

日蝕月蝕的推論

高中組地球科學第三名

省立羅東高中

製作學生：莊斌鎰·洪長曄

指導老師：吳 三 郎

一、動 機：

在一次野外露營的夜晚裡，大家在暢談中，覺得月色繁星其景之美令人心曠神怡，忽然有一片烏雲遮蓋皎潔的月亮，讓人感受到美中不中，假若在白晝也發生類似的情形時那該是多麼奇幻呢？因而聯想到課堂所上的日蝕月蝕到底與雲遮月的情形有何關係？於是我們着手研究探討收集資料等。

二、目 的：

日月蝕現象雖早已被科學家們研究過，且一般人亦知道，日月蝕乃太陽、地球、月球三者相對位置變化而引起的，但是大家却知其然而不知所以然。到底一年之內有幾次日蝕，幾次月蝕？在此我們針對這種問題加以探討，俾使大家對此有所進一步了解。

三、原 理：

(A)日蝕：

1 發生條件：

- (1)月球必在地球及日球之間。
- (2)月球必位於節點或距離節點甚近處。

2 可能發生的情況：

- (1)日月球的相對運動（圖 a — 1）

①當日月在同一經線上運動時，月球沿MN向（白道）日

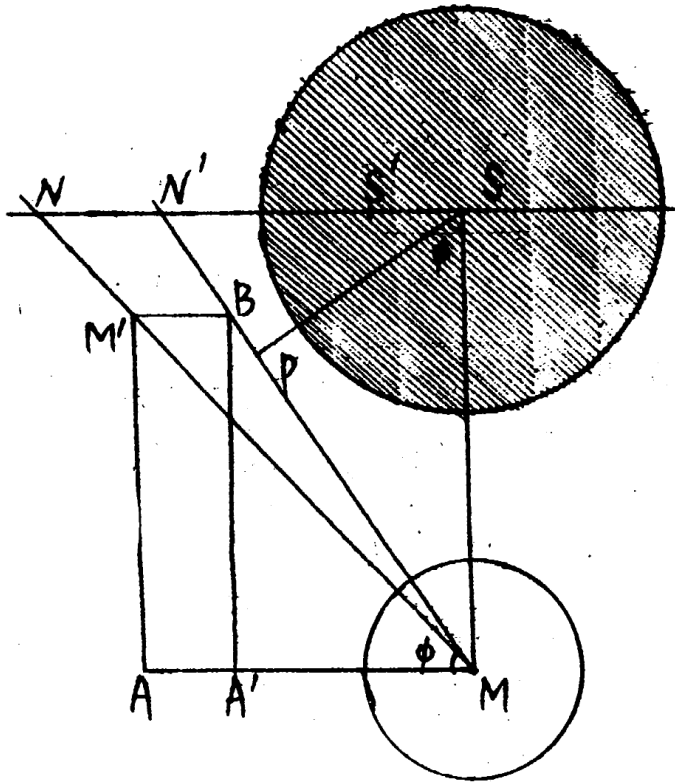


圖 a—1

球的視運動沿 SN 向（黃道）行進。

⑥ 當月球從 M 點移至 M' 點時，日球亦從 S 點移至 S' 點，而月球運動方向又可分為 MS 向及 SN 向。

⑦ 由圖 a—1 中合併 MS 向之移行距離及 SN 向之移行距離得 B 點，做 MS 線交 SN 於 N' 點，得 MBN' 直線，由 S 點做 MBN' 垂線，垂直於 P 點，求 SP 長。

※ SP 長的討論：

(I) 若 SP 小於日月的中心連線長，則有日蝕發生。

(II) 若 SP 大於日月的中心連線長，則無日蝕發生。

由圖 a—1 中，令 $\angle AMP$ 為 ϕ 則 $\angle PMS$ 為 $\frac{\pi}{2} - \phi$ 。

但 $\triangle SPM$ 中 $\angle SPM$ 為 $\frac{\pi}{2}$ 故 $\angle MSP$ 亦為 ϕ 。

$$\therefore \cos \phi = \frac{A'M}{BM} = \frac{SP}{MS} \Rightarrow SP = \cos \phi \cdot MS$$

