

# 中華民國第 57 屆中小學科學展覽會 作品說明書

---

國中組 數學科

030411

「納」要怎麼贏？

學校名稱：雲林縣立斗六國民中學

作者：  國二 張宗瑋  國二 黃彩柔  國二 陳閔鈺	指導老師：  張家偉
---	------------------

關鍵詞：納許棋、俄羅斯方塊

## 摘要：

市面上常看到琳琅滿目的棋類遊戲，嚮往著自己也能夠創造出一個嶄新的可行遊戲，我們決定開始行動。

新遊戲規則：

- 1.使用四種不同形狀棋子，以不同排序來進行遊戲。
- 2.遊戲雙方各佔棋盤上的左右或上下方，盤中佈滿 6x6 個正六邊形，雙方輪流下一次棋子，誰先完成連接左右或上下方，就贏得此遊戲。
- 3.輪到的一方無法落棋即輸。

根據我們實驗結果，新遊戲有 24 種不同之變化排列，我們認為任何棋子排序皆能適用四種提升勝率的法則---預留法、空洞法、雙通道法、關鍵點法，不管是先手或後手在此遊戲規則下都是「公平條件」做競爭，每回的遊戲時間不冗長，讓不懂數學概念的人也可以輕鬆上手，所以我們認為這個新遊戲的創造是成功的。

## 壹、研究動機

在市面上常看到琳琅滿目的棋類遊戲，例如：西洋棋、圍棋、跳棋、象棋.....等等。現在更不僅侷限於這類的棋盤遊戲，還有商家開發出了更加複雜、更具挑戰性的桌遊。看著這些遊戲日漸增加，嚮往著自己也能夠創造出一個嶄新的可行遊戲，我們決定開始行動。一天我們在對弈棋納許棋的途中突發奇想，假如每個棋子所佔的棋盤格數不再是一，那麼一次遊戲所花的時間，使用的技巧以及策略等等，會不會因此而改變呢？

## 貳、研究目的

- 一、探討新遊戲的遊戲規則與可行性與公平性。
- 二、探討新遊戲是否有提升勝率的策略。

## 參、研究器材

紙、筆、自製簡易版棋盤。

## 肆、研究過程或方法

### 一、遊戲規則說明

#### (一) 新遊戲的遊戲規則之構想

利用納許棋和俄羅斯方塊結合，規定第一個圖型如圖 a，第二個圖型如圖 b..... 以此類推(如表 1-2)，持續這樣一直規律的循環(如圖 1-1)，並融入俄羅斯方塊的元素，讓每次要下的棋子有可預測性，並以納許棋 6x6 為棋盤，以圖 a、圖 b、圖 c 與圖 d 為棋子的類型，使紅色邊連結至對面紅色的邊，或使藍色邊連結至對面藍色的邊，在研究中我們統一紅色連接上下，藍色連接左右，先連結到對邊的人獲勝。而對納許棋來說，不僅棋子選擇上有所變化，還有多了一項新規則----「若某方下不了棋，某方即輸」，使納許棋不一定要連線，也可試著設陷阱使對方下不棋而輸了遊戲，使納許棋多了新的風味。(詳細規則推導，請參見《新遊戲的遊戲規則可行性之探討》)

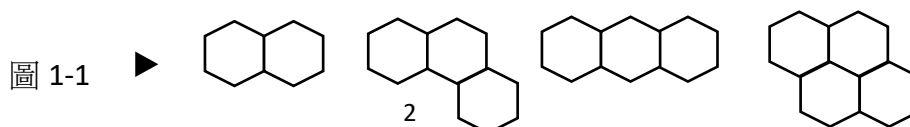
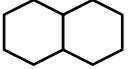
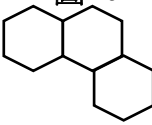
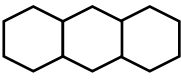
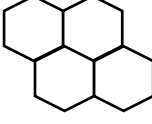


表 1-2

圖形	說明
<p>圖 a</p> 	<p>在新遊戲的遊戲規則可行性之探討說明中呈現。</p>
<p>圖 b</p> 	<p>可以用來幫助包住對手以及阻擋對方路線。利用此方式，能使對方必須再拉出一條通道，此時可以利用下一步棋來防守對方。</p>
<p>圖 c</p> 	<p>可攻可守。因為是一直線，所以能快速的連線；並做為阻隔的作用，直接斷了對方的通路，使對方不能直線連線，必須連出去另外再找道路。</p>
<p>圖 d</p> 	<p>是獲勝的關鍵。等下過幾次棋子後，可下的棋格會減少，造成某方下不下去某方即輸之關鍵。</p> <p>可以把這種形狀的棋子放置於剩下棋格中的中央位置，而造成零落棋格的現象，使對方無法繼續下棋。</p>

由於我們的棋子所佔格數較多，為求遊戲的耐玩性，我們將棋子的順序作任意排序，從中討論此新遊戲是否可行與公平性，並探討此新遊戲是否有提升勝率的策略。而在棋子順序排列的所有變因中共有  $4!=24$  種，我們取其中三種來進行探討。

## (二)符號與名詞介紹和定義

- (1) A 至 F 為橫座標。
- (2) 1 至 6 為縱座標。
- (3)預留法:預留下一步棋子要擺放之棋格位置。
- (4)空洞法:使對方之棋子無法擺放在己方所預先造成的棋格位置。
- (5)雙通道法:使己方有兩條以上的連接通道。
- (6)關鍵點法:在棋盤格上某個提升勝率的擺放位置。

## 二、新遊戲的遊戲規則可行性之探討

(一) 棋子的出現必須有規律之構想說明

一般來說，俄羅斯方塊會提示下一個將要落下的方塊，熟練的玩家會計算到下一個方塊，評估現在要如何取得勝利，加上不規律的情形可能使雙方玩家所佔的棋子格數不一致。為了讓「納」要怎麼贏?»有公平性和使玩家知道接下來對方或我方要下什麼棋子，因此我們選擇使用規律的方式進行遊戲。

使用此規則之試玩實驗，結果如下圖 1、2、3、4 所示:

圖 1-第一次實驗

		<table border="1"> <tr> <td>先手</td> <td>藍方</td> <td>_____</td> </tr> <tr> <td>贏家</td> <td>藍方</td> <td>_____</td> </tr> <tr> <td>是否可行</td> <td>可行</td> <td>_____</td> </tr> </table>			先手	藍方	_____	贏家	藍方	_____	是否可行	可行	_____
先手	藍方	_____											
贏家	藍方	_____											
是否可行	可行	_____											
回合	1	2	3										
Blue(先)	A5B4	C4D4D5	D6E6F6										
Red(後)	F1F2	F3E4E5											

