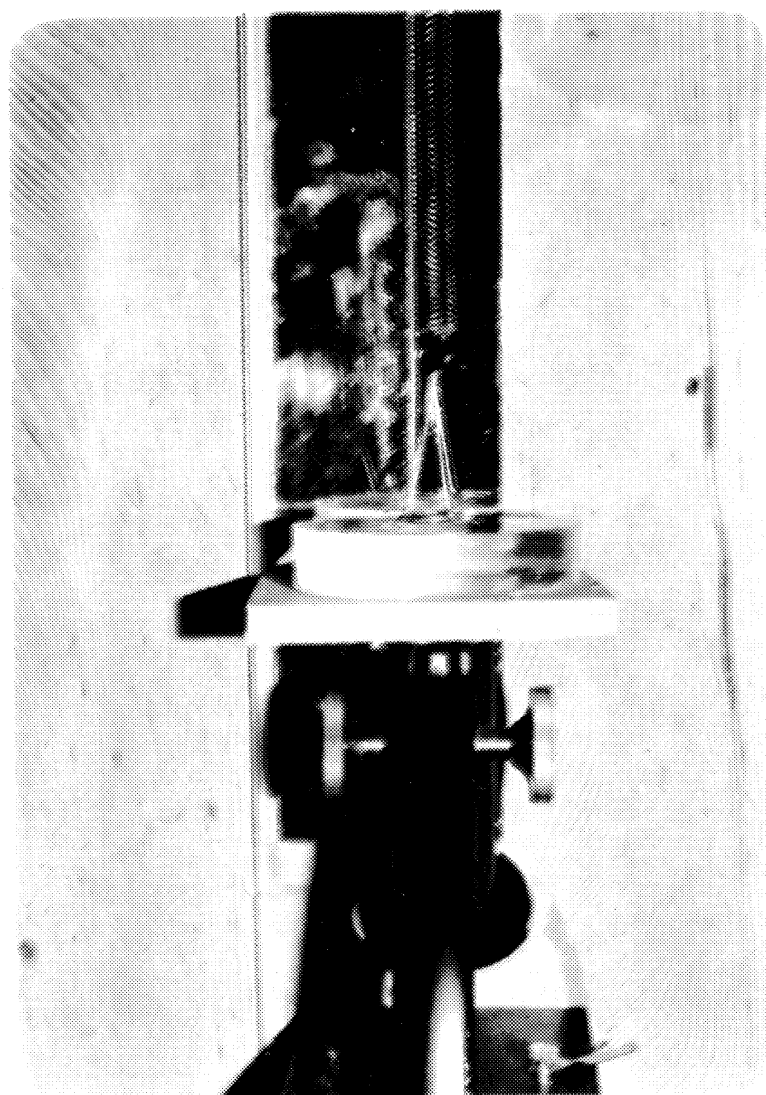


液體表面張力的測量及應用

國中教師組物理第一名

嘉義縣立蘭潭國民中學

作者：李文堂



(圖一)

一、前言：

國中物理課本第三冊第十四章介紹液體表面張力的特性，以及影響液體表面張力的變因；化學課本第一冊第六章利用表面張力的變化，來估計硬脂酸分子的大小。底下設計兩種實驗裝置，不但可用來測量不同液體表面張力的大小，而且可直接顯示液體表面張力的特性，以及測量不同狀況下的表力張面。另外介紹液體表面張力在數學上的特殊應用。

二、實驗壹——表面張力的測量

甲法——利用彈簧測量

(一)裝置：

1. 鋼絲彈簧下方黏著一紅色指針，下方掛著一個白金戒指。
2. 木架上黏有一面鏡子。
3. 將顯微鏡的目鏡取下，舖上一塊木板，在木板上放置一個用來盛待測液的培養皿（如圖一所示）。
4. 木架上放置一架顯微鏡的鏡架，從鏡架上掛著鋼絲彈簧及一隻透明的米達尺，讓尺的零點和彈簧最上方的螺圈在同一水平面上。