(2) 日月交會區：（圖 a—2）

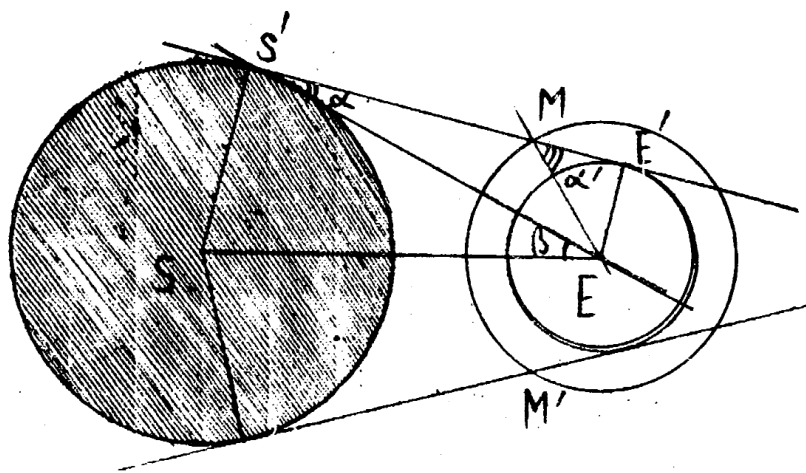


圖 a — 2

①所謂日月交會區即是月球繞地球運行時從M點起與日球地球連成一線，至M' 點之範圍為止是為日月交會區。由 a — 2 圖中，

令 $\angle ES'M = \alpha$ (日球之地平視差)

$$\alpha \doteq 8'' \dots\dots\dots ①$$

$\angle EME' = \alpha'$ (月球之地平視差)

$$\alpha' \doteq 57' \dots\dots\dots ②$$

$\angle SES' = \beta$ (日球在E點之視半徑差)

$$\beta \doteq 16' \dots\dots\dots ③$$

月球的視半徑 $\doteq 15'$ $\dots\dots\dots ④$

由上式可求日月交會區一半之寬度即為 $\angle SEM$ 。

$$\begin{aligned} \angle SEM &= \angle SES' + \angle S'EM = \beta + \angle S'EM = \\ &= \beta + \alpha' - \alpha \dots\dots\dots ⑤ \end{aligned}$$

再由①②③④代入⑤中得日月會區寬度為 $87' 52''$ 。

(3)月蝕的極限 (圖 a — 3)

①當月球距節點有一段距離時，即可發生日蝕，此距離一定之限度稱為日蝕的極限。此極限可由月球視半徑及日月交會區寬度之半之和及白道黃道之夾角求得。(但白道、黃道夾角並非一定之角度，且日月視半徑亦有變動，故其極限“距節的度數亦有改變”最大約 $18\frac{1}{2}^\circ$ ，最小約為 $15\frac{1}{2}^\circ$ 。最小時為緊限此發生日蝕，最大時為寬