圖 2-第二次實驗

		<table border="1"> <tr> <td>先手</td> <td>藍方</td> <td>_____</td> </tr> <tr> <td>贏家</td> <td>藍方</td> <td>_____</td> </tr> <tr> <td>是否可行</td> <td>可行</td> <td>_____</td> </tr> </table>			先手	藍方	_____	贏家	藍方	_____	是否可行	可行	_____
先手	藍方	_____											
贏家	藍方	_____											
是否可行	可行	_____											
回合	1	2	3										
Blue(先)	F3E4	D2D3E3	A6B5C4										
Red(後)	D4D5	B4C2C3											

圖 3-第三次實驗

		<table border="1"> <tr><td>先手</td><td>藍方</td></tr> <tr><td>贏家</td><td>藍方</td></tr> <tr><td>是否可行</td><td>可行</td></tr> </table>				先手	藍方	贏家	藍方	是否可行	可行
先手	藍方										
贏家	藍方										
是否可行	可行										
回合		1	2	3	4						
Blue(先)		B3C3	C4D4E3	D5E5F5	A4A5B4B5						
Red(後)		D2D3	E4F2F3	A3B2C1							

圖 4-第四次實驗

		<table border="1"> <tr><td>先手</td><td>藍方</td></tr> <tr><td>贏家</td><td>和局</td></tr> <tr><td>是否可行</td><td>不可行</td></tr> </table>					先手	藍方	贏家	和局	是否可行	不可行
先手	藍方											
贏家	和局											
是否可行	不可行											
回合		1	2	3	4	5						
Blue(先)		B5B6	B3C2D2	E2E3E4	A2A3B1B2	D1E1						
Red(後)		C4D3	A5A6B4	D4D5D6	E5E6F4F5	F2F3						



(1)問題一

經過四次試玩實驗，我們發現由於雙方下到最後都只剩下一格兩格，而產生和局的情況，由第四次實驗中可知，重要的點 **F1** 雙方都無法下到，由於此點是雙方為求取勝所需連結的點，因而產生和局，我們考慮到遊戲的耐玩性，繼而參考納許棋的遊戲規則與文獻中發現最重要的特性-----**不會有和棋**，是以我們勢必要將遊戲規則做調整。

※**解決辦法**-----我們想到這個遊戲機制上面雖與納許棋相同，但棋子有些特別，一開始我們的想法就是將納許棋和俄羅斯方塊做結合與創新，而後我們開始上網查詢這兩種遊戲的相關文獻，所以我們試著將納許棋與俄羅斯方塊這兩款遊戲的特性做出以下表格，如表 1-3 所示，摸索有無辦法可以解決。

表 1-3 納許棋與俄羅斯方塊的特性比較

	棋子	玩法	贏的原因	輸的原因	順序
納許棋	形狀固定，均單一棋子	逐一下棋	己方連線至對岸	對方連線至對岸	無需考慮順序
俄羅斯方塊	均為四連方塊	逐一下棋	連線後消去加分	沒有位置可進行遊戲	可預知下一個圖形之形狀

而後我們加入原本納許棋原先設計的規則，重新換上 ，用以取代  修正會有和局的結果。而繼續進行以下實驗，結果如下圖 5 與圖 6 所示(詳見附錄一):


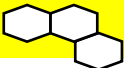
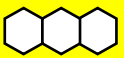

使用 、、、 四種棋子進行實驗之結果

圖 5-第五次實驗

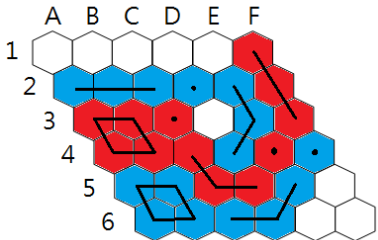
		<table border="1"> <tr> <td>先手</td> <td>藍方</td> </tr> <tr> <td>贏家</td> <td>藍方</td> </tr> <tr> <td>是否可行</td> <td>可行</td> </tr> </table>						先手	藍方	贏家	藍方	是否可行	可行
先手	藍方												
贏家	藍方												
是否可行	可行												
回合	1	2	3	4	5	6							
Blue(先)	D2	D4E2E3	A2B2C2	A5A6B5B6	F4	C6D6E5							
Red(後)	C3	C4C5D5	F1F2F3	A3A4B3B4	E4								

圖 6-第六次實驗

		<table border="1"> <tr> <td>先手</td> <td>藍方</td> </tr> <tr> <td>贏家</td> <td>和局</td> </tr> <tr> <td>是否可行</td> <td>不可行</td> </tr> </table>					先手	藍方	贏家	和局	是否可行	不可行
先手	藍方											
贏家	和局											
是否可行	不可行											
回合		1	2	3	4	5						
Blue(先)		A3	B3C3C4	C5D5E5	A2B1B2C1	F2						
Red(後)		E1	D3D4E2	F3F4F5	A5A6B4B5	E3						

## (2)問題二

從實驗中我們又發現另一個問題，雖然換上 可解決棋盤剩餘的格子下不了而造成的和局，但是我們卻忽略了最根本的原因，那就是不管有沒有換上 同樣會有因下不了棋的情形，所以我們並無解決造成和局的問題。

※解決辦法-----我們想到了「納」要怎麼贏? 是由納許棋和俄羅斯方塊的結合，所以我們利用俄羅斯方塊其中一條規則，若某方下不了棋，某方即輸，這樣便能解決和局的問題，但這樣也就沒有換上 的必要了。

## (3)新遊戲規則模型的訂立

由問題一、二可知，我們所設計的新遊戲便可解決和局的問題，是以我們再加上俄羅斯方塊的一個重要元素，即若某方下不了棋子，某方即輸，藉由這個規則，我們又多了一個可用的策略——利用己方的棋子，在剩下的棋盤空格當中，盡量使對方無法下棋，我們將此稱之為「搶格子」因此我們新遊戲雛型，便如以下的第七、八、九次實驗所示:

圖 7-第七次實驗



		<table border="1"> <tr><td>先手</td><td>藍方</td></tr> <tr><td>贏家</td><td>藍方</td></tr> <tr><td>是否可行</td><td>可行</td></tr> </table>		先手	藍方	贏家	藍方	是否可行	可行
先手	藍方								
贏家	藍方								
是否可行	可行								
回合	1	2	3	4					
Blue(先)	C4D3	E3E4F2	A6B6C6	B2B3C1C2					
Red(後)	D2E2	B4B5C3	C5D5E5						

圖 8-第八次實驗

		<table border="1"> <tr><td>先手</td><td>藍方</td></tr> <tr><td>贏家</td><td>紅方</td></tr> <tr><td>是否可行</td><td>可行</td></tr> </table>		先手	藍方	贏家	紅方	是否可行	可行
先手	藍方								
贏家	紅方								
是否可行	可行								
回合	1	2	3	4	5				
Blue(先)	A5A6	B4C4D3	D4D5D6	E5E6F4F5	F2F3				
Red(後)	B5B6	B3C2D2	E2E3E4	A2A3B1B2	D1E1				