(二)觀察及測量：

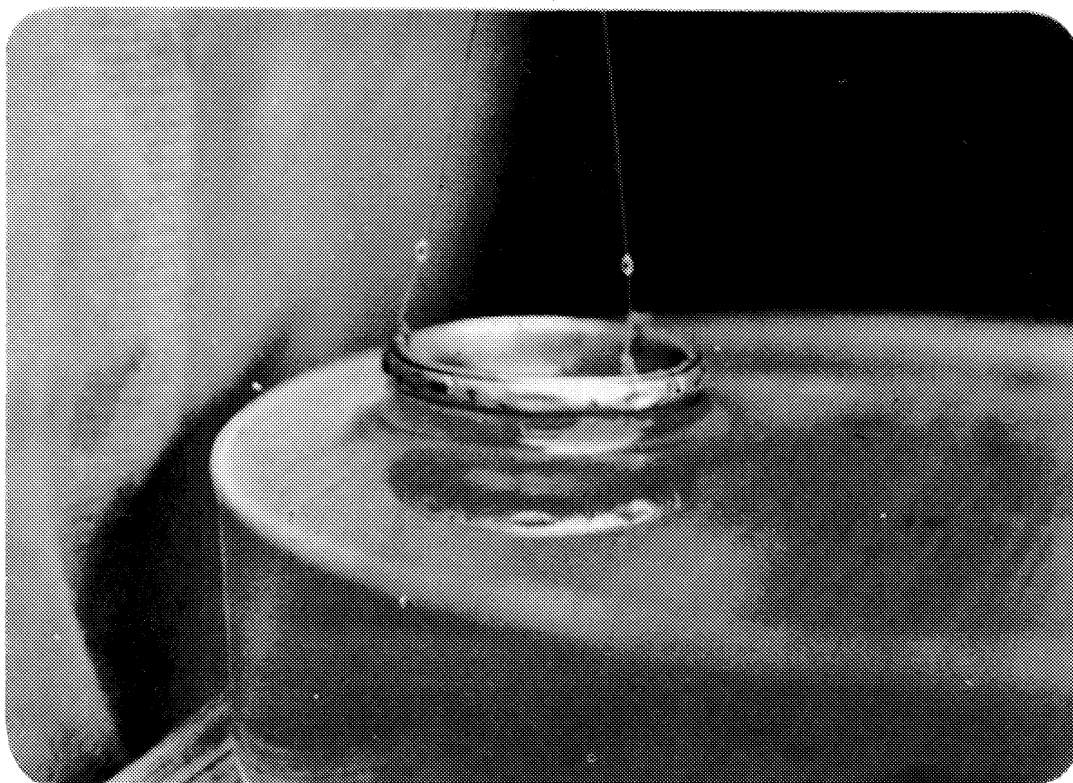
1. 測量彈簧原長 l_0 ，掛上已知重量 (W_0) 的白金戒指後彈簧長為 l_1 ，由 l_0 ， W_0 ， l_1 可求出彈簧的彈性係數，

$$K = \frac{W_0}{l_1 - l_0} \text{。}$$

2. 將顯微鏡的調節輪緩緩轉動，使待測液的液面緩緩上昇，當液面和戒指接觸時，彈簧逐漸縮短，至最小值為 l_2 （圖二），然後戒指突然下降，彈簧長度變為 l_3 。
3. 轉動調節輪，使待測液緩緩下降，當戒指脫離液面之初，彈簧逐漸增長，戒指和液面形成兩層液膜（圖三）。液膜破裂前的一瞬間，彈簧的伸長量達到極大值 l_4 ，液膜破裂後，彈簧縮成 l_1 。
4. 改變液體的種類、溫度，分別測量其 l_2 ， l_3 ， l_4 ，並記錄之。



(圖 二)



(圖 三)

(三)理論及計算：

1. $F = -Kx$ ，彈簧掛上重 W_0 的戒指時長度由 l_0 增至 l_1 。

$$\therefore K = \frac{W_0}{l_1 - l_0} \circ$$

2. 觀察 2 中戒指受到液體表面張力、浮力、重力及彈力作用而達到平衡即 $K(l_2 - l_0) + B + T = W_0$ ，因戒指並未全部沒入液中，浮力不能求得，所以無法算出表面張力。

3. 由觀察 2 中，可求得戒指沒在液中所受之浮力 B ，

$$B + K(l_3 - l_0) = W_0 \circ$$

4. 觀察 2 中戒指受表面張力、彈力及重力作用而達到平衡。

$$K(l_4 - l_0) = W_0 + T$$

$$\therefore \boxed{T = K(l_4 - l_0) - W_0} \quad (1)$$

5. 表面張力係數 $\sigma = \frac{T}{4\pi R}$ ，(a) [註]