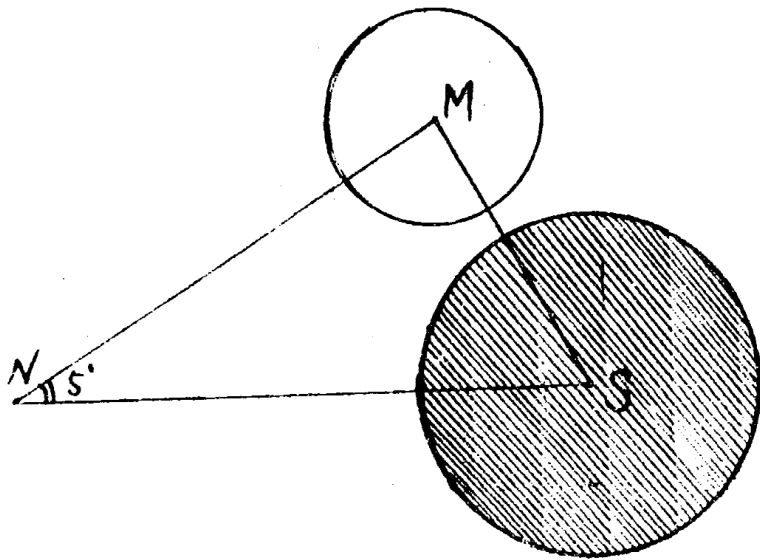


圖 a-3

限，此時可發生日蝕亦可不發生日蝕)。

②圖 a-4

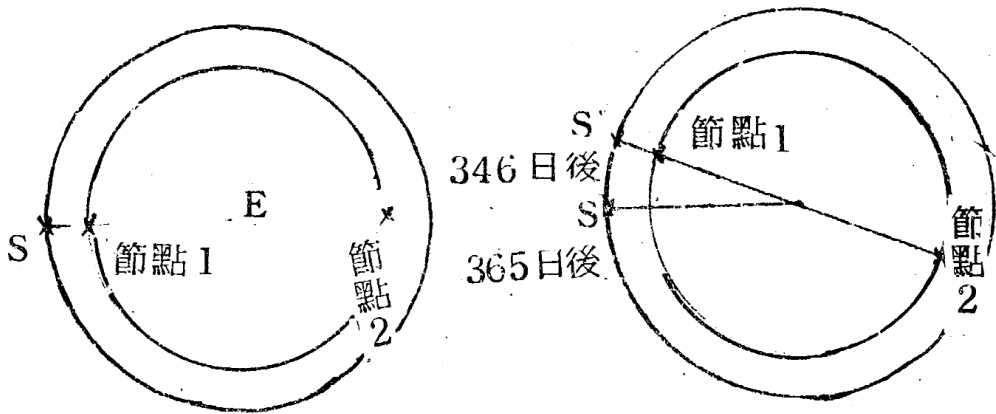


圖 a-4

日球之視運動於 365.25 日繞一週，由觀察知道，節點有倒退現象，故日球與節點於第一次重合後再第二次重

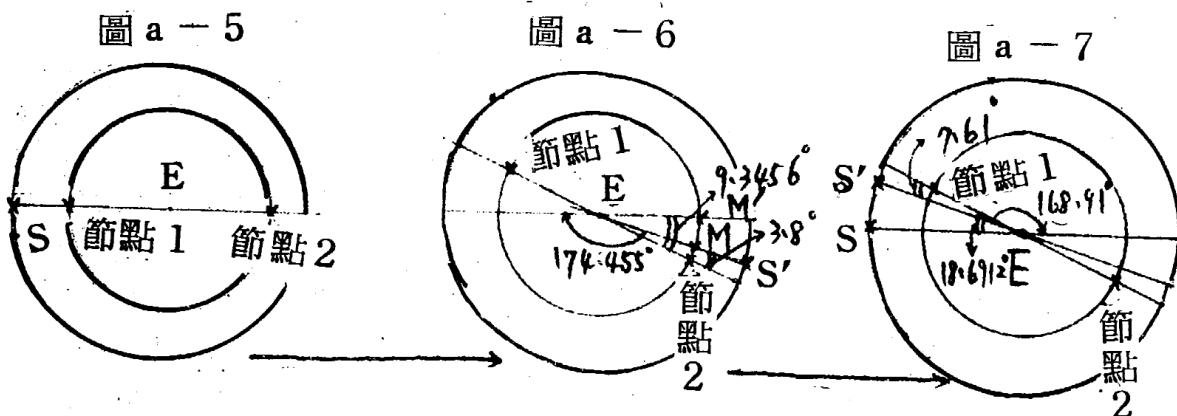
合的日期為 $\frac{360^\circ}{365.25} + \frac{360^\circ}{18\frac{2}{3} \times 365.25} = \frac{360^\circ}{T}$ 中的

