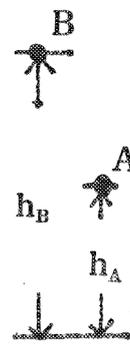
若地表附近的落體運動是等加速度運動,則自兩個不同高度(分別為 h_A , h_B),自由落下之A, B兩物落至同一高度所需時間(分別為 t_A , t_B)必具下述關係:

由等加速度運動公式:

$$h_A = \frac{1}{2} g t_A^2 \quad t_A = \sqrt{\frac{2 h_A}{g}}$$

$$h_B = \frac{1}{2} g t_B^2 \quad t_B = \sqrt{\frac{2 h_B}{g}}$$

$$\text{二者時間差 } \Delta t = t_B - t_A = \sqrt{\frac{2}{g}} (\sqrt{h_B} - \sqrt{h_A})$$

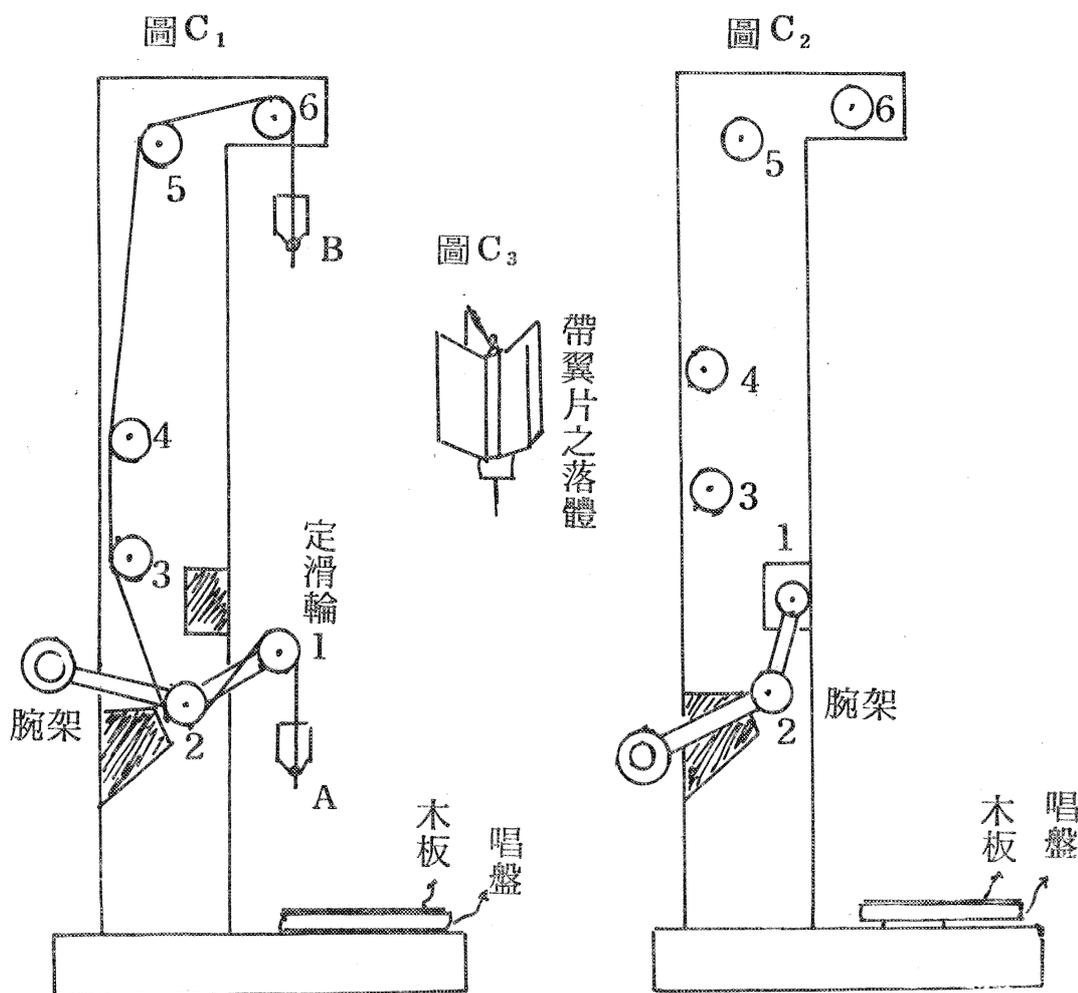


若 Δt , h_A , h_B 皆可準確測得,則由上式可得

$$g = \frac{2}{\Delta t^2} (\sqrt{h_B} - \sqrt{h_A})^2$$

實驗時,因 Δt 欲由人觀測,並由跑錶測量,則 Δt 須大於人類的視覺暫留(0.05 sec)及跑錶的最大精密度限制(0.2sec),故欲求得 g ,選 $h_A = 10\text{cm}$,則 $h_B = 5\text{m}$,才能由肉眼分辨,但 h_B 太高,操作不方便,且氣流的影響更大,希望在短距離內求取 Δt ,則其值必很小,經多次思考及試驗始獲得該次發表的實驗(C)之裝置。

II 裝置



二、實驗 C 的設計

(一)本裝置由數個定滑輪及能夠轉動之腕架所構成，爲了使物體落

下能在同一地點，故將物體附上翼片，以避免氣體對其之影響，如(圖C₃)之A，B兩物體以線連結，裝置如圖，且A，B之中心綫(即落下路程)必須在同一直綫，用來吊A物之滑輪須裝於腕架之前端，裝置如圖C₁，當線被切斷之瞬間，A物落下之同時，腕架由於左旋轉之動量很大，如(圖C₂)所示，以2爲支點，旋轉恢復原先如圖C₂之狀態，A，B同時刻開始落下，由於高度差之故，繼A物之後，B在到達定滑輪1之前，定滑輪已回復如圖C₂之位置，而不妨害B物落下。

