

# 雙線擺振動的研究

## 高中組物理第二名

省立臺南女子高級中學

作者：陳美霞 陳慧玲

指導老師：林柳生

### 一、研究動機：

某日偶而看到由天花板懸掛下來的日光燈在振動，連想其振動該為週期性，但其週期到底與那些因素有關？於是引起探求的興趣，乃完成如下的實驗。

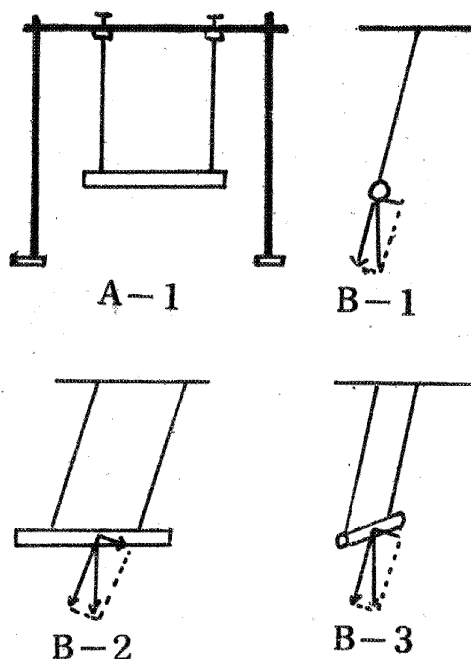
### 二、研究目的：

用兩線懸起一棒（姑且稱作雙線擺）使作各種不同方向的振動，改變各種條件，測其週期。研究影響週期的各種因素，整理其規則性，以求量的關係。

### 三、研究經過：

(一)雙線擺（如圖A-1）的振動可分為三種：1 擺動方向與圖面平行。2 擺動方向與圖面垂直。3 在水平面上扭轉，如右圖B~1、2、3。分析第1、2種棒受力振動情形與單擺相似，推想其週期與擺長一樣的單擺相等，乃各測其週期以證實正確性。

(二)在水平面扭轉，本欲以理論推出其公式，因其情形複雜，利



用至今所學的知識無法推出，乃改以實驗求其間的規律性。

#### 四、實驗：

實驗 A：與棒長平行方向及垂直方向之擺動。

[步驟]：(1)取一擺長為  $l$  之單擺測其週期。

(2)拿一根長度  $L$  之棒，於重心兩旁相等處各以細線懸掛，並使兩線相平行，且擺長為  $l$ ，使其振動方向與棒平行及垂直，各測其週期並與單擺之週期相比較。

(3)改變兩懸線間的距離  $a$ ，重做上述(2)之實驗。

[數據]：

項 目		兩線間的距離 (cm)				
		10	16	22		
單 擺 的 週 期 (秒)		1.50	1.50	1.50	1 擺長 = 53 cm	
雙 線 擺	平 行 方 向 的 擺 動	週 期 (秒)	1.50	1.49	1.49	2 單擺質量 = 34.7g
		與單擺週期 差的百分率	0%	0.67%	0.67%	3 雙線擺質量 = 500g
	垂 直 方 向 的 擺 動	週 期 (秒)	1.51	1.51	1.50	4 棒長 = 30 cm
		與單擺週期 差之百分率	0.67%	0.67%	0%	

[結論]：雙線擺的週期，實驗結果無論與棒平行或垂直方向的擺動均和同樣擺長的單擺週期相同，因此其計算公式

仍用可使用  $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ 。不過垂直方向擺動的週期均

較平行擺動為長，推理其原因，可能為垂直擺動時擺動兼有轉動，而平行擺動時純為移動，因此影響速度變小，而導致週期變長。

實驗 B：在水平面上的扭轉。

實驗 B~1：週期與扭轉角度的關係。

[步驟]：保持兩懸線間的距離  $a$  (兩懸線相互平行)，擺長  $\ell$ ，棒長  $L$  為一定，在長棒下放一刻有角度的圓盤，以改變、調整扭轉角度，各測其週期並尋求規律性。

[數據]：

角度(度)	5	10	15	20	25	30	35	40	
週期(秒)	0.81	0.81	0.82	0.81	0.83	0.83	0.84	0.83	
角度(度)	50	60	70	80	附註	$\ell$	L	m	a
週期(秒)	0.84	0.85	0.87	0.88		10cm	30cm	500g	14cm

[結論]：由上表可看出在  $25^\circ$  內週期幾乎不因角度而改變，但  $25^\circ$  以上則因角度之增加而增加，因此以下實驗均在  $25^\circ$  內進行。

實驗 B ~ 2：週期與質量的關係。

[步驟]：以各種不同金屬棒或以各種物質填入不同管內做成長度相等而質量不等的長棒，保持擺長  $\ell$ ，棒長  $L$ ，兩懸線間的距離  $a$ ，改變棒的質量  $m$  各測其週期，並由此資料尋求質量與週期的關係。

[數據]：

質量(克)	50	82.6	85.9	97.2	152.7	166	200
週期(秒)	1.15	1.15	1.14	1.11	1.15	1.14	1.14
質量(克)	370	472	500	附註	$\ell$	L	a
週期(秒)	1.09	1.11	1.14		20cm	30cm	14cm

[結論]：由上表看不出週期因質量而改變，因此可推出雙線擺猶如單擺，其週期與擺錘的質量無關。

實驗 B~3：週期與擺長的關係。

〔步驟〕：保持棒長  $L$ ，擺錘質量  $m$  及兩線間距離  $a$  一定，調節擺長  $\ell$ ，各測其週期，並分析擺長與週期之關係。

〔數據〕：

擺長 (cm)	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	附 註	L	a	m
週期 (秒)	1.02	1.33	1.53	1.81	1.96	2.17	2.24	2.43	2.56	2.64				
$\sqrt{\ell}$	3.16	3.87	4.47	5	5.48	5.92	6.32	6.76	7.07	7.42		30	10	472
$\frac{T}{\sqrt{\ell}}$	0.32	0.34	0.34	0.36	0.36	0.37	0.35	0.36	0.36	0.36		cm	cm	g