T。T 求得值為 346.62 日。

(4) 節點有兩個，相距 180° ，而日球於 346.62 日與節點相逢，故日球於 173.31 日與第二節點相逢。

※討論 (如圖 a-5, a-6, a-7, a-8, a-9,

(a - 10) 。



2月時此時
有一日蝕

[經過六次合朔後)
177日) 如圖 a-6
∠節點2EM 形成角
度為 3.8° 在日蝕極
限內故有日蝕] 。

[再經過177日後如
圖 a-7 ∠S'E節點
1 為 7.6° 故有日蝕
，但此時已在第二年
度，故一年中至少有
2次日蝕。]

① 設日球以二月自節點 1 (見圖 a-5) 出發當時正為月朔，故有一個日蝕，經過 173.31 天後與節點 2 (見圖 a-6) 相逢，而月球為 6×29.5 日剛好合朔第六次，此時日球距離節點 2 (見圖 a-6) 約 4° ，猶在緊限內，故發生日蝕。此時再經過 177 日，日球已通過節點 1 (如圖 a-7) 有 8 日左右，故必能發生日蝕，但此時已在第二年度，故一年內最少有二次日蝕的發生。

② 如果月望之發生在日球通過節點 1 (如圖 a-8) 前 2 日起，則月望後的新月距離節點 1 (如圖 a-9) 的度數為 $\frac{29.5}{2} \times \frac{360^\circ}{346.62} - 2 \times \frac{360^\circ}{346.62} = 13^\circ$ 故必發生日蝕，而月望前的新月距節點 1 (如圖 a-9) 的度數為 17° 在寬限內，故可能發生日蝕。