(二)將 A 物與 B 物如圖 C₁ 所示掛吊，以鋒利剪刀在定處切斷，（切綫時，對綫施以垂直方向之力），連結綫有張力現象，此時 A，B 兩物同樣地稍被提升與初始掛吊之基準面之原高度稍有變更，而綫被切斷之時，A, B 之相對距離沒有變化，因此可獲得正確之結果。

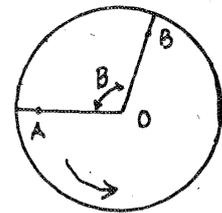
(三)特別提到的是爲了測定落下時間差，我們經過多次肉眼觀測後實在非常困難，若爲了易於觀察，拉長二物落下時間差，則物體落下距離必須要大，其運動過程受流體作用就非我們所能估計。歷經困擾，突想及 P.S.S.C. 物理實驗第一回測量短時間以「定時儀」測量唱盤的轉速，思及以唱盤可求時間，才完成以下度量落體時間的方法。

今於物體 A，B 之下端附上一鋼針，而且落下的時間差應用轉動之轉盤之迴轉角度算出，即利用一般唱盤架（具有 $33\frac{1}{3}$ r.p.m，45 r.p.m，78 r.p.m）上面置一木製圓板，物體 A，B 落下瞬間即插入木板內，以其在木板上之落點與圓心所成之圓心角及下面關係求得：

- △設 A 之高度 h_A m B 之高度 h_B m
- △ A 落下時間 t_A 秒 B 落下時間 t_B 秒
- △ 落下時間差 $\Delta t = t_B - t_A$
- △ A，B 在木板上之落點與圓心連線之夾角 θ 度。
- △ 木板轉動頻率爲 f r.p.m.

$$\text{則週期 } T = \frac{60}{f} \text{ sec}$$

$$\text{則 } \frac{\Delta t}{\theta^\circ} = \frac{T}{360^\circ} \rightarrow \Delta t = \frac{\theta^\circ}{360^\circ} T$$



三、步驟：

(一)物體落下前應有的準備：

- (1)檢查 A，B 二物下面所附鋼針是否尖銳。

(2) 將 A, B 二物以細線繫好, 並將細線依圖 C₁ 裝置跨過固定軸①②③④⑤⑥。

(3) A, B 二物體一定要在同一鉛直線上, 並記下二物之高度 h_A h_B (以鉛錘定出鉛直線)。

(4) A, B 二物絕不可有晃動現象。

(5) 檢驗唱盤之轉速 f r.p.m., 並計算出週期 T sec, 並將輕質木製圓板固定唱盤上。

(□) 以上(→)中(1)~(5)步驟已完成後, 依下述方法進行:

(1) 使唱盤穩定轉動。

(2) 使二物同時落下(註)。

(3) 記下二物落在木製圓板上之位置, 與圖中心所成圓心角 $\Delta\theta$ 度。

(4) 利用 $\frac{\Delta\theta^\circ}{360^\circ} = \frac{\Delta t}{T}$ 求出 $\Delta t = \frac{\Delta\theta^\circ}{360^\circ} T$ sec

(5) 代入 $g = \frac{2}{(\Delta t)^2} (\sqrt{h_B} - \sqrt{h_A})^2$ 求得重力加速度。

註: 使物體同時落下的方法:

(1) 以鋒利的剪刀剪斷連接二物之細線, 但剪刀用力之方向一定要與綫互相垂直。

(2) 以火燒斷二物之連綫亦可。

(3) 以上二方法主要為避免物體原高度改變或產生晃動。

四、記錄與結果:

$$f = 45 \text{ r.p.m.} \quad T = \frac{60}{45} \text{ sec} = \frac{4}{3} \text{ sec}$$

$$(\text{例一}) \quad h_A = 13.8 \text{ cm} \quad h_B = 51.6 \text{ cm} \quad \Delta\theta = 42.5^\circ$$

$$\Delta t = \frac{\Delta\theta}{360^\circ} \times T = \frac{42.5}{360} \times \frac{4}{3} = \frac{42.5}{270} = 0.157 \text{ sec}$$

$$g = \frac{2}{(\Delta t)^2} (\sqrt{h_B} - \sqrt{h_A})^2 = \frac{2}{(0.157)^2} \times (\sqrt{51.6} - \sqrt{13.8})^2$$

$$= 81.14 \times 12.0 = 976 \text{ cm / sec}^2$$

$$\text{(例二)} \quad h_A = 10.5 \text{ cm} \quad h_B = 51.6 \text{ cm} \quad \Delta\theta = 48.0^\circ$$

$$\Delta t = \frac{48.0}{360} \times \frac{4}{3} = 0.178 \text{ sec}$$

$$g = \frac{2}{(0.178)^2} (\sqrt{51.6} - \sqrt{10.5})^2$$

$$= 63.12 \times 15.55 = 981 \text{ cm / sec}^2$$

$$\text{(例三)} \quad h_A = 14.6 \text{ cm} \quad h_B = 53.0 \text{ cm} \quad \Delta\theta = 42.0^\circ$$

$$\Delta t = \frac{42.0}{360} \times \frac{4}{3} = 0.156 \text{ sec}$$

$$g = \frac{2}{(0.156)^2} (\sqrt{53.0} - \sqrt{14.6})^2 = 82.18 \times (3.46)^2$$

$$= 82.18 \times 11.96 = 983 \text{ cm / sec}^2$$

五、討論：

由實驗數據，我們可以明顯地比較出實驗(C)確實為重力加速度簡易精確的求法，其與公認值之誤差：

$$\text{(例一)} \quad \frac{(978 - 976)}{978} \times 100\% = 0.2\%$$

$$\text{(例二)} \quad \frac{(981 - 978)}{978} \times 100\% = 0.3\%$$

$$\text{(例三)} \quad \frac{(983 - 978)}{978} \times 100\% = 0.5\%$$

由以上各例可知其百分差度皆小於1%，與實驗A 5.1%的誤差相較精確了十倍以上。

就操作言，可免分析紙帶之繁，而實驗結果更為理想。

欲使實驗結果理想，切線須注意勿使落體悞動，以免於唱盤上所得之圓心角不確，二落體屬同一鉛垂線，尤為重要。只要按步驟操作，本實驗可提供有效而可靠的「重力加速度」測量方法。邁向宇宙的真理，尋求科學的真值，便是我們自始至終孜孜不倦所努力的目標。