

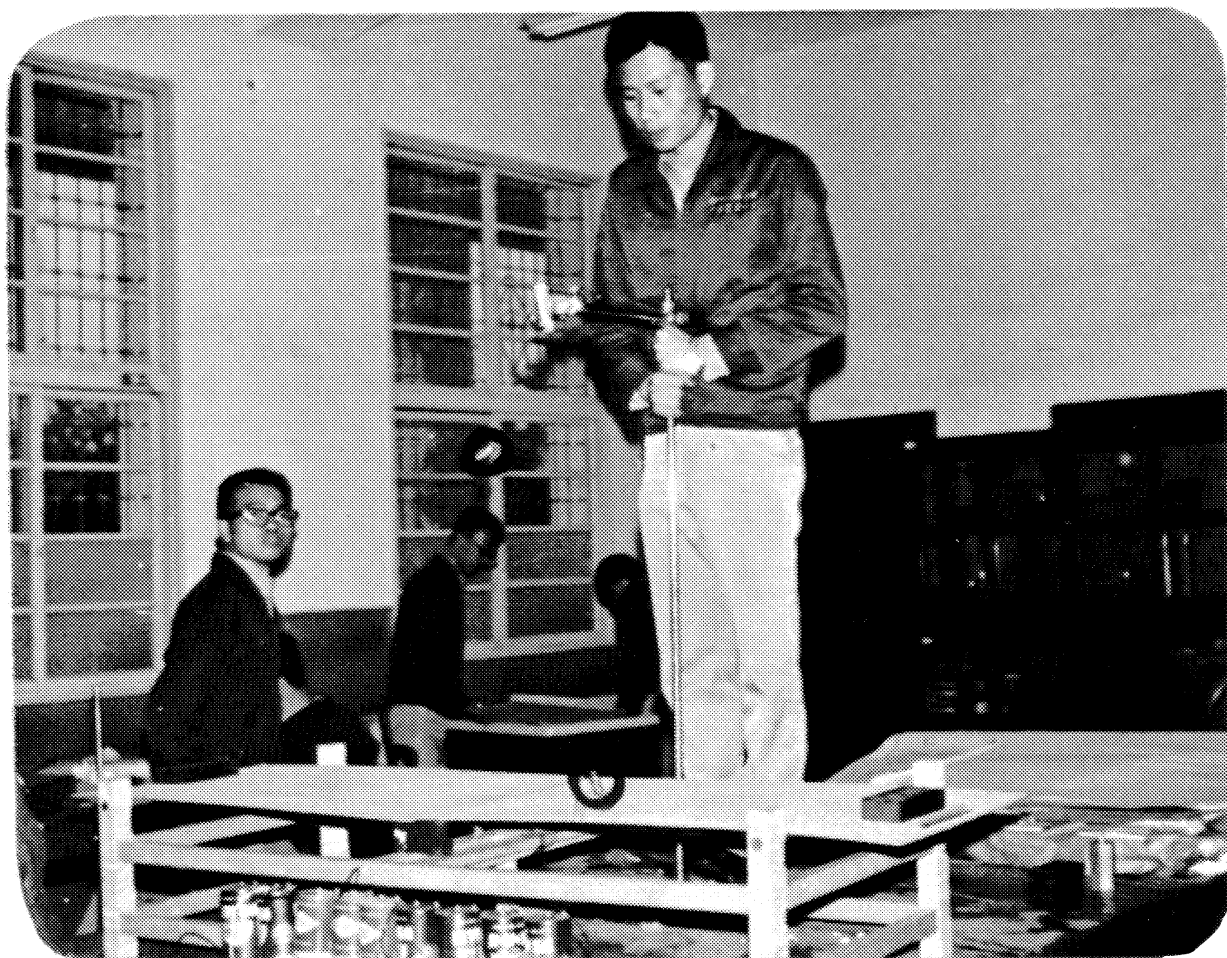
# 爆破時能量與動量的測定

## 高中組物理第一名

省立臺中一中

作者：李永福 等十名

指導老師：黃 敏 男



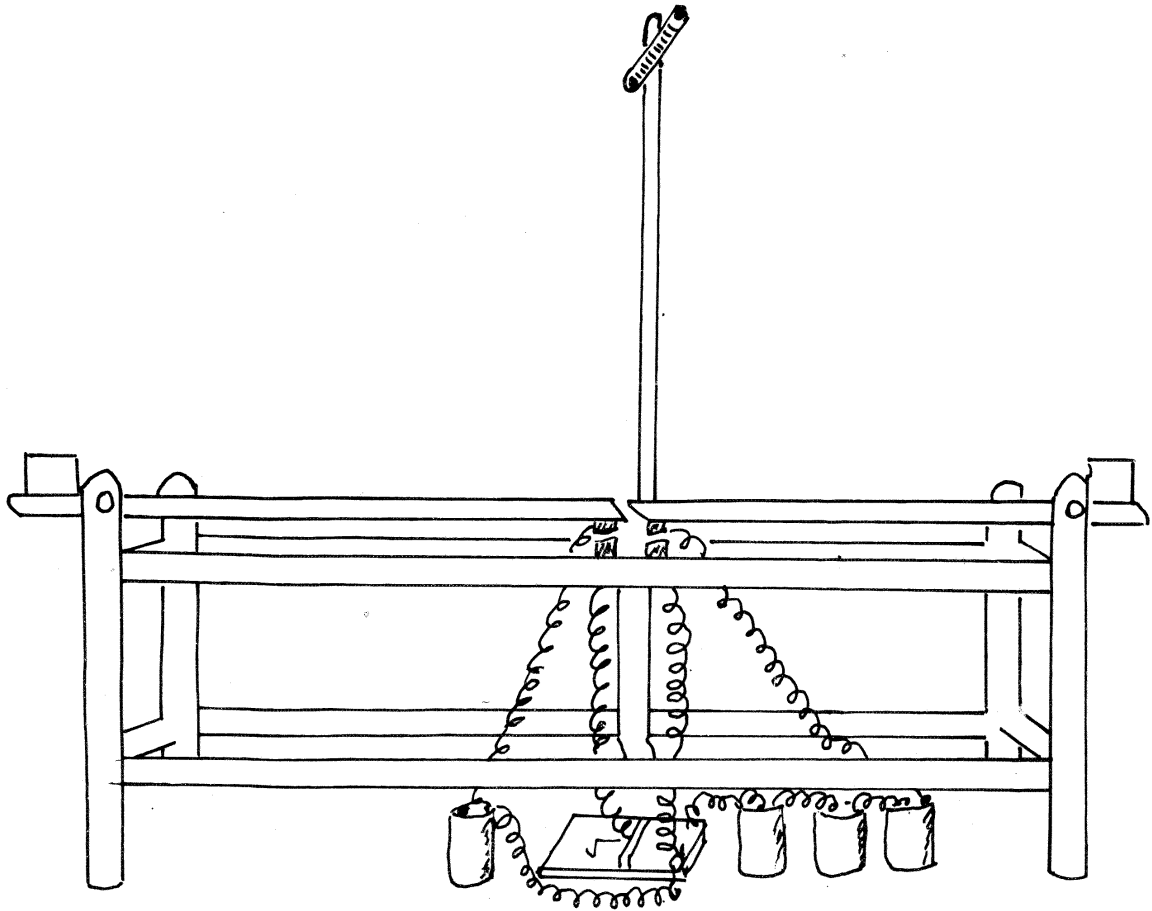
### 一、動機：

雙十節晚上，淡水河畔萬頭鑽動，人人仰首望天，期待那目眩神迷的一刻。突然，清脆的爆聲一響，但見星星點點的火花，爭先恐後地四處奔竄，一剎時，黑茫茫的夜空，竟變得那般綺麗動人。觀眾看得眼花撩亂，歡聲與掌聲轟然雷動。