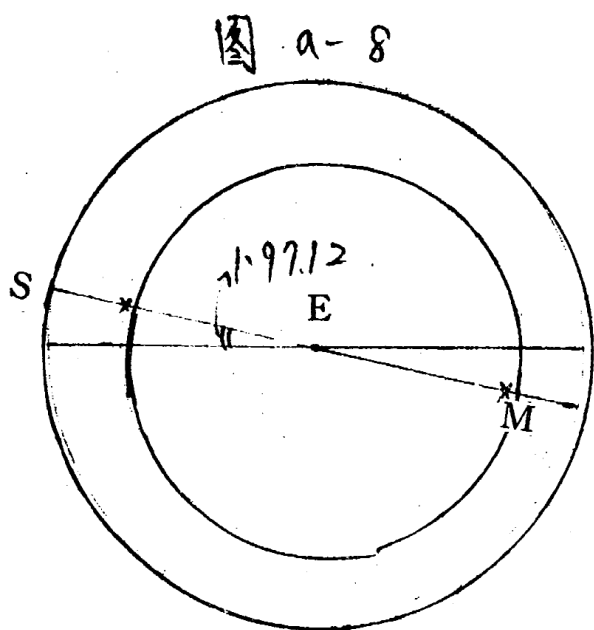
※說明：

1. 節點每日倒退度數為 $\frac{360^\circ}{18\frac{2}{3} \times 365.25} = 0.05280^\circ$

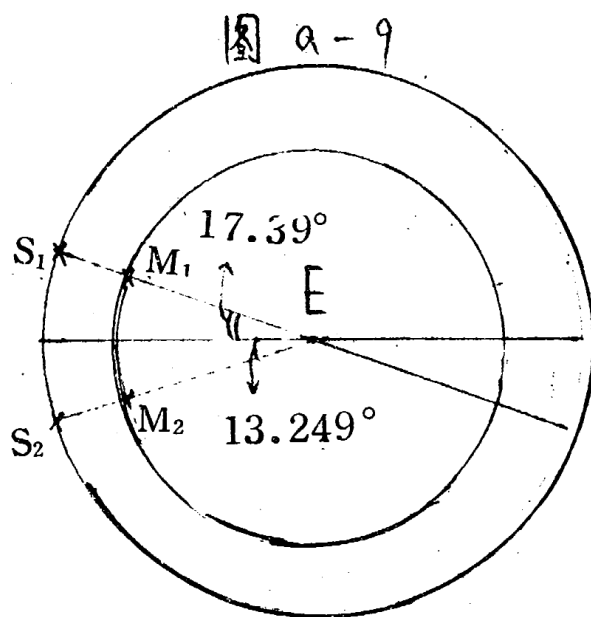
2. 經過 177 日所倒退的度數為 $0.05280^\circ \times 177 = 9.3456^\circ$ (即 $\angle SEM$, 見圖 a-6)

3. 日球每日之視運動度數為 $\frac{360^\circ}{365.25} = 0.9856^\circ$ 。

4. 經過 177 日其視運動角度為 $0.9856^\circ \times 177 = 174.455^\circ$ (即 $\angle SEM$, 如圖 a-6)。



此時為月望發生於距節點前 2 日。



① S_1 為月望前之新月，此時距節點 1 近 17.39° ，故可能有日蝕。

② S_2 為月望後之新月，此時距節點 1 近 13.249° ，故必有日蝕發生。

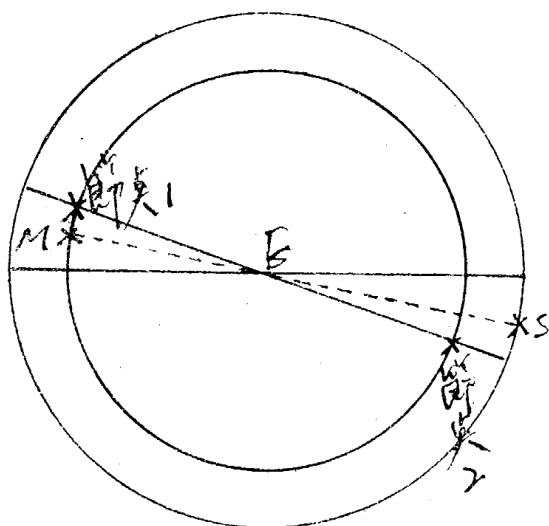
©當日球到節點 2 (見圖 a-10) 時，月球第六次月望尚未發生，相差二日 (約 1.9712°) 故在月望前之新月距

離節點 2 (見圖 a - 11) 的度數為

$$\frac{29.5}{2} \times \frac{360^\circ}{346.62} + 2 \times \frac{360^\circ}{346.62} = 17.3965^\circ$$

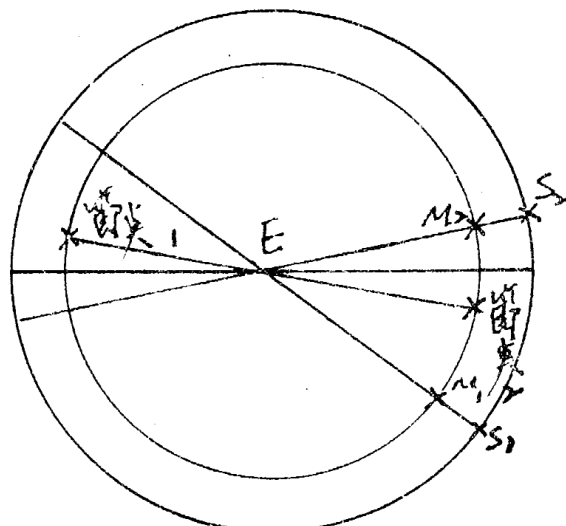
故在寬限內可能發生日蝕，月望後之新月距離節點 2 (見圖 a - 11) 的度數為 13.2493° 故緊限內必發生日蝕。