〔結論〕：由上表可看出週期與擺長的平方根成正比即

$$T \propto \sqrt{\ell} \dots \dots (1)$$

實驗 B~4：週期與棒長之關係。

〔步驟〕：先如 B~2 的方法製造一些質量相等而長度不同的長棒，保持擺長  $\ell$ ，雙線擺間的距離  $a$  及質量  $m$ ，各測其週期，並分析週期與棒長的關係。

〔數據〕：

棒長 (cm)	16.1	23.5	26.8	30	37.8
週期 (秒)	0.79	1.22	1.32	1.54	1.90
T/L	0.049	0.052	0.049	0.051	0.050
附註	m = 120g $\ell = 10\text{cm}$ a = 7cm				

〔結論〕：由上表可看出週期與棒長成正比即  $T \propto L \dots \dots (2)$

實驗 B~5：兩懸線間距離與週期的關係。

〔步驟〕：保持棒長  $L$ ，擺長  $\ell$ ，質量  $m$ ，改變兩懸線間的距離，各測其週期，並尋求兩線間距離與週期之關係。

[數據]：

兩線間的距離 (cm)	6	10	14	18	22	26
週期 (秒)	2.64	1.53	1.11	0.88	0.72	0.60
aT	15.8	15.3	15.5	15.8	15.8	15.6
附註	m = 472g $\ell = 20cm$ L = 30cm					

[結論]：由上表知週期與懸線間的距離成反比即  $T \propto \frac{1}{a}$ 。

實驗 B ~ 6：兩懸線上端懸點間距離與下端兩支點間距離的關係

(1)由 B ~ 5 的實驗想起如懸線上、下端支點間的距離不等時，

其週期又如何呢？因繼續完成如下實驗：

[步驟]：任選一棒保持擺長  $\ell$  及上懸點距  $a$  不變，改變下支點距  $b$  及固定  $b$ ，改變  $a$ ，各測其週期尋求週期與  $a$ 、 $b$  的關係。

[數據]：

b (cm)	4	6	8	10	12	14	16	附註
週期	1.64	1.42	1.20	1.11	1.01	0.92	0.86	L = 30cm $\ell = 10cm$ m = 85.9g a = 10cm
$\sqrt{b}$	2	2.45	2.83	3.16	3.46	3.74	4	
T $\sqrt{b}$	3.3	3.5	3.4	3.5	3.5	3.4	3.4	
a (cm)	4	6	8	10	12	14	16	
週期	1.72	1.46	1.23	1.11	1.01	0.90	0.84	L = 30cm $\ell = 10cm$ m = 85.9g b = 10cm
$\sqrt{a}$	2	2.45	2.83	3.16	3.46	3.74	4	
T $\sqrt{a}$	3.4	3.6	3.5	3.5	3.5	3.4	3.5	

[結論]：由上表可看出L、a、 $\ell$ 一定時  $T \propto \frac{1}{\sqrt{b}}$  L、 $\ell$ 、

b一定時  $T \propto \frac{1}{\sqrt{a}}$ ，由此推出  $T \propto \frac{1}{\sqrt{ab}}$ .....(3) 此能

與實驗B~5的結果一致，因上實驗即為  $a = b$  的特

殊情況下  $T \propto \frac{1}{\sqrt{ab}} = \frac{1}{\sqrt{a \cdot a}} = \frac{1}{a}$ 。

[總結論]：由(1)(2)(3)式可得  $T \propto \frac{L\sqrt{\ell}}{\sqrt{ab}}$  或  $T = k \frac{L\sqrt{\ell}}{\sqrt{ab}}$ ，並利

用以上各次實驗的a、b、L、 $\ell$ 值代入公式求得k

之平均值為0.116即  $T = 0.116 \frac{L\sqrt{\ell}}{\sqrt{ab}}$ 。

求證實驗：為證所得公式的正確性，再造三棒，各以任意條件扭轉測週期，並與代入公式所得的理論值相比較。

[數據]：

條 件					項 目		週 期		百分誤差
棒名	$\ell$	L	a	b	理論值	實測值			
X	16	29.8	16	16	0.86	0.84	2.3 %		
Y <sub>11</sub>	16	24.4	12	6	1.33	1.30	2.3 %		
Z	18	14.2	4	10	1.10	1.04	5.5 %		

[結論]：在誤差範圍內實測值均能與理論值符合，Z棒誤差大，其原因可能是製管時不慎，使重心稍微偏離棒之中點所致。

實驗C：那些因素影響比例常數k值？

[步驟]：改變懸線粗細、質料，各測其週期，代入公式求k值，尋求規律性。

[數據]：

項 目 \ 質 料	尼龍線	尼龍線	尼龍線	棉 線
直 徑 (m, m)	0.75	1.0	1.85	1.0
週 期 ( 秒 )	1.12	1.11	1.05	1.10
$k = \frac{T \sqrt{ab}}{L \sqrt{\ell}}$	0.117	0.116	0.110	0.115
共 同 條 件	$L = 30cm \quad \ell = 20cm \quad a = b = 14cm$			

[結論]：由上表，k值似乎與質料、半徑有關，其值變化量小  
找不出量的關係，推測k值因直徑增大而變小，並與  
線的剛性系數有關。