將(1)代入(a)得

$$\boxed{\sigma = \frac{1}{4\pi R} \times [K(l_4 - l_0) - W_0]} \quad (2)$$

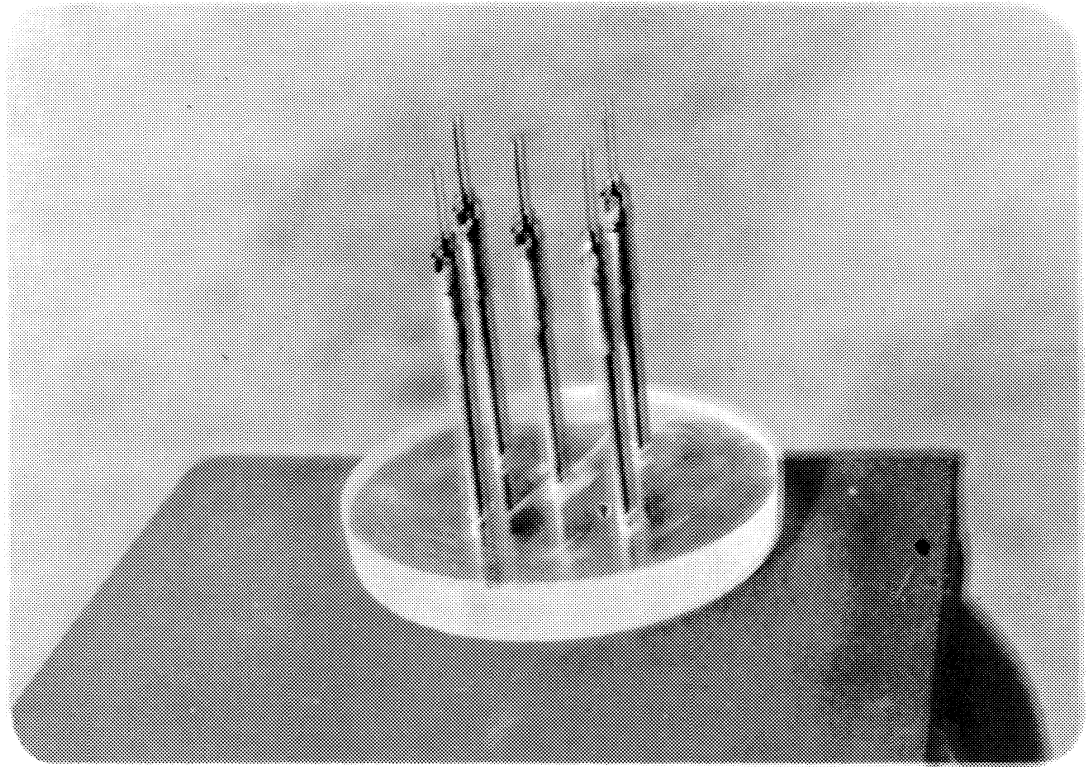
[註]：戒指的半徑為 R ，表面張力係數 σ 表示單位長度表面張力的大小，因液膜有兩層，

$$\therefore \sigma = \frac{T}{4\pi R} \circ$$

(四)數據及結果： $R = 0.95 \text{ cm}$

表 一

	W_0 (gw)	l_0 (cm)	l_1 (cm)	l_4 (cm)	σ (gw/cm)
酒 精 (23°C)	3.50	19.35	30.20	31.20	0.0270
甘 油 (24°C)	3.50	19.35	30.20	32.80	0.0703
沙拉脫 (24°C)	3.50	19.35	30.20	31.80	0.0433
水 (22°C)	3.50	19.35	30.20	33.80	0.0757

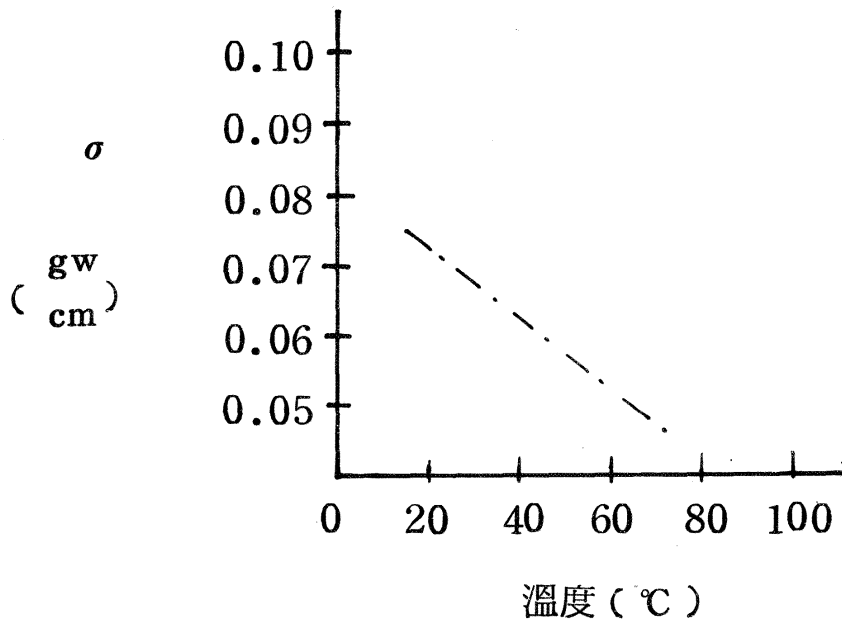


(圖 四)

表二 水於不同溫度下的表面張力

	W_0 (gw)	l_0 (cm)	l_1 (cm)	l_4 (cm)	σ (gw/cm)
77°C	3.50	19.35	30.20	32.73	0.0684
67°C	3.50	19.35	30.20	32.75	0.0689
57°C	3.50	19.35	30.20	32.78	0.0698
47°C	3.50	19.35	30.20	32.80	0.0703
37°C	3.50	19.35	30.20	32.88	0.0725
27°C	3.50	19.35	30.20	32.90	0.0730
23.5°C	3.50	19.35	30.20	32.95	0.0744
22°C	3.50	19.35	30.20	33.00	0.0757