圖 9-第九次實驗

		<table border="1"> <tr><td>先手</td><td>藍方</td></tr> <tr><td>贏家</td><td>紅方</td></tr> <tr><td>是否可行</td><td>可行</td></tr> </table>		先手	藍方	贏家	紅方	是否可行	可行
先手	藍方								
贏家	紅方								
是否可行	可行								
回合	1	2	3	4	5				
Blue(先)	B5B6	C4D4E3	D1E1F1	B1B2C1C2	E5E6				
Red(後)	A5A6	C3D2E2	A2A3A4	C5C6D5D6	E4F4				

由實驗結果可知，當規則修正完後，並沒有和局出現，遊戲也能分出勝負。所以我們最後使用 、、、 這四種棋子形狀，來進行新遊戲的探討。

#### (4)新遊戲規則訂立

- 1.使用 、、、 這四種棋子形狀，以**不同排序**來進行遊戲。
- 2.遊戲雙方各佔棋盤上的左右或上下方，盤中佈滿 6×6 個正六邊形，雙方輪流下一次棋子，誰先完成連接己方的對邊，就贏得此遊戲。
- 3.輪到的一方無法下棋到棋盤空格即輸。

### 三、遊戲提升勝率策略的探討

若以遊戲規則中將棋子做不同之排列來進行遊戲，總共會有  $4!=24$  種不同的排列可以來進行，而以下是我們取其中三種不同順序之排列來作探討之研究情形。

(一) 以 的排列順序之探討

我們首先以 的排列順序來作探討，從中我們討論了許多不一樣的下棋情況(詳見附錄二)，並從中歸納了四種提升勝率策略並加以命名，如以下所示:

#### (1)預留法 A

	<p>順序    </p> <p>先手 <u>藍方</u>      贏家 <u>藍方</u></p>
→ ①C3D3 下於棋盤中央處。 ②A5B5 連線獲勝。	→ C4D4，試著擋住對方下方通路。
→ E3E4F2，連接右方。	→ B3B4C2，擋住對手連接左方通道。
→ C1D1E1 試圖連接左方。	→ A1A2A3 連接上方。
→ B6C5C6D5 使用預留法，預留了 A5B5 的位子，且使紅方無法下於 A5B5。	→ E5E6F4F5。
<div style="border: 1px solid black; background-color: #ADD8E6; padding: 5px; display: inline-block;">藍方</div>	<div style="border: 1px solid black; background-color: #FF6347; padding: 5px; display: inline-block;">紅方</div>

預留法 B

	<p>順序  </p> <p>先手 <u>藍方</u>      贏家 <u>藍方</u></p>
<p> → C4D4。</p> <p> → E4E5F3，連接右方。</p> <p> → A6B6C6 預留 C5D5 的位置。</p> <p> → A2A3B1B2。</p> <p> → C5D5，連線獲勝。</p> <p style="text-align: right;"><span style="background-color: #00aaff; color: white; padding: 2px 5px;">藍方</span></p>	<p> → D3E3，因為若藍方下於 B4B5C3 我方可下於 E4E5F3 阻擋。</p> <p> → B4B5C3，阻擋藍方左方。</p> <p> → D6E6F6，阻擋藍方。</p> <p> → C2D2D1E1 連接上方。</p> <p style="text-align: right;"><span style="background-color: #ff0000; color: white; padding: 2px 5px;">紅方</span></p>

(2)雙通道法

	<p>順序  </p> <p>先手 <u>藍方</u>      贏家 <u>藍方</u></p>
<p> → E4D4，使右方如果要連接最多只要一個，且使左方的通道更容易連接。</p> <p> → A5B5C4 連接左方通道。</p> <p> → D2E2F2 試圖製造雙通道。</p> <p> → C1B2C2B3，使對方只能下 B6C5C6D5。</p> <p> → A2A3，己方獲勝。</p> <p style="text-align: right;"><span style="background-color: #00aaff; color: white; padding: 2px 5px;">藍方</span></p>	<p> → F3F4，為了讓藍方先不連接右方通路。</p> <p> → E5F5F6，阻擋藍方連接右方。</p> <p> → C3D3E3 阻擋藍方雙通道。</p> <p> → B6C5C6D5。因無格子可下所以下於 B6C5C6D5。</p> <p style="text-align: right;"><span style="background-color: #ff0000; color: white; padding: 2px 5px;">紅方</span></p>

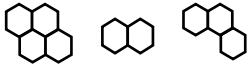
### (3) 空洞法

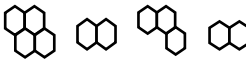
	<p>順序  先手 <u>藍方</u> 贏家 <u>紅方</u></p>
<p> → C4D3。 <span style="background-color: #ADD8E6; padding: 2px;">藍方</span></p> <p> → D2E1F1，一方面連接右方，一方面阻擋紅連接上方。</p> <p> → B3C2D1，使可獲勝的通道變多。</p> <p> → B6C5C6D5，防止對方連接下方。</p> <p> → A1B1，引誘對方下 C1B2，若對方下 B2C1 或 A5A6 對方便會輸。</p>	<p> → E2E3 阻擋藍方。 <span style="background-color: #FF6347; padding: 2px;">紅方</span></p> <p> → B4B5C3，阻擋藍方連接左方。</p> <p> → A2A3A4，一方面可阻擋對方連接，一方面可連接己方通道。</p> <p> → D6E5E6F5，使之後能下比較多步。</p> <p> → E4F3 對方無法下棋，己方獲勝。</p>

### (4) 關鍵點法(此實驗中內含雙通道)

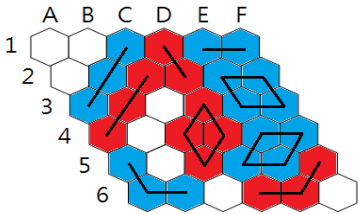



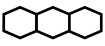


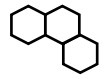
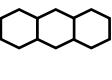
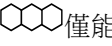



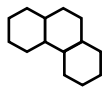
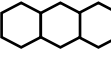
	<p>順序  先手 <u>藍方</u> 贏家 <u>藍方</u></p>
<p> → B3C3。</p> <p> → C4D4E3，使左右方皆剩一格便可獲勝。</p> <p> → D5E5F5 連接右方，此時左方形成雙通道。</p> <p> → A5A6B4B5 連線獲勝。 <span style="background-color: #ADD8E6; padding: 2px;">藍方</span></p>	<p> → D2D3，試圖阻擋藍方。</p> <p> → E4F2F3，使對方無法直接連線獲勝。</p> <p> → A2A3A4(無法一次下於 A2 和 A5 便輸)。 <span style="background-color: #FF6347; padding: 2px;">紅方</span></p>

綜合以上，我們從中發現四種提升獲勝機率的方式，有預留法、雙通道法、空洞法與關鍵點法，其中關鍵點法是要在第一個步驟時，將棋子下於 B3C3，因為 B3C3 位於棋盤中央處可以連接的通道最多，後再利用另外三種方式便可大幅提升獲勝機率。