圖 a-10



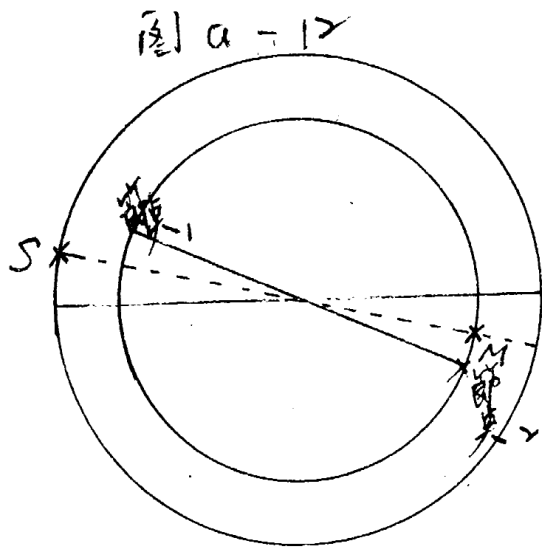
此時為月望，發生於過節點後 2 日。

圖 a-11

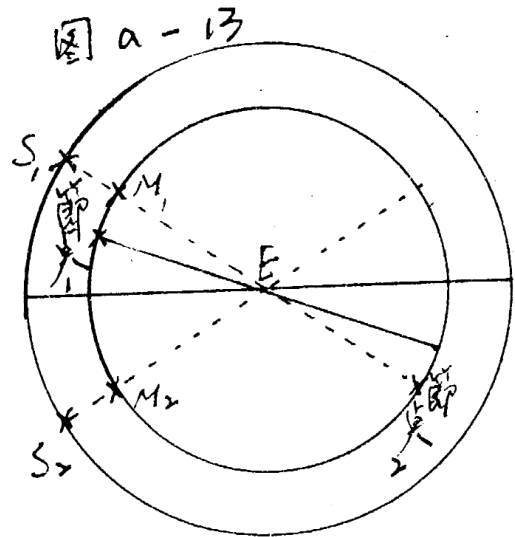


此時 S_1 為月望前之新月，其距節點 2 約 13° ，故必發生日蝕。
 S_2 為月望後之新月此時距節點 2 約 17° 左右，可能發生日蝕。

- ④ 自此至日球回復在第 1 節點 (見圖 a - 12) 共為 175 日，距第 12 次月望之發生，尚有六日在月望後之新月已距節過遠，已不能發生日蝕，月望前之新月，則距節極近，日蝕為不可免，故論一年中之日蝕，最多可發生五次。



此時為第 12 次月望其發生於過節點後 6 日



S_1 為月望發生前之新月此時距節點 1 約 9° 故發生日蝕。
 S_2 為月望發生後之新月，此時距節點 1 約 21° 故不能發生日蝕。

(B) 月蝕：

1 發生的條件：

- (1) 地球必須在日球、月球之間。
- (2) 月球必在節點或節點甚近處（即是月蝕必發生在月望的時候）。

2 月蝕的極限：

由於地影寬度所掩蔽日光之範圍較月球為小，故其極限亦較小。

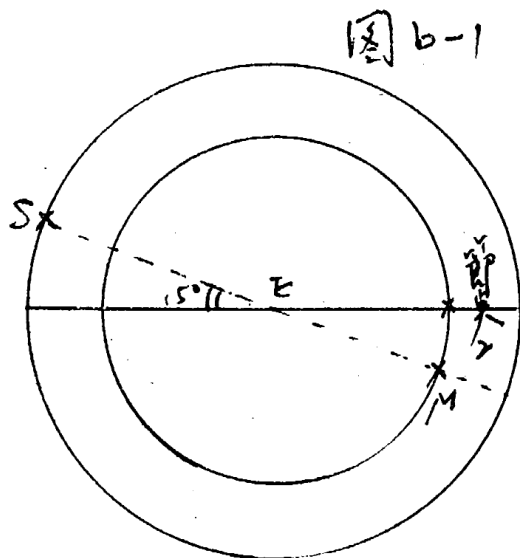
- (1) 最大時 $12^\circ 5'$ 為寬限（此時月球近地點，地球在遠日點且黃道與白道的夾角為最小）。
- (2) 最小時 $9^\circ 30'$ 為緊限（此時月球在遠地點，地球在近日點，且黃道與白道夾角為最大）。