表三



乙法——利用壓力測量

(一)裝置：

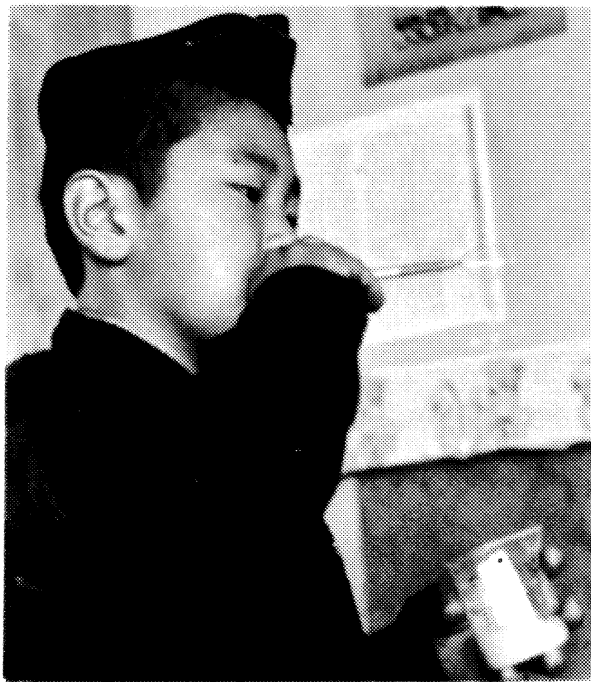
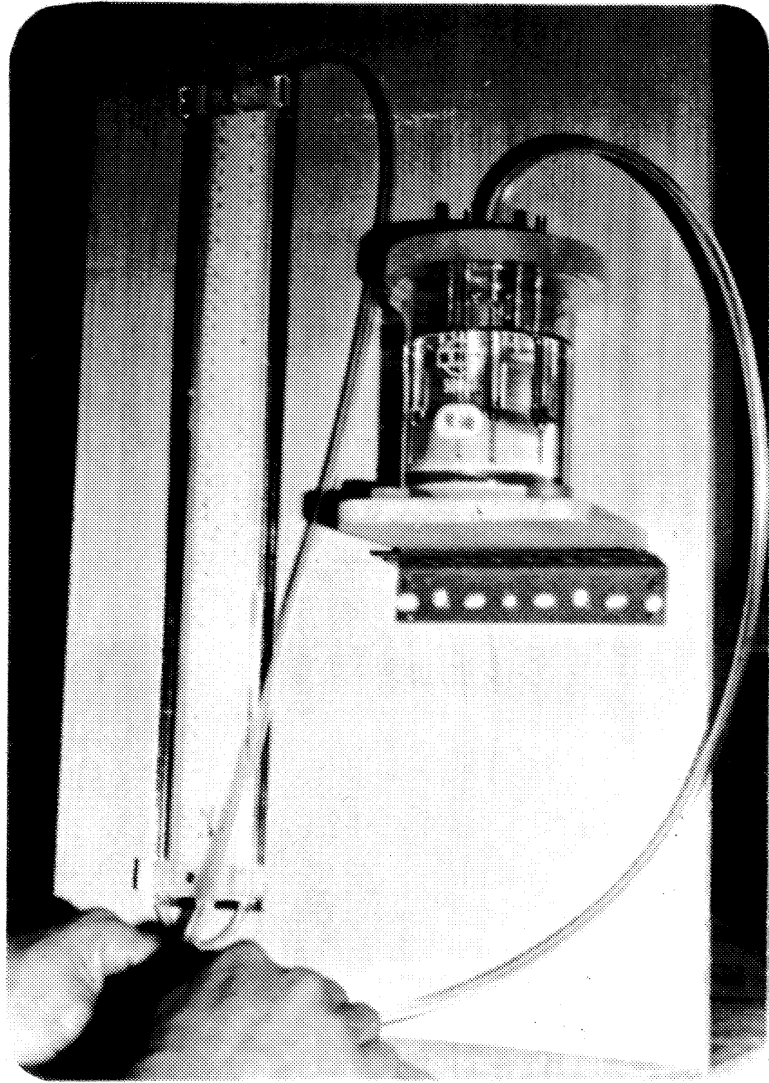
- 1 將 16 號、17 號、18 號、19 號、20 號等 5 隻注射針的針頭磨平，然後固定在壓克力板上（圖四）。
- 2 將開管壓力計裝置在木架上，同時在架上置一盛待測液的燒杯，壓克力板放在燒杯上，並連接一個 10cc 的注射筒而成（圖五）。

(二)觀察及測量：

- 1 緩緩推動注射筒，使針頭產生一半圓球形的氣泡，記錄下壓力計兩端水柱高度差 Δx 。
- 2 測量針頭離液面的深度 h 以及液體密度 d_e 。
- 3 以五種不同號的針頭反覆實驗，並記錄其結果。