但是，爆破時能量與動量又該如何測得呢？吾人是不是可以設計一種簡單的爆破裝置，藉實驗測得爆破時的能量與動量？

### 二、器材：

平台、支架、鉛錘、發射管、彈簧、鋼珠、計時器、紙帶、平板、電池、銅片、導線、銅管、螺絲釘、天平、直尺（有刻度）、白紙、複寫紙、量角規。



### 三、裝置：

- (一)將銅片、平板、電池、計時器、導線等各項器材，裝置如上圖所示。
- (二)將平板上粘着白紙及複寫紙（複寫紙置於白紙上方）。
- (三)將支架固定在平台之中央上方處發射管（可調整角度）內有鋼球及彈簧。

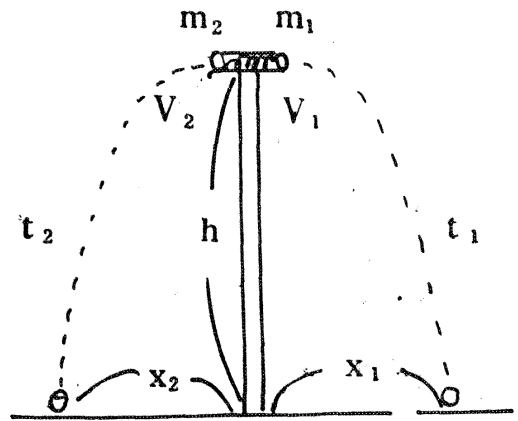
### 四、原理：

(一)動量不滅之證明：

1 使發射管呈水平，則兩球彈出落地時間

$$t_1 = t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}} = t$$

$$2. \begin{cases} \vec{x}_1 = \vec{V}_1 t_1 \\ \vec{x}_2 = \vec{V}_2 t_2 \end{cases}$$



若  $m_1 \vec{x}_1 + m_2 \vec{x}_2 = 0$  則  $m_1 \vec{V}_1 t_1 + m_2 \vec{V}_2 t_2 = 0$

得  $m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 = 0$

3. 又由本實驗測得  $m_1 \vec{x}_1 + m_2 \vec{x}_2 = 0$  故得

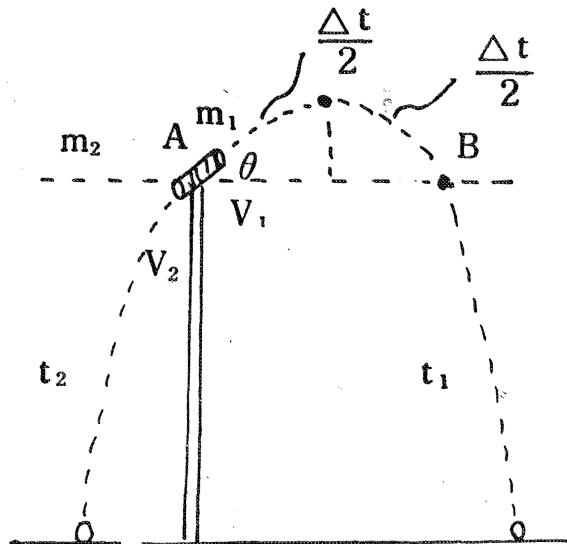
$$m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 = 0$$

4. 因爆破時放出內能，水平方向不受外力，動量合（ $m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2$ ）應為零，因此與上述符合，所以本實驗證明了動量不減原理。