※ 討論

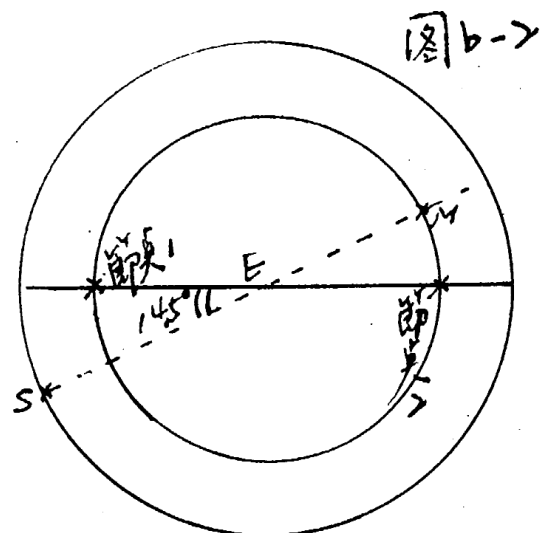
- (a) 若第一次月望在節點前 15 日發生，則第二次月望在

節點後 14.5 日發生此兩種均在寬限外，故均不能發生月蝕。（見圖 b-1，b-2）。

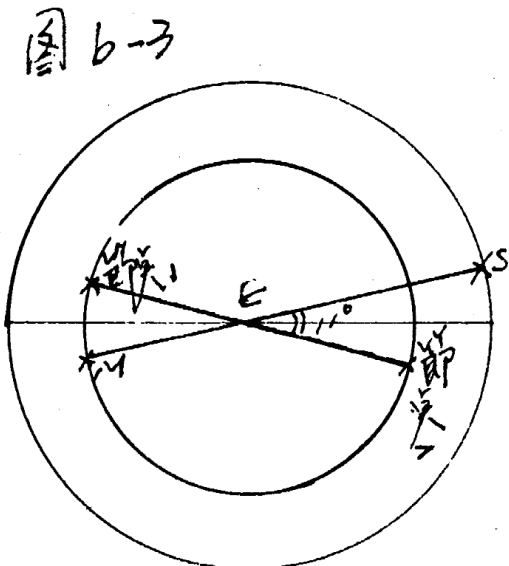
(b) 日球從節點 1 到節點 2 須時 173 日，而月望六次須時 177 日，因此相差四天，至第七次月望時日球距節點尚有 11 天，即是 11° 此時可發生月蝕。（圖 b-3）