(三)理論及計算：

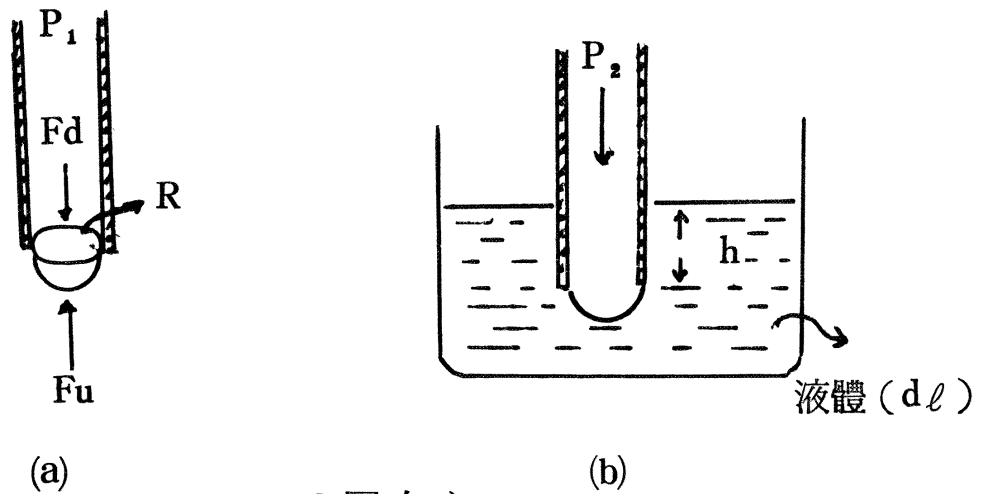
- 1 小孩子吹肥皂泡，當肥皂泡初形成時（圖六之一），小孩對肥皂泡所加的壓力比肥皂泡成圓球形時（圖六之二）的壓力大，當肥皂泡成半圓球形時，肥皂泡所受壓力，達到極大值。
- 2 根據 Laplace 學說〔“Modern College Physics”~ Harvey E. White P.149〕當吹泡管口的液膜成半圓球形（圖七-a）



(圖六之一)



(圖六之二)



(圖七)

且達到平衡時，液膜受到 F_u 及 F_d 兩力。

$$F_u = 2\pi R\sigma \quad (\text{祇有一層液膜}),$$

$$F_d = P_1 \times \pi R^2,$$

$$\therefore F_u = F_d,$$

$$\therefore P_1 = \frac{2\sigma}{R}.$$

3. 注射筒施加壓力 P_2 時，根據帕斯卡原理，注射注頭的液體所受壓力 P_2 ($dw \Delta x$) 相等。

4. 因針頭在深 h 的液中，所以當針頭上的液泡達到平衡時，

$$P_2 = h \times de + P_1,$$

$$\text{即 } dw \Delta x = hde + \frac{2\sigma}{R},$$

$$\Delta x = \frac{de}{dw} h + \frac{2\sigma}{dw} \cdot \frac{1}{R}. \quad (3)$$

5. 測量 Δx (壓力計左右兩管水柱高度差)

dw, de : 水及待測液之密度。

h : 針頭離液面之距離。

R : 針頭的內半徑。

並記錄其結果
 (四)數據及結果：

表 四

	R (cm)	Δx	σ (gw/cm)
16 號	0.080	7.90	0.076
17 號	0.075	8.10	0.078
18 號	0.050	9.00	0.075
19 號	0.040	9.70	0.074
20 號	0.030	10.60	0.075

(1)水 (22°C)

$$h = 6 \text{ cm}$$

$$d_e = 1 \text{ g/cm}$$

$$d_w = 1 \text{ g/cm}$$

表 五

	R (cm)	Δx	σ (g/cm)
16 號	0.080	5.30	0.0224
17 號	0.075	5.50	0.0285
18 號	0.050	5.80	0.0265
19 號	0.040	5.90	0.0232
20 號	0.030	6.40	0.0249

(2)酒精 (22°C)

$$h = 6 \text{ cm}$$

$$d_e = 0.79 \text{ g/cm}$$

$$d_w = 1 \text{ g/cm}$$

表 六

	R (cm)	Δx	σ (g/cm ³)
16 號	0.080	8.20	0.0720
17 號	0.075	8.25	0.0736
18 號	0.050	9.25	0.0738
19 號	0.040	10.00	0.0748
20 號	0.030	11.20	0.0735

(3)甘油 (22°C)

$$h = 5 \text{ cm}$$

$$d_e = 1.26 \text{ g/cm}$$

$$d_w = 1 \text{ g/cm}$$

表 七

	R (cm)	Δx	σ (gw/cm)
16 號	0.080	16.1	0.535
17 號	0.075	17.0	0.536
18 號	0.050	23.0	0.507
19 號	0.040	27.7	0.501
20 號	0.030	32.1	0.514

