

多面體展開圖定理的發現

國中教師組第一名

彰化縣員林國中

製作：王 耀 錕



多面體的展開圖是將三次元的多面體，沿着稜線切開張展在二次元的平面圖形。展開圖形成「網狀多角形」，此多角形外圍的邊，就是回覆製作立體模型時的「銜接邊」。

本作品發見展開圖的「銜接邊」數與原多面體的面數、稜數、頂點數等有其一定的關係。計發現的定理有十，系有四。現在把其定理及系簡約於下：

設：F——面數 E——稜數 V——頂點數

D_e ——銜接邊數 a——等面多面體每面的邊數

E_d ——為作展開圖，應切開的稜數

[定理一]凸多面體—— $D_e = 2(E - F + 1)$

[系一]一般多面體—— D_e 必為偶數

[系二]凸多面體—— $E_d = E - F + 1$

[定理二]凸多面體—— $D_e = (a - 2)F + 2$

[定理三]凹多面體—— $D_e \leq 2(E - F + 1)$

[系三]凹多面體—— $E_d \leq E - F + 1$

[定理四]凹多面體—— $D_e \leq (a - 2)F + 2$

[定理五]凸多面體—— $D_e = 2(V - 1)$

[系四]凸多面體—— $E_d = V - 1$

[定理六]凹多面體—— $D_e \leq 2(V - 1)$

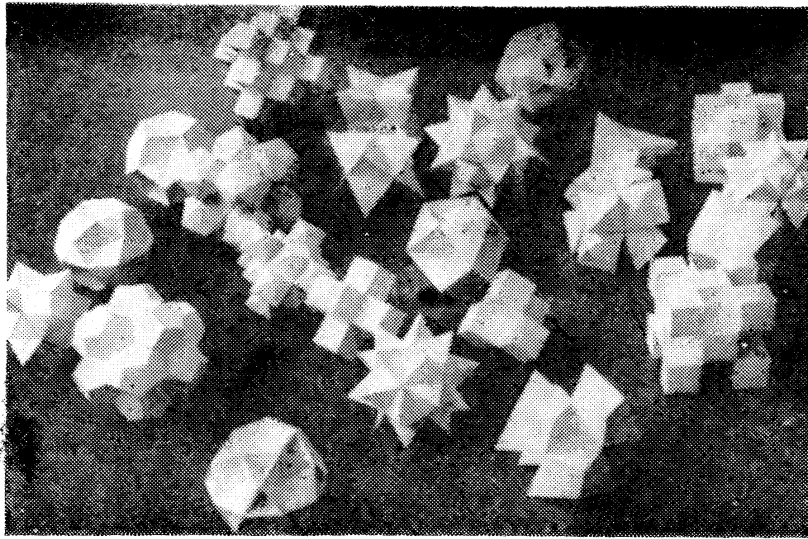
[定理七]凸多面體—— $D_e = V + E - F$

[定理八]凸多面體—— $E_d = \frac{V + E - F}{2}$

[定理九]凹多面體—— $D_e \leq V + E - F$

[定理十]凹多面體—— $E_d \leq \frac{V + E - F}{2}$

作者自民國五十九年起五年以來，熱衷於立體展開圖法的研究，並由展開圖製作立體模型，先後完成 200 餘種，形態美妙，人人喜愛的立體圖形。作品皆富於創造性，就在此研究製作時無意有意之中發見本定理。(附圖)



花形正面體

- 這個定理可說是大問題中的小發見。其發見經過的述作包括有：
- (1)發見的動機——為解決立體製作的簡便——錯誤的嘗試——展開圖的可能性。
 - (2)各種凸多面體的展開圖實例——正多面體類、準正多面體、平行多面體、角柱、角錐、塔體等。
 - (3)歸納的推論——以直觀的推測，發見問題，解決問題——導出—— D_e 、 E_d 與 E 、 F 、 a 的關係。
 - (4)闡述定理及證明——嚴密的論證推論。
 - (5)擴展探討凹多面體的定理——花形正多面體實例——有適合與不適合凸多面體定理者——「回體」的發見。
 - (6)定理的應用——證論「多面體的結構」——佐證「歐伊拉的公式」。
 - (7)更多的定理發見—— D_e 、 E_d 與 V 的關係。
 - (8)更多的定理發見—— D_e 、 E_d 與 V 、 E 、 F 的關係。
 - (9)結論與感想。
 - (10)待決及發展研究事項。