(二) 以  的排列順序之探討

我們接著以  的排列順序來作探討，從中我們討論了許多不一樣的下棋情況(詳見附錄 2-2)，並從中歸納了四種提升勝率策略並加以命名，如以下所示：

### (1)預留法

	<p>順序    </p> <p>先手 <u>藍方</u>      贏家 <u>藍方</u></p>
<p> → D5E4E5F4。 E1F1，因為若是對方想阻擋必會下在 D1D2，這時也預留  的位置 E2E3F2F3。</p> <p> → A5A6B6，阻擋對方連線。</p> <p> → A3B2C1，使對方的  僅能下於 A4B3C2。</p> <p> → E2E3F2F3，對方下不了，獲勝。</p> <p style="text-align: right; border: 1px solid black; padding: 2px;">藍方</p>	<p> → C4C5D3D4。下在棋盤中央處。</p> <p> → D1D2 連接上方。</p> <p> → D6E6F5 阻止對方連線。</p> <p> → A4B3C2。</p> <p style="text-align: right; border: 1px solid black; padding: 2px;">紅方</p>

**(2)雙通道法**

	<p>順序 </p> <p>先手 <u>藍方</u>      贏家 <u>紅方</u></p>
<p> → B3C2C3D2。</p> <p> → D4D5，因為對方的  無法完全封鎖己方的通道。</p> <p> → B4B5C6，連接己方通道。</p> <p style="text-align: right;"><b>藍方</b></p>	<p> → E2E3F1F2，一方面連接上方，一方面阻擋對方。</p> <p> → C4D3，引誘對方的  下於 B4B5C5 出現雙通道。</p> <p> → D6E4E5，己方連線獲勝。</p> <p style="text-align: right;"><b>紅方</b></p>

**(3)關鍵點法 A**

	<p>順序 </p> <p>先手 <u>藍方</u>      贏家 <u>紅方</u></p>
<p> → B3C2C3D2 下在棋盤中央處。</p> <p> → C5C6，因為假如下於離對方的  太近的話會阻擋不了。</p> <p> → E5E6F6，斷了對方的通道，開始搶格子。</p> <p> → F3F4F5。</p> <p style="text-align: right;"><b>藍方</b></p>	<p> → E2E3F1F2。</p> <p> → D5E4 試圖連線。</p> <p> → A6B4B5。</p> <p> → A2A3A4，使對方的  沒格子下，己方獲勝。</p> <p style="text-align: right;"><b>紅方</b></p>





### 關鍵點法 B (此時實驗中內含空洞法)





	<p>順序 </p> <p>先手 <u>藍方</u>      贏家 <u>紅方</u></p>
<p> → B3C2C3D2。</p> <p> → B6C6，有利於下一步的连接。</p> <p> → D6E6F5，阻擋對方連線。</p> <p> → B5C4D3 連接己方通道。</p> <p style="text-align: center;"><span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">藍方</span></p>	<p> → E2E3F1F2，阻擋對方連線。</p> <p> → E4E5 試圖連接下方以獲勝。</p> <p> → A5A6B4，阻擋對方連線。</p> <p> → A3B2C1，使用空洞法，將 A4 成空洞，因藍方下不了棋，己方獲勝。</p> <p style="text-align: center;"><span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">紅方</span></p>

### 關鍵點法 C (此實驗內含雙通道法)





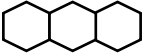
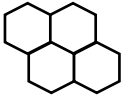
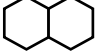
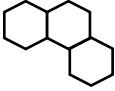
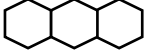
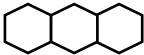
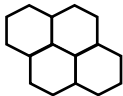
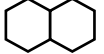
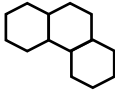

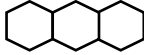

	<p>順序 </p> <p>先手 <u>藍方</u>      贏家 <u>紅方</u></p>
<p> → B3C2C3D2。</p> <p> → C6D6，預先阻擋對方。</p> <p> → E5E6F4。</p> <p style="text-align: center;"><span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">藍方</span></p>	<p> → E2E3F1F2 一方面連接上方，一方面阻擋對方。</p> <p> → D4E4，形成雙通道 (B6C4C5、E5E6F4)</p> <p> → B6C4C5，連線獲勝。</p> <p style="text-align: center;"><span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">紅方</span></p>

綜合上述，我們從中發現四種提升獲勝機率的方式，有預留法、雙通道法、空洞法與關鍵點法，其中我們對關鍵點法作探討，關鍵點法是要在第一個步驟時，將棋子下於 B3C2C3D2，因為 B3C2C3D2 可以連接最多通道，除此只要專注右方通道無須一直考慮左方，並讓敵方完全無從阻擋，有利先手獲勝，但若先手未能在第一輪棋子下完前獲勝，則先手容易落敗。

(三) 以     的排列順序之探討

我們最後探討     的排列順序，從中我們也討論了許多不一樣的下棋情況(詳見附錄 2-3)，並從中歸納了四種提升勝率策略並加以命名，如以下所示:

(1) 空洞法 A

	<p>順序    </p> <p>先手 <u>藍方</u>                      贏家 <u>紅方</u></p>
<p> → B5C4D3。</p> <p> → D4D5E4E5 阻擋對方直接連接。</p> <p> → A6B6，先連接左方。</p> <p> → C3D2E2。</p> <p> → C6D6E6。</p> <p style="text-align: right;"><span style="background-color: #ADD8E6; padding: 2px 10px;">藍方</span></p>	<p> → F1F2F3，一方面可防守對方，一方面若對方未阻到紅方下方通道，便可下 E5E6F4F5 或 D5D6E4E5 以獲勝。</p> <p> → A4A5B3B4，使對方抉擇要先連結左方還是右方。</p> <p> → F5F6，利用空洞法。使 F4 成了空洞，此時雙方皆無方連線至對岸，開始搶格子。</p> <p> → B2C1D1，使 C2 和 E1 成了空洞，也預留了兩個 </p> <p> → A1A2A3，對方的  沒格子下，己方獲勝。</p> <p style="text-align: right;"><span style="background-color: #FF6347; padding: 2px 10px;">紅方</span></p>



空洞法 B

比較圖

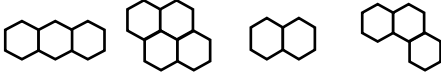
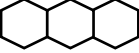
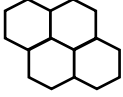