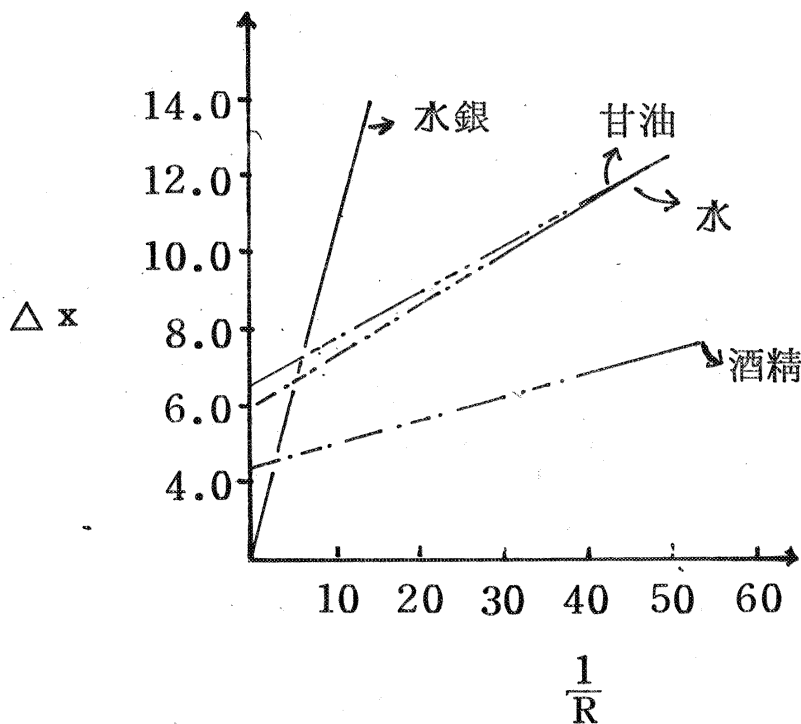
(4) 水銀：

$$h = 0.20 \text{ cm}$$

$$d_e = 13.6 \text{ g/cm}^3$$

$$d_w = 1 \text{ g/cm}^3$$

表 八



$$(5) \Delta x = \frac{d_e}{d_w} h + \frac{2\sigma}{d_w} \cdot \frac{1}{R}$$

三、討論：

- (一) 實驗甲中利用白金戒指，因其密度大，調整顯微鏡調節輪時須儘量緩慢轉動，避免衝力影響到實驗結果。
- (二) 利用甲法測量表面張力時，附着力似乎應該考慮。

$$\Leftrightarrow \Delta x = \frac{de}{dw} h + \frac{2\sigma}{dw} \cdot \frac{1}{R} \quad \text{欲測得愈大的} \Delta x, \text{則} R \text{必愈小, 本}$$

省所製的針頭均未列出其內徑大小，必須測量估計。

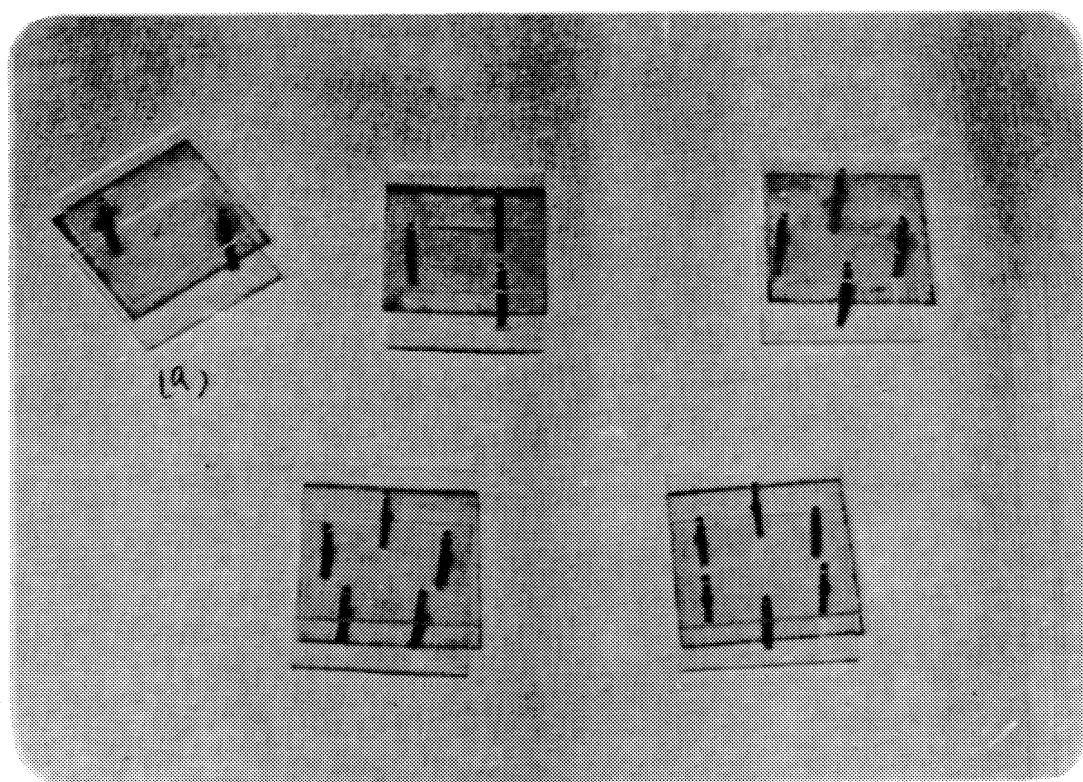
實驗貳：表面張力的應用

一、動 機：

利用表面張力的變化來估計硬脂酸分子的大小。肥皂膜也會顯示出光的干涉現象，這裏所介紹的是應用液體表面張力的最基本性質到數學上。

二、裝 置：

(一)兩片透明壓克力板間，分別豎立 2 至 6 根壓克力條，並利用氣仿將它固定（圖八）。



(圖八)