又如斜向爆破時：因只有改變發射管角度，爆破時  $V_1$  與  $V_2$ （初速）應不變，故斜向時，動量不減原理仍可成立。

(二) 能量之測定：

1. 質量相等（ $m_1 = m_2$ ）以下  $V_1, V_2$  皆取絕對值。管子與水平夾角  $\theta$ ， $m_1$  為向上者。



(1) 如上圖，由  $m_1 V_1 = m_2 V_2$ ，得  $V_1 = V_2$ ，則  $m_1$  在 A 之

速率 =  $m_2$  在 A 之速率 =  $m_1$  在 B 之速率。

(2) 所以兩者之落地時差 ( $\Delta t$ ) 即  $m_1$  由 A 到 B 之時距。

(3) 觀察最高點時，球  $m_1$  鉛直速率為零

$$0 = V_1 \sin \theta - g \left( \frac{\Delta t}{2} \right) \quad (\text{設 } g \text{ 值向上為“+”})$$

$$V_1 = \frac{g \Delta t}{2 \sin \theta} \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

$$(4) \text{ 爆破能量 } (E) = \frac{1}{2} m_1 V_1^2 + \frac{1}{2} m_2 V_2^2$$

$$= \frac{m_1 + m_2}{m_2} \left( \frac{1}{2} m_1 V_1^2 \right) = m V^2 \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

將①式代入② 得

$$E = \frac{mg^2 (\Delta t)^2}{4 \sin^2 \theta} \quad \Rightarrow \quad \text{〔甲式〕}$$

\* 即利用破片落地的時差，可以測得爆破時放出的能量。

2 質量不等時 ( $m_1 \neq m_2$ )，以下  $V_1, V_2$  皆取絕對值

(1) 已知： $m_1 V_1 = m_2 V_2$

$\theta$ ：管子（發射管）與水平夾角

$$x_1 = V_1 \cos \theta t_1$$

（與 P 點水平距離）

$$x_2 = V_2 \cos \theta t_2$$

（與 P 點水平距離）

(2) 測得兩球落地時差  $\Delta t$ ， $\Delta t = t_1 - t_2$

$$\begin{aligned} &= \frac{x_1}{V_1 \cos \theta} - \frac{x_2}{V_2 \cos \theta} = \frac{x_1}{V_1 \cos \theta} - \frac{m_2 x_2}{m_1 V_1 \cos \theta} \\ &= \frac{m_1 x_1 - m_2 x_2}{m_1 V_1 \cos \theta} \quad \therefore V_1 = \frac{m_1 x_1 - m_2 x_2}{m_1 \cos \theta \Delta t} \end{aligned}$$

$$(3) m_1 \text{ 球獲得能量 } \frac{1}{2} m_1 V_1^2$$

$$= \frac{1}{2} m_1 \left( \frac{m_1 x_1 - m_2 x_2}{m_1 \cos \theta \Delta t} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{(m_1 x_1 - m_2 x_2)^2}{m_1 \cos^2 \theta (\Delta t)^2}$$

$$(4) \text{ 又 } \frac{1}{2} m_1 V_1^2 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} E$$

得爆破時（彈簧）放出之能量 E

$$= \frac{m_1 + m_2}{m_2} \left( \frac{1}{2} m_1 V_1^2 \right) = \frac{m_1 + m_2}{m_2} \left[ \frac{1}{2} \frac{(m_1 x_1 - m_2 x_2)^2}{m_1 \cos^2 \theta (\Delta t)^2} \right]$$

$$= \frac{1}{2} \frac{(m_1 + m_2) (m_1 x_1 - m_2 x_2)^2}{m_1 m_2 \cos^2 \theta (\Delta t)^2}$$

$$E = \frac{1}{2} \frac{(m_1 + m_2) (m_1 x_1 - m_2 x_2)^2}{m_1 m_2 \cos^2 \theta (\Delta t)^2} \Rightarrow \text{〔乙式〕}$$

（三）時差之測定：（實驗裝置中應用之原理）

1 爆破後兩鐵球落地之時間有先後之別，先落下者打到平板，啓動計時器，後落下者打到另一平板，依電磁鐵性質，使計時器停止打點，計算紙帶上之點數，求出兩球落地先後之時差。