此時月望之發生距節點 1 15° 左右故無月蝕。



此時月望之發生距節點後 14.5° 左右故無月蝕。

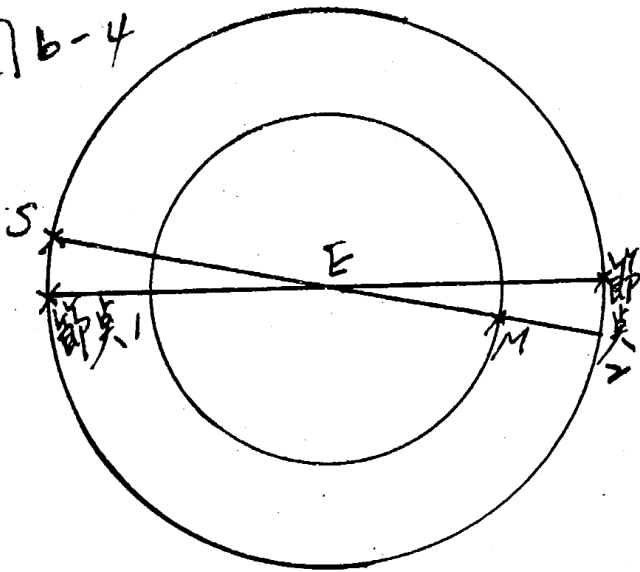


此時 S 距節點 2 約 11° 左右，故可能發生月蝕也可能不發生月蝕。

(c)至第八次月望後日球距離節點已過遠，因此不能發生月蝕，所以一年中月蝕最少可為零次。

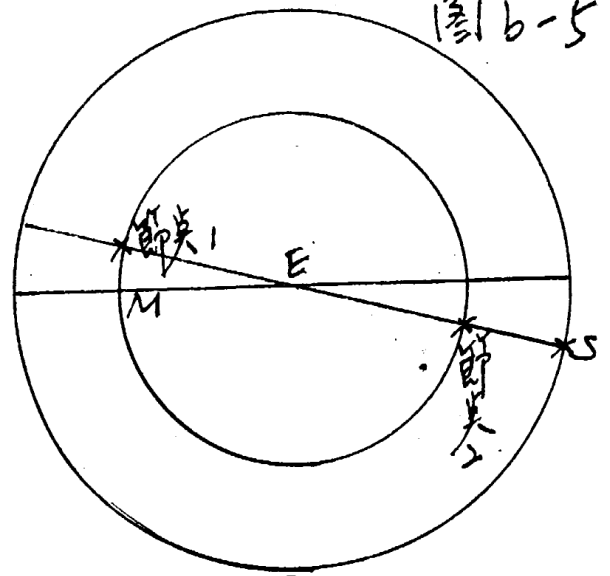
(d)若月望在年初且離節點 4° 之內則此時有一個月蝕，自此經177日後月望正在節點上，亦發生月蝕，又經177日後回復原節點上，且距節點約 4° ，故此時亦可發生月蝕，至此時共歷經354日左右尚在一年之內，故月蝕最多一年可發生3次。(見圖b-4, b-5, b-6)

圖 b-4



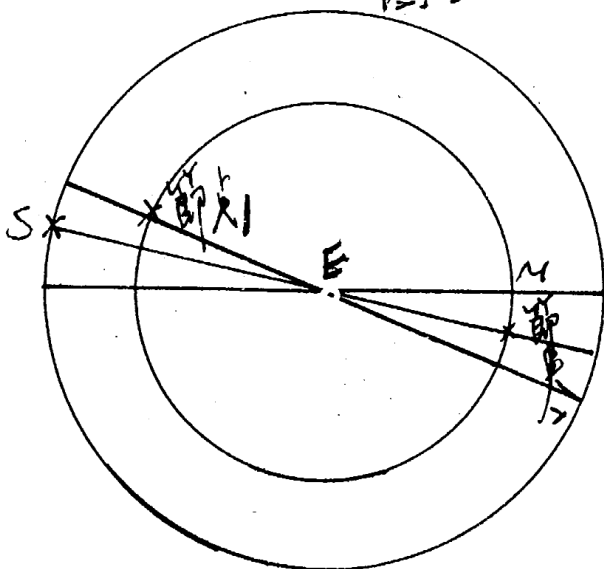
此時月蝕發生於節點前4日
故有月蝕。

圖 b-5



經過177日後第六次月望恰發生於節點上，故有月蝕。

圖 b-6



再經過177日後，月望發生於節點1後4日，故有月蝕。

四、結 論：

由上式的探討中，就一年中日月蝕的全數而言，最少不會低於2次，最多不會超過7次（5次日蝕，2次月蝕），或4次日蝕3次月蝕。如包括半影月蝕（2至5次），則日月蝕次數應為7次至4次（日蝕5次，月蝕2次；日蝕4次，月蝕3次；日蝕3次，月蝕4次；日蝕2次，月蝕5次）因節有倒退運動之故，且完成一次倒退週期為18年11日或18年10日，故在一個週期內發生日月蝕應為70次其中41次日蝕，29次月蝕。