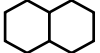
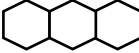
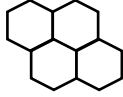
<p>①</p>	<p>②</p>
<p> → F1E2D3。</p> <p> → B2C1C2D1 因為對方的  無法完全封鎖己方。</p> <p> → C3D2。</p> <p> → A5A6B6 預留了 。</p> <p style="text-align: right;"><b>藍方</b></p>	<p> → F1E2D3。</p> <p> → B2C1C2D1 因為對方的  無法完全封鎖己方。</p> <p> → C3D2。</p> <p> → E3E4F2。</p> <p> → D6E5F4, 使用空洞法使對方無處可下, 己方獲勝。</p> <p style="text-align: right;"><b>藍方</b></p>
<p> → B3B4B5, 先防衛。</p> <p> → C4C5D4D5。</p> <p> → A2B1, 阻擋對方連線獲勝。</p> <p> → D6E6F5, 對方下不了, 己方獲勝。</p> <p style="text-align: right;"><b>紅方</b></p>	<p> → B3B4B5, 先防衛。</p> <p> → C4C5D4D5。</p> <p> → A2B1, 阻擋對方連線獲勝。</p> <p> → A5A6B6。</p> <p style="text-align: right;"><b>紅方</b></p>

(2)預留法

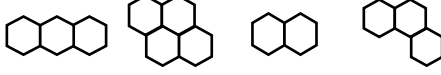
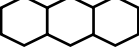
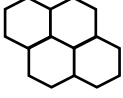

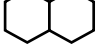
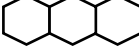
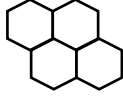
比較圖

<p>①</p>	<p>②</p>
<p> → F1E2D3。 <span style="background-color: #00aaff; color: white; padding: 2px 5px;">藍方</span></p> <p> → A6B5B6C5 防止對方直截連接下方。</p> <p> → F5F6，因為如果對方未下於 C6D6 或 D6E6 等到之後己方的  要下時便可下於 C6D6E6 以連線。</p> <p> → B2C1D1 斷了對方上方通道，還引誘對方下於 A2A3B3，因下一回合對方的  可下於 F2F3F4，造成對方的  會下不了便 LOST</p> <p> → A2A3A4，對方的  下不了，己方獲勝。</p>	<p> → F1E2D3。 <span style="background-color: #00aaff; color: white; padding: 2px 5px;">藍方</span></p> <p> → A2B1B2C1，預留 D1E1。</p> <p> → D1E1，己方獲勝。</p>
<p> → C2C3C4 試圖阻止對方連接左方。</p> <p> → D4D5E4E5 因為對方的  無法完全封鎖己方。</p> <p> → D6E6 使對方的  無法下於 C6D6E6 獲勝。</p> <p> → A5B3B4 預留了兩個  的位置。</p> <p> → F2F3F4。 <span style="background-color: #ff0000; color: white; padding: 2px 5px;">紅方</span></p>	<p> → C2C3C4，試圖阻止對方只連接左方。</p> <p> → B5B6C5C6。 <span style="background-color: #ff0000; color: white; padding: 2px 5px;">紅方</span></p>

**(3)關鍵點法**

	<p>順序 </p> <p>先手 <u>藍方</u>      贏家 <u>藍方</u></p>
<p> → D3E2F1，連接右方。</p> <p> → B5B6C4C5，預留了 A5A6 或 A5B4 可連線獲勝的通道，且對方的  無法斷了己方的獲勝通道。</p> <p> → A5A6，己方獲勝。</p> <p style="text-align: right; border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">藍方</p>	<p> → A4B3C2，不讓對方侵占左上方。</p> <p> → A2A3B1B2。</p> <p style="text-align: right; border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">紅方</p>

**(4)雙通道法**

	<p>順序 </p> <p>先手 <u>藍方</u>      贏家 <u>藍方</u></p>
<p> → D3E2F1。</p> <p> → A3B2B3C2，使用雙通道法，讓 D1E1 和 C3D2 都可連線獲勝，且對方的  無法切斷己方的獲勝通道。</p> <p> → C3D2，己方獲勝。</p> <p style="text-align: right; border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">藍方</p>	<p> → A4B4C4 防止對方連接左方。</p> <p> → C5C6D4D5。</p> <p style="text-align: right; border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">紅方</p>

綜合上述，我們從中發現四種提升獲勝機率的方式，有預留法、雙通道法、空洞法與關鍵點法，其中關鍵點法是要在第一個步驟時，將棋子下於 D3E2F1，因為 D3E2F1 直接連接右方，所以之後只要專注連接左方即可，後再利用預留法便可提升獲勝機率。

## 伍、研究結果與討論

我們經過多次研究，發現我們設計的新遊戲有許多變化方式。例如:改變棋子的先後出現次序，經由不同的排列方式，總共有  $4!=24$  種，而我們針對其中的三種組合來研究探討，其中我們發現它們的共通點，即它們皆可適用四種可將獲勝機率提高的方法，如以下表格所示:

法則 \ 排序			
預留法	○	○	
空洞法	○	○	○
雙通道法	○	○	○
關鍵點法	◎	◎	○

在研究過程中我們更發現了在三種不同排列順序中有特別容易獲勝的方法，以下是我們的說明：








(一) 順序時使用關鍵點法

我們發現在此順序中只要第一步先下於 B3C3，而後利用另外三種方法便可提升獲勝機率，是以 B3C3 則是關鍵下棋的地點。

(二) 順序時使用關鍵點法

我們認為產生此結果原因是因為棋子順序的關係，因為 6X6 的棋盤小，一開始 下於 B3C2C3D2 使可連接的通道較多。此時要專注連接切勿想要防守對方，否則便會像圖 A 及圖 C 一樣產生敗北的結果。所以我們認為使用關鍵點法在此容易取勝。

(三) 順序時使用預留法

我們認為產生此結果的原因是因為棋子順序，第一步棋  下於 F1E2D3 時，不僅連接到右方，且讓下一步  有許多可連接的通道，而對方的  無法完全封鎖己方的 ，使我方能用  預留  的位置，且此位置對方的  無法放置，我方便可獲勝。

## 陸、結論

綜合研究結果，按照我們所創造的新遊戲，雖有 24 種不同之變化排列，我們僅針對其中三種不同排列做探討，仍有相同的提升獲勝之模式，是以若推廣到其他排列，我們認為也有相同的結果，任何棋子排序皆能適用四種提升勝率的法則---「預留法」、「空洞法」、「雙通道法」、「關鍵點法」。

而不管是先手或後手在此遊戲規則下都是「公平條件」做競爭。除此之外，在 6X6 的棋盤下棋，更能讓此遊戲的進行十分流暢且不需花太多時間，加上可將棋子順序做調整，更能增添此遊戲的變化耐玩性，讓不懂數學概念的人也可以輕鬆上手，所以我們認為這個新遊戲的創造是成功的。

最後我們將新遊戲和納許棋做以下的比較，如表 6-1 所示:

表 6-1 新遊戲與納許棋比較

	順序	圖形	獲勝方法	有無提升獲勝方法	人數	時間	是否有和局現象
納許棋	一個接續 下一個		連線	有	2 人	短時間	無
俄羅斯 方塊	可預測下 一個圖形	四連方塊	消去加分	有	1 人	短時間	無
新遊戲	一個接續 下一個	   	連線 or 某方下不 下去即輸	有	2 人	短時間	無

## 柒、未來展望

### 一、加大下棋的棋盤

我們發現在 6X6 的棋盤情況下，此遊戲是可行的，因為我們只是為了創造一個可行的遊戲，和尋找其可提高獲勝機率的方法，相信未來若推廣到更大的棋盤，如 8X8、9X9、10x10 應該也是可行，也可以找出提高獲勝的方法。

### 二、加入不動點的數學理論

在實驗過程中我們同時也在找尋適當的數學理論來印證我們的遊戲，過程中我們曾經突發奇想將兩張圖片相互疊合，竟發現每組疊合圖中都有共通點，不管棋子順序是否相同，皆有共通點。後因不動點文獻的啟發，我們猜想此遊戲是否也吻合不動點這個數學理論，因理論中一項說明是如此形容:有一個學生上下山所花時間相同，雖速率不相同，但在路程中必有某一個時間點和地點相互交集。所以我們猜想這數學原理和我們的遊戲是相關的，因我們遊戲設計的棋盤大小是一致，對照於不動點理論中上下山路程固定，除此理論中學生是上下山，對照於我們遊戲設計的**連線獲勝**，上下山是兩次所以我們用兩張圖重疊驗證，另外在上下山時可能**休息或速度不一致**，對比我們遊戲中下的**棋步是不一樣的**。以上三點造成了兩張圖皆有共通點，是以我們猜想此新遊戲和不動點的數學理論是有其相關性的。

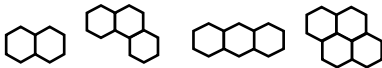
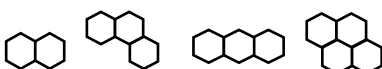
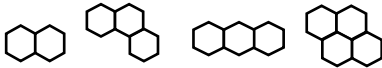
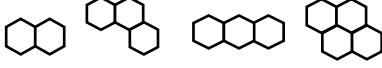
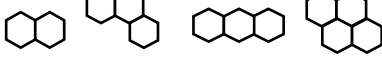
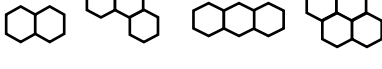
## 捌、參考資料

- 1.納許棋...諾貝爾獎得主的遊戲 - 非想非非想數學網。  
[pisa.math.ntnu.edu.tw/attachments/article/754/scientist\\_nishici.pdf](http://pisa.math.ntnu.edu.tw/attachments/article/754/scientist_nishici.pdf)。
- 2.納許棋 - 昌爸工作坊。  
[www.mathland.idv.tw/fun/nashgame.htm](http://www.mathland.idv.tw/fun/nashgame.htm)。
- 3.納許棋- 維基百科。  
<https://zh.wikipedia.org/zh-tw/六貫棋>
- 4.Hex 遊戲王---第 51 屆中小學科學展覽國小數學  
[activity.ntsec.gov.tw/activity/race-1/51/pdf/080411.pdf](http://activity.ntsec.gov.tw/activity/race-1/51/pdf/080411.pdf)
- 5.俄羅斯方塊- 維基百科  
<https://zh.wikipedia.org/zh-tw/>
- 6 不動點- 維基百科，自由的百科全書 - Wikipedia。  
<https://zh.wikipedia.org/zh-tw/不動點>
- 7.漫談不動點定理 江銘輝 五夢網。  
<http://www.fivedream.com/page1.aspx?no=221249&step=1&newsno=28172>

附錄一

	<p>1-1            順序    </p> <p>先手 <u>藍方</u>      贏家 <u>藍方</u></p>
	<p>1-2            順序    </p> <p>先手 <u>藍方</u>      贏家 <u>紅方</u></p>
	<p>1-3            順序    </p> <p>先手 <u>紅方</u>      贏家 <u>紅方</u></p>

附錄二

	<p>2-1-1            順序             先手 <u>紅方</u>      贏家 <u>藍方</u></p>
	<p>2-1-2            順序             先手 <u>紅方</u>      贏家 <u>紅方</u></p>
	<p>2-1-3            順序             先手 <u>藍方</u>      贏家 <u>藍方</u></p>
	<p>2-1-4            順序             先手 <u>藍方</u>      贏家 <u>藍方</u></p>
	<p>2-1-5            順序             先手 <u>紅方</u>      贏家 <u>紅方</u></p>
	<p>2-1-6            順序             先手 <u>藍方</u>      贏家 <u>藍方</u></p>



	<p>2-1-7            順序    </p> <p>先手 <u>紅方</u>      贏家 <u>藍方</u></p>
	<p>2-1-8            順序    </p> <p>先手 <u>藍方</u>      贏家 <u>藍方</u></p>
	<p>2-1-9            順序    </p> <p>先手 <u>紅方</u>      贏家 <u>紅方</u></p>
	<p>2-1-10            順序    </p> <p>先手 <u>紅方</u>      贏家 <u>藍方</u></p>
	<p>2-1-11            順序    </p> <p>先手 <u>紅方</u>      贏家 <u>紅方</u></p>
	<p>2-1-12            順序    </p> <p>先手 <u>藍方</u>      贏家 <u>藍方</u></p>

	<p>2-2-1            順序    </p> <p>先手 <u>藍方</u>      贏家 <u>紅方</u></p>
	<p>2-2-2            順序    </p> <p>先手 <u>藍方</u>      贏家 <u>藍方</u></p>
	<p>2-2-3            順序    </p> <p>先手 <u>藍方</u>      贏家 <u>藍方</u></p>
	<p>2-2-4            順序    </p> <p>先手 <u>藍方</u>      贏家 <u>藍方</u></p>
	<p>2-2-5            順序    </p> <p>先手 <u>藍方</u>      贏家 <u>紅方</u></p>
	<p>2-2-6            順序    </p> <p>先手 <u>藍方</u>      贏家 <u>紅方</u></p>

	<p>2-2-7          順序    </p> <p>先手 <u>藍方</u>      贏家 <u>紅方</u></p>
	<p>2-2-8          順序    </p> <p>先手 <u>藍方</u>      贏家 <u>藍方</u></p>
	<p>2-3-1          順序    </p> <p>先手 <u>藍方</u>      贏家 <u>紅方</u></p>
	<p>2-3-2          順序    </p> <p>先手 <u>藍方</u>      贏家 <u>藍方</u></p>
	<p>2-3-3          順序    </p> <p>先手 <u>藍方</u>      贏家 <u>紅方</u></p>
	<p>2-3-4          順序    </p> <p>先手 <u>藍方</u>      贏家 <u>紅方</u></p>