(二)分別將它們浸到肥皂水（沙拉脫稀薄溶液效果更好）中撈起拭乾後，放置在O.H.P.上。

三、討論及結果：

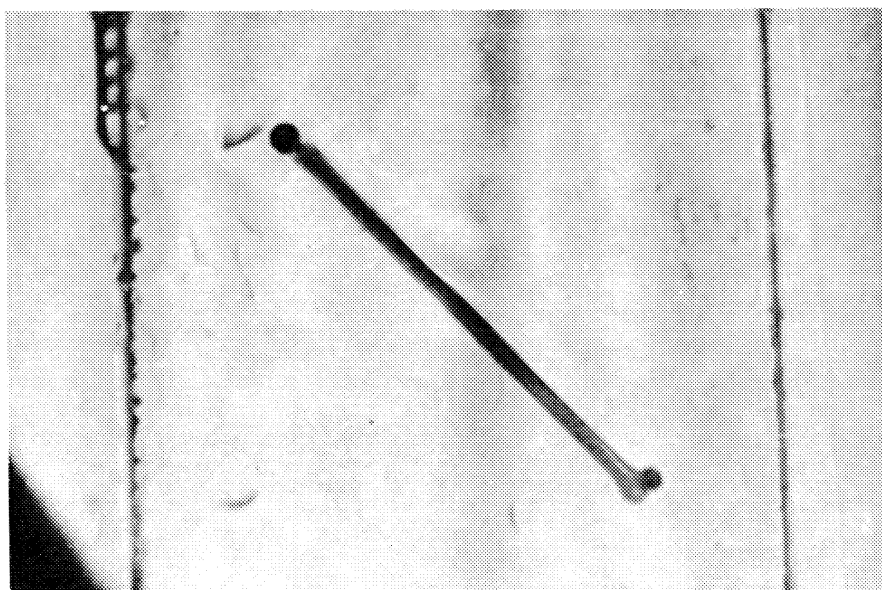
(一)表面張力是液體要縮小其表面積的力，（圖八 a）中兩壓克力柱間的液膜最小面積是長 l 高 h 的膜。因高度 h 一定，所以面積最小時， l 必為最小，經由O.H.P.的投影可看到兩點間最短距離為一直線。（圖九）

(二)連接三點、四點、五點……間的最短距離，依上列原理可由液膜及O.H.P.的投影顯示出來。

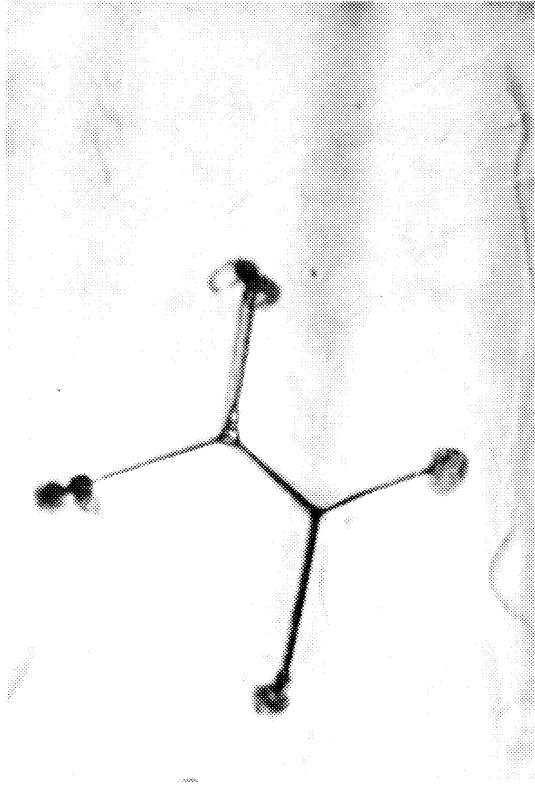
四、結果：如圖九至圖十三。

五、應用：

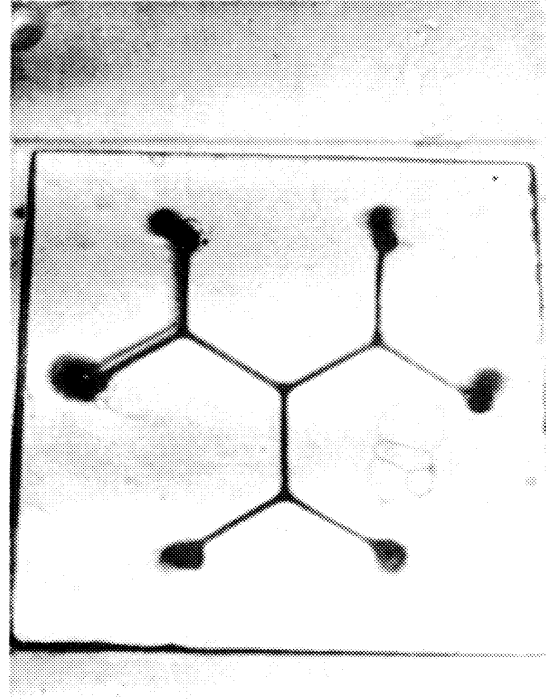
當我們想要在 n 個城市（或鄉村）間架設高速公路或電線、電纜、水管等，要求得連接 n 個地方之最短距離。將地圖畫在透明片上，然後在壓克力上黏上 n 點，浸在沙拉脫水溶中取出後和地圖一起放在O.H.P.上，就可很清楚的看出連接 n 個地方的最短距離。