五、步驟：

（一）測得計時器之頻率為 52 打/秒，即每打一點為  $\frac{1}{52}$  秒。

（二）測每一彈簧之彈力常數 K 為 542000，串聯後為 271000（K 與以下各單位皆以 C.G.S 為準）。

（三）測得兩鋼球質量相等者為 19.4 g，質量不等者各為 20 g、10 g。

（四）測得每一彈簧之壓縮量為 y，則總伸長量  $\Delta x = 2y$ （串聯時之伸長量）。

（五）先求動量：

1 固定發射管為水平方向，將彈簧兩端壓縮，同時彈開質量相

等之兩鋼球，在白紙上求得  $x_1$  與  $x_2$ ，看看  $m_1 x_1 = m_2 x_2$  是否成立。

2. 改變兩鋼球之質量，重覆幾次上述之實驗，看看  $m_1 x_1 = m_2 x_2$  是否成立。

#### (六) 次求能量

1. 固定發射管與水平線之夾角為  $\theta$  ( $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ ) 將兩彈簧壓縮，同時彈開質量相等之兩鋼球，如原理所述、分析紙帶，測得  $\Delta t$  代入〔甲式〕求能量。

2. 改變  $\theta$ ，重覆幾次上述之實驗，求能量。

3. 測得彈簧之  $\frac{1}{2} K \Delta x^2 = 542000$  與各次實驗之能量值比較。

4. 改變兩鋼球之質量 ( $m_1 = 20$ 、 $m_2 = 10$ )，將彈簧兩端壓縮，同時彈開此兩鋼球，如原理所述，分析紙帶，測得  $\Delta t$ ，代入〔乙式〕求能量。

5. 改變 4. 之角度，重覆上述實驗求能量。

6. 測得彈簧之  $\frac{1}{2} K \Delta x^2 = 542000$  與各次實驗之能量值比較。

#### 六、討論：

本實驗乃利用時差及水平位移測量能量。

本實驗中，雖〔乙式〕

$$E = \frac{1}{2} \frac{(m_1 + m_2) (m_1 x_1 - m_2 x_2)^2}{m_1 m_2 \cos^2 \theta}$$

(適用於  $m_1 = m_2$  或  $m_1 \neq m_2$  較〔甲式〕， $E$

$$E = \frac{1}{4} \frac{mg^2 (\Delta t)^2}{\sin^2 \theta} \quad (\text{適用於 } m_1 = m_2) \text{ 應用為普遍，但一般}$$

彈簧之彈性並非理想，致使〔乙式〕中之  $x_1$  與  $x_2$  實際測量值較應有值為小，故〔乙式〕之誤差較〔甲式〕為大，所以當兩鋼球質量相等時，仍以〔甲式〕之實驗為輔較佳。

$$[\text{甲式}] = E = \frac{1}{4 \sin^2 \theta} mg^2 \Delta t^2$$

$$[\text{乙式}] = E = \frac{1}{2} \times \frac{(m_1 + m_2)(m_1 x_1 - m_2 x_2)^2}{m_1 m_2 \cos^2 \theta (\Delta t)^2}$$

設：(  $m_1$  : 向上之鐵球， $g$  向下爲正， $V_1, V_2$  皆取絕對值 )

( $\rightarrow$ ) 當  $m_1 = m_2$  時

$$1. \theta = 0^\circ \text{ (水平)} \quad t_1 = t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}}, \quad \Delta t = 0$$

代入兩式皆不適用，但可由  $V_1 = V_2 = \sqrt{\frac{x_1}{2h}g}$

代入  $E = \frac{m_1 + m_2}{m_2} \left( \frac{1}{2} m_1 V_1^2 \right)$  得  $E = \frac{m_1 g (x_1)^2}{2h}$

(同理  $= \frac{m_2 g (x_2)^2}{2h}$  而  $m_1 = m_2, x_1 = x_2$ )

本實驗裝置仍可使用

2.  $0^\circ < \theta \leq 90^\circ$  時 [甲式] 可適用

( $\rightarrow$ )  $m_1 \neq m_2$  時

1. 同上， $\theta = 0^\circ, \Delta t = 0, \sin \theta = 0$ ，兩式不適用，但可

由  $V_1 = \sqrt{\frac{x_1}{2h}g}$  ( $V_1 = \frac{m_2}{m_1} V_2$ )，代入  $E = \left( \frac{m_1 + m_2}{m_2} \right) \left( \frac{1}{2} m_1 V_1^2 \right)$