	<p>2-3-5          順序              先手 <u>藍方</u>      贏家 <u>藍方</u></p>
--	--





















	<p>2-3-6          順序              先手 <u>藍方</u>      贏家 <u>藍方</u></p>
--	--

	<p>2-3-7          順序              先手 <u>藍方</u>      贏家 <u>藍方</u></p>
--	--

	<p>2-3-8          順序              先手 <u>藍方</u>      贏家 <u>藍方</u></p>
--	--

	<p>2-3-9          順序              先手 <u>藍方</u>      贏家 <u>紅方</u></p>
--	--

	<p>2-3-10          順序              先手 <u>藍方</u>      贏家 <u>紅方</u></p>
--	---

	<p>2-3-11</p> <p>順序    </p> <p>先手 <u>藍方</u>      贏家 <u>紅方</u></p>
	<p>2-3-12</p> <p>順序    </p> <p>先手 <u>藍方</u>      贏家 <u>紅方</u></p>
	<p>2-3-13</p> <p>順序    </p> <p>先手 <u>藍方</u>      贏家 <u>藍方</u></p>
	<p>2-3-14</p> <p>順序    </p> <p>先手 <u>藍方</u>      贏家 <u>藍方</u></p>
	<p>2-3-15</p> <p>順序    </p> <p>先手 <u>藍方</u>      贏家 <u>藍方</u></p>

## 【評語】 030411

考慮 Nash 棋 (Hex) 的一種變形遊戲。作者們自行定義了一個變化的遊戲規則，針對此新遊戲，分析遊戲的合理性及先後手的優勢。內容似乎只用到窮舉法，稍嫌薄弱。花了許多篇幅討論制定此遊戲規則的源由，對於比較關鍵的致勝策略的分析卻幾乎沒有結論。如果能在這部分多所著墨會更好。這一類的棋數學關心的是是否在必勝的過程中有一些好的數學性質。本作品僅討論了在特殊情況下可能走哪些步可以提高勝率，沒有一個定性的數學結論，是不足之處。

作品海報

# 壹、研究動機

在市面上常看到琳瑯滿目的棋類遊戲，嚮往著自己也能夠創造出一個嶄新的可行遊戲，我們決定開始行動。一天我們在對弈棋納許棋的途中突發奇想，假如每個棋子所佔的棋盤格數不再是一，那麼每次遊戲所花的時間，使用的技巧以及策略等等，會不會因此而改變呢？

# 貳、研究目的

- 一、探討新遊戲的遊戲規則與可行性與公平性。
- 二、探討新遊戲是否有提升勝率的策略。

# 參、研究器材

紙、筆、自製簡易版棋盤。

# 肆、研究歷程


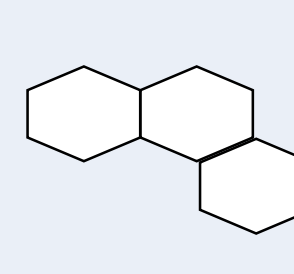
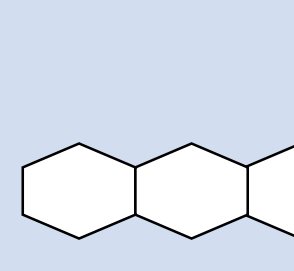

## 一、遊戲規則說明

### (一) 新遊戲的遊戲規則之構想

利用納許棋和俄羅斯方塊結合，以圖a、圖b、圖c與圖d為棋子的類型，並融入俄羅斯方塊的元素，讓每次要下的棋子有可預測性，並以納許棋6x6為棋盤，使紅色邊連結至對面紅色的邊，或使藍色邊連結至對面藍色的邊，先連結到對邊的人獲勝。而對納許棋來說，不僅棋子選擇上有所變化，還有多了一項新規則-----**「若某方下不了棋，某方即輸」**，使納許棋不一定要連線，也可試著設陷阱使對方下不棋而輸了遊戲。由於我們的棋子所佔格數較多，為求遊戲的耐玩性，我們將棋子的順序作任意排序，從中討論此新遊戲是否可行與公平性，並探討此新遊戲是否有提升勝率的策略。而在棋子順序排列的所有變因中共有  $4!=24$  種，我們取其中三種來進行探討。

### (二) 符號與名詞介紹和定義

- (1) A至F為橫座標。
- (2) 1至6為縱座標。
- (3) 預留法:預留下一步棋子要擺放之棋格位置。
- (4) 空洞法:使對方之棋子無法擺放在己方所預先造成的棋格位置。
- (5) 雙通道法:使己方有兩條以上的連接通道。
- (6) 關鍵點法:在棋盤格上某個提升勝率的擺放位置。

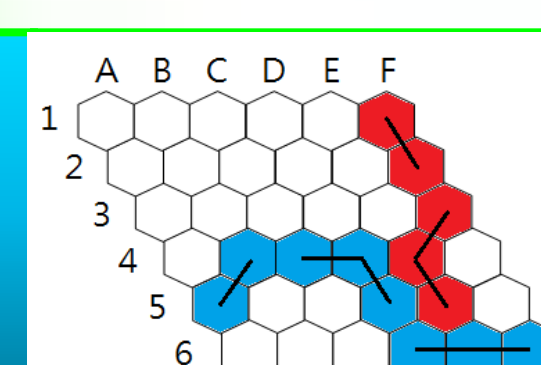
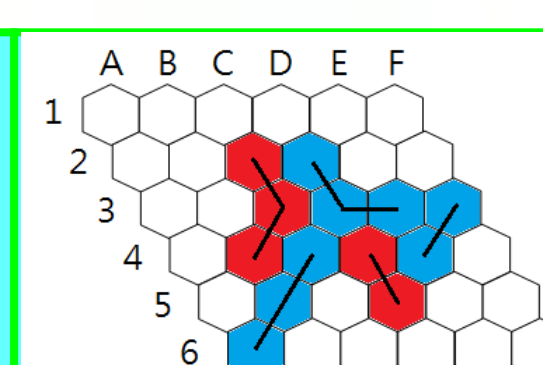
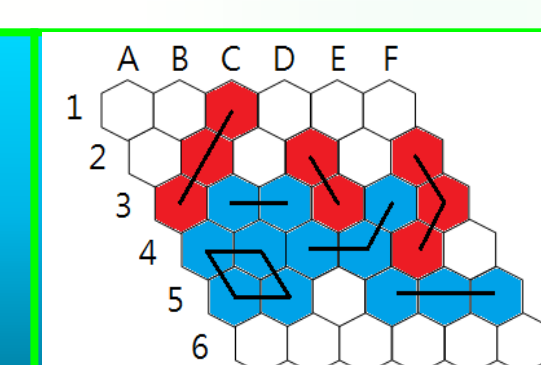
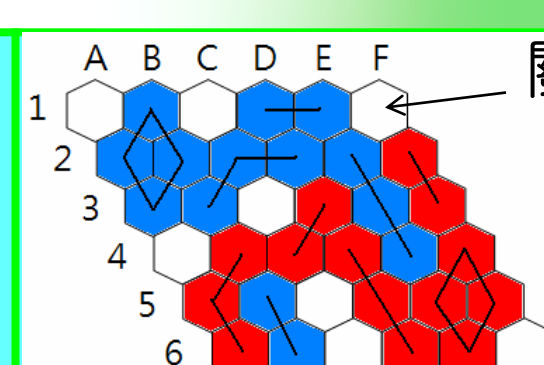
圖形	說明
	在新遊戲的遊戲規則可行性之探討說明中呈現。
	可以用來幫助包住對手以及阻擋對方路線。利用此方式，能使對方必須再拉出一條通道，此時可以利用下一步棋來防守對方。
	可攻可守。因為是一直線，所以能快速的連線；並做為阻隔的作用，直接斷了對方的通路，使對方不能直線連線，必須連出去另外再找道路。
	是獲勝的關鍵。等下過幾次棋子後，可下的棋格會減少，造成某方下不下去某方即輸之關鍵。可以把這種形狀的棋子放置於剩下棋格中的中央位置，而造成零落棋格的現象，使對方無法繼續下棋。