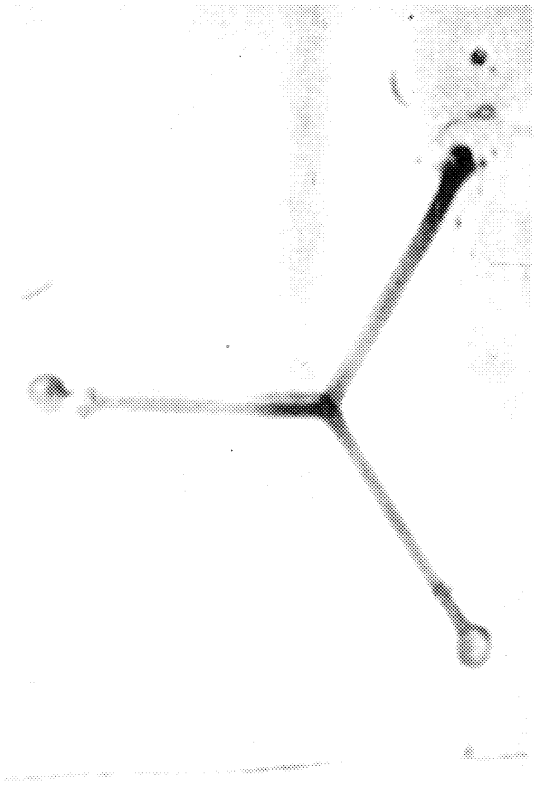
（圖九）



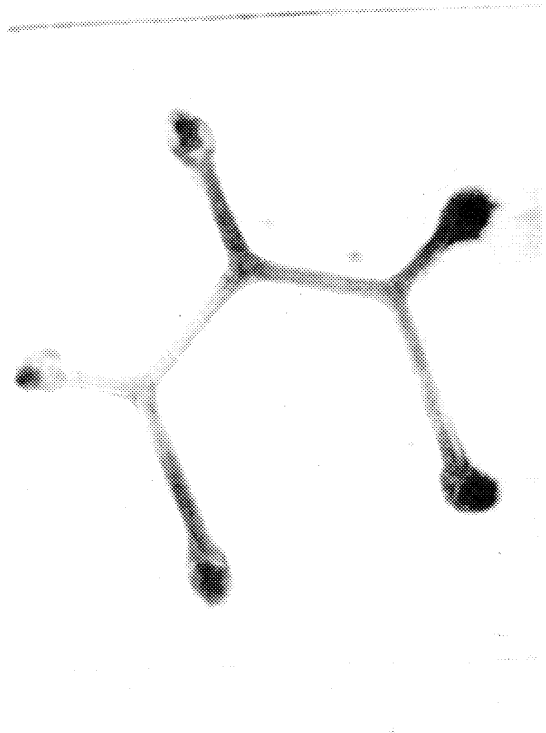
(圖十一)



(圖十三)



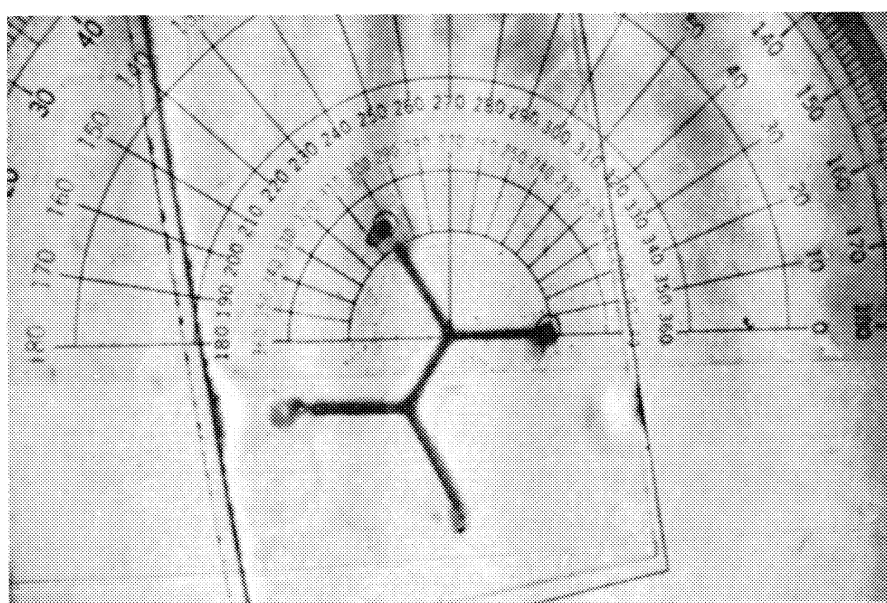
(圖十)



(圖十二)

六、獻給高中數學老師——野人獻曝

高中數學實驗教材自然組第三冊（高中數學實驗教材編輯小組編著，數理出版公司出版）P.251～P.258 “論例7”及“論例9”，求“到三點的最小距離和”“連接四點的最小距離和”。利用壓克力板、肥皂水、量角器及O.H.P.可將其結果很清楚的顯示在銀幕上〔如圖十四〕，數學理論及物理實驗相映成趣，應可收到更大的教學效果。



（圖十四）