得  $E = \frac{m_1 (m_1 + m_2) (x_1)^2 g}{4 m_2 g}$  (同理得  $E =$

$\frac{m_2 (m_1 + m_2) (x_2)^2 g}{4 m_1 h}$  本實驗裝置皆可測定。

2.  $0^\circ < \theta < 90^\circ$  時 [乙式] 可適用。

3.  $\theta = 90^\circ$  時 ( $m_1 \neq m_2, \Delta t = t_1 - t_2, m_1 V_1 = m_2 V_2$ )

$\Delta t = t_1$  ( $t_1$  爲  $h = \frac{1}{2} g t_1^2 - V_1 \sin \theta t_1$  中之  $t_1$ ) -  $t_2$

$$\left( t_2 \text{ 爲 } h = \frac{1}{2} g t_2^2 + V_2 \sin \theta t_2 \text{ 中之 } t_2 \right)$$

$$= t_1 \left( t_1 = \frac{V_1 + \sqrt{V_1^2 - 2gh}}{g} \right) - t_2$$

$$\left( t_2 = \frac{-V_2 + \sqrt{V_2^2 - 2gh}}{g} \right)$$

$$= t_1 \left( t_1 = \frac{V_1 + \sqrt{V_1^2 + 2gh}}{g} \right) - t_2$$

$$\left( t_2 = \frac{-\frac{m_1}{m_2} V_1 + \sqrt{\frac{m_1^2}{m_2^2} V_1^2 - 2gh}}{g} \right) \text{ 而此式中 } (h$$

,  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $g$  皆爲已知值) 而此式中更可求出  $V_1$  與  $\Delta t$  之關係, 並藉而求出爆破(彈簧)放出之能量(E)。

其值 =  $\frac{m_1 + m_2}{m_2} \left( \frac{1}{2} m_1 V_1^2 \right)$ , 或可另加裝計時器, 求

出  $t_1$  與  $t_2$ , 由  $h = -V_1 t_1 + \frac{1}{2} g t_1^2 = (V_2 t_2 + \frac{1}{2} g t_2^2)$

得  $V_1 = \frac{\frac{1}{2} g t_1^2 - h}{t_1} = \left( \frac{h - \frac{1}{2} g t_2^2}{t_2} \right)$  代入  $E = \frac{m_1 + m_2}{m_2}$

$\left( \frac{1}{2} m_1 V_1^2 \right)$  式中, 求得  $E = \frac{m_1 + m_2}{m_2} \left[ \frac{1}{2} m_1 \frac{\frac{1}{2} g t_1^2 - h}{t_1} \right]^2$

$$= \frac{m_1 (m_1 + m_2) \left( \frac{1}{2} g t_1^2 - h \right)^2}{2 m_2 \times t_1^2}$$



$$\text{同理 } E = \frac{m_e (m_1 + m_2) \left( h - \frac{1}{2} g t_2^2 \right)^2}{2 m_1 \times t_2^2}$$

(其中  $m_1$  ,  $m_2$  ,  $g$  ,  $h$  ,  $t_1$  ,  $t_2$  為已知值)

本實驗之爆破乃根據高中課本之爆破定義，而一般之爆破尚包括“熱能”與“光能”之放出，其能量之測定將更為複雜，有待於更精密準確之實驗，在我們能力範圍將進一步繼續地研究下去。

#### 七、心得：

- (一)吾人只有從真正的實驗中，才能瞭解科學活動的意義，唯經過雙手的操作方能體會理論與實際的差異，在不斷的改良中，更精益求精，以臻至善至美之境界。
- (二)本實驗極適合於高中生，推廣至各校以為物理實驗之用，應當不成問題，希望各位評審委員注意。