

奇 數 真 奇

國中組數學第二名

台中縣太平國民中學

製作學生：廖玲玉 林靜宜 廖樹英

指導老師：林錦珍

一、研究動機：

上美術課時，老師令同學們用色紙剪成方塊；排列成地磚的圖案，其中五花八門各有千秋，而我們這一組特有新發現，就是在方形紙面上由左下角用一個紅色方塊貼起，一直向右上角延伸；成爲「」字形。層層併疊，奇怪，每一層的數字都是奇數，於是引發了我們研究的興趣。

二、研究目的：尋求家庭裝飾的圖案。

三、使用材料：色紙、樹脂、剪刀、美術紙、道林紙。

四、研究過程：

(一)層次方格和——奇數與層數積。

$$1 \text{ 層} : 1 = 1^2$$

$$2 \text{ 層} : 1 + 3 = 4 = 2^2$$

$$3 \text{ 層} : 1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$$

$$4 \text{ 層} : 1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2$$

$$5 \text{ 層} : 1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25 = 5^2$$

$$n \text{ 層} : 1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$$

看上面每一層次圖的方格數和，發現其層次方格和等於層數的平方數。另外將各層圖看做一個大的正方形，並求此正方形的面積，同時也可以得到它的方格總數，也就是「每邊方格數的自乘」或是「層數的自乘」。

(二)圖與數的相關。

我們從此圖形遊戲中，得到了計數的問題，試稱它爲「圖的數化」，當然也就有「數的圖化」。

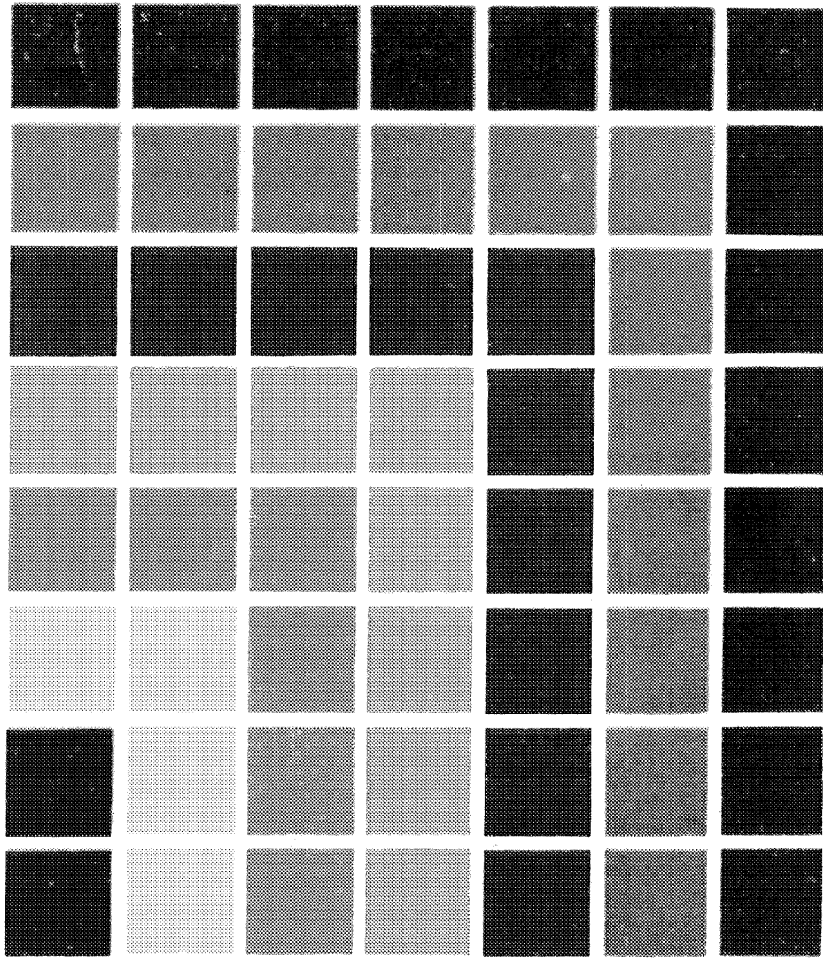
五、結 論

自 1 起奇數列的和，等於該奇數列項數的自乘積。

六、推廣研究

(一)偶數數列與圖的相關。

偶數數列為 2、4、6、8……



層次方格和：

$$1 \text{ 層} : 2 = 1^2 + 1$$

$$2 \text{ 層} : 2 + 4 = 6 = 2^2 + 2$$

$$3 \text{ 層} : 2 + 4 + 6 = 12 = 3^2 + 3$$

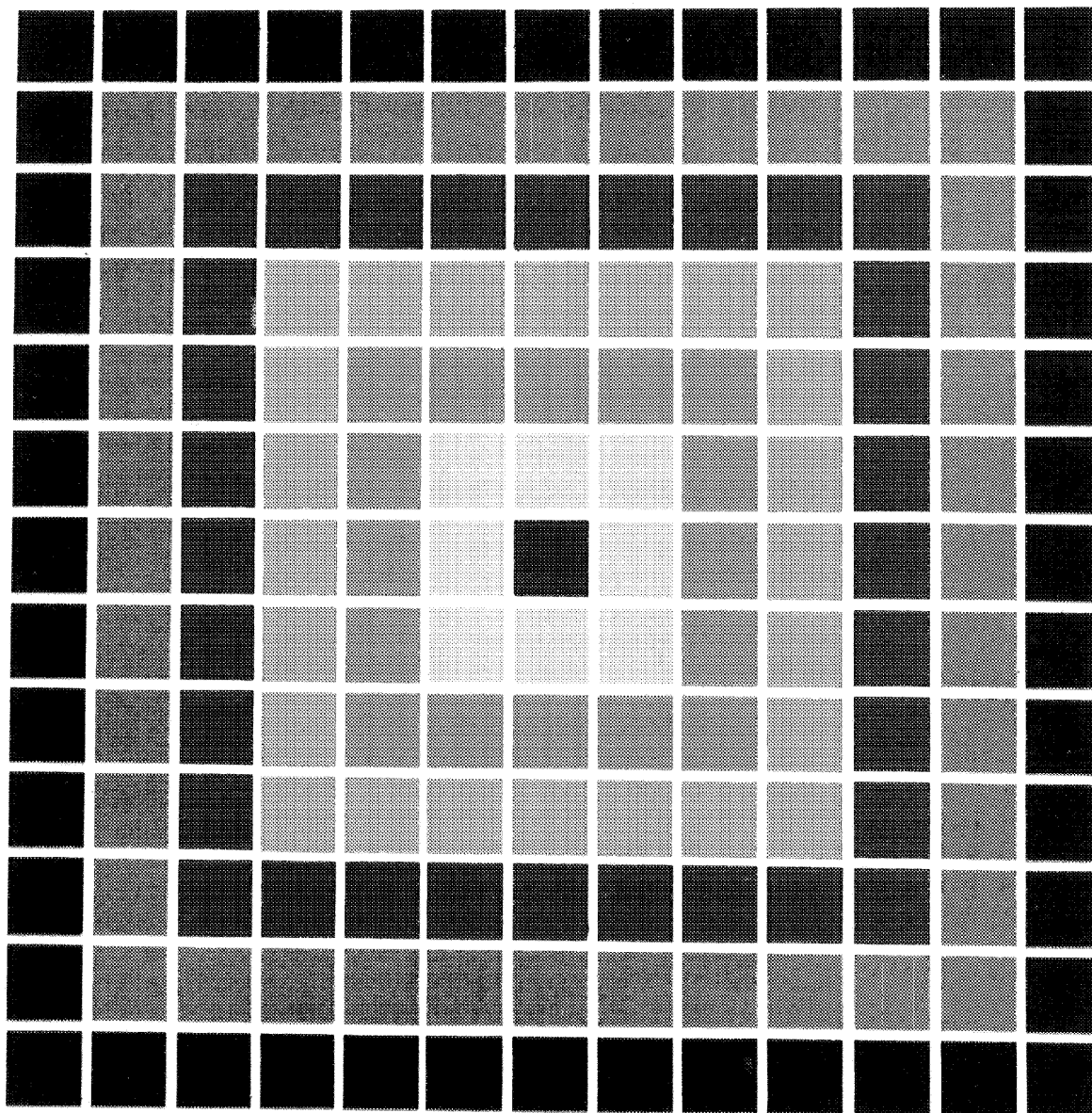
$$4 \text{ 層} : 2 + 4 + 6 + 8 = 20 = 4^2 + 4$$

$$5 \text{ 層} : 2 + 4 + 6 + 8 + 10 = 30 = 5^2 + 5$$

$$n \text{ 層} : 2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n^2 + n = n(n + 1)$$

(二) 雙偶數數列與圖的相關。

雙偶數數列為 1 、 $8(2 \times 4)$ 、 $16(4 \times 4)$ 、 $32(8 \times 4)$ ……。



層次方格和

$$1 \text{ 層} : 1 = 1^2$$

$$2 \text{ 層} : 1 + 8 = 9 = 3^2$$

$$3 \text{ 層} : 1 + 8 + 16 = 25 = 5^2$$

$$4 \text{ 層} : 1 + 8 + 16 + 24 = 49 = 7^2$$

$$5 \text{ 層} : 1 + 8 + 16 + 24 + 32 = 81 = 9^2$$

$$n \text{ 層} : 1 + 8 + 16 + \dots + (2n \times 4) = (2n - 1)^2$$

其和爲平方數，也正因各圖形是由「正方形」構成而得「圖與數」，「數與圖」的相關，更加巧妙了。

七、使用價值：

1. 滿足我們日常生活上的需要。
2. 供應家庭上客廳、牆壁以及類似此等裝璜之設計。
3. 此種設計法簡單、明瞭、實用，比數學上用的等差級數算法便利多多。