## 二、新遊戲的遊戲規則可行性之探討

### (一) 棋子的出現必須有規律之構想說明

一般來說，俄羅斯方塊遊戲會提示下一個將要落下的方塊，熟練的玩家會計算到下一個方塊，評估現在要如何取得勝利，加上不規律的情形使雙方玩家所佔的棋子格數不一致。為了讓「納」要怎麼贏?有公平性和使玩家知道接下來對方或我方要下什麼棋子，因此我們選擇使用規律的方式進行遊戲。

使用此規則之試玩實驗，結果如下圖1、2、3、4所示:

圖1-第一次實驗	圖2-第二次實驗	圖3-第三次實驗	圖4-第四次實驗
			
贏家 藍方 是否可行 可行	贏家 藍方 是否可行 可行	贏家 藍方 是否可行 可行	和局 是否可行 不可行
回合 1 2 3 Blue (先) A5B4 C4D4D5 D6E6F6 Red (後) F1F2 F3E4E5	回合 1 2 3 Blue (先) F3E4 D2D3E3 A6B5C4 Red (後) D4D5 B4C2C3	回合 1 2 3 4 Blue (先) B3C3 C4D4 E3 D5E5 F5 A4A5 B4B5 Red (後) D2D3 E4F2 F3 A3B2 C1	回合 1 2 3 4 5 Blue (先) B5B6 B3C2 D2 E2E3 E4 A2A3 B1B2 D1E1 Red (後) C4D3 A5A6 B4 D4D5 E5E6 F4F5 F2F3

### (1) 問題一

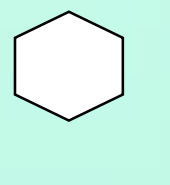
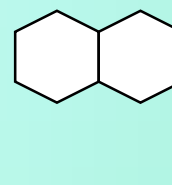
經過四次試玩實驗，我們發現由於雙方下到最後都只剩下一格與兩格，而產生和局的情況，由第四次實驗中可知，重要的點F1雙方都無法下到，因而產生和局，所以我們考慮到納許棋遊戲中最重要的特性-----**不會有和棋**，是以我們勢必要將遊戲規則做調整。

### 解決方法

我們想到這個遊戲機制上面雖與納許棋相同，但棋子有些特別，一開始我們的想法就是將納許棋和俄羅斯方塊做結合與創新，而後我們開始上網查詢這兩種遊戲的相關文獻，所以我們試著將納許棋與俄羅斯方塊這兩款遊戲的特性做出以下表格，如表1-3

表1-3納許棋與俄羅斯方塊的特性比較

	棋子	玩法	贏的原因	輸的原因	順序
納許棋	形狀固定，均單一棋子	逐一下棋	己方連線至對岸	對方連線至對岸	無需考慮順序
俄羅斯方塊	均為四連方塊	逐一下棋	連線後消去加分	沒有位置可進行遊戲	可預知下一個圖形之形狀

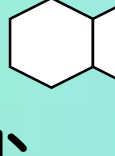
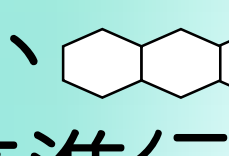

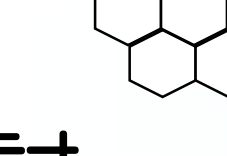
而後我們加入原本納許棋原先設計的規則，重新換上 ，用以取代  修正會有和局的結果。而繼續進行以下實驗，結果如下圖5與圖6所示(詳見附錄一)：

## 使用、、、 四種棋子進行實驗之結果

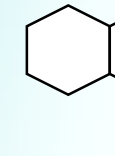
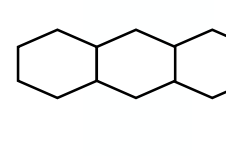
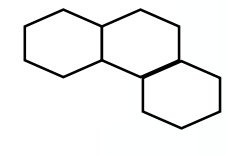
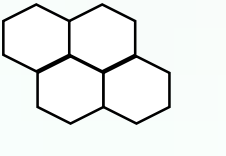
圖5-第五次實驗							圖6-第六次實驗					
贏家 藍方							和局					
是否可行 可行							是否可行 不可行					
回合	1	2	3	4	5	6	回合	1	2	3	4	5
玩家							玩家					
Blue (先)	D2	D4E2 E3	A2B2 C2	A5A6 B5B6	F4	C6D6 E5	Blue (先)	A3	B3C3 C4	C5D5 E5	A2B1 B2C1	F2
Red (後)	C3	C4C5 D5	F1F2 F3	A3A4 B3B4	E4		Red (後)	E1	D3D4 E2	F3F4F5 B4B5	A5A6 B4B5	E3

圖7-第七次實驗					圖8-第八次實驗					
贏家 藍方					贏家 紅方					
是否可行 可行					是否可行 可行					
回合	1	2	3	4	回合	1	2	3	4	5
玩家					玩家					
Blue (先)	C4D3	E3E4F2	A6B6C6	B2B3 C1C2	Blue (先)	A5A6	B4C4 D3	D4D5 D6	E5E6 F4F5	F2F3
Red (後)	D2E2	B4B5C3	C5D5E5		Red (後)	B5B6	B3C2 D2	E2E3 E4	A2A3 B1B2	D1E1

由實驗結果可知，當規則修正完後，並沒有和局出現，遊戲也能分出勝負。所以我們最後使用 、、、 這四種棋子形狀，來進行新遊戲的探討。

## (4) 新遊戲規則的訂立

1. 使用使用 、、、 這四種棋子形狀，以不同排序來進行遊戲。
2. 遊戲雙方各佔棋盤上的左右或上下方，盤中佈滿6×6個正六邊形，雙方輪流下一次棋子，誰先完成連接己方的對邊，就贏得此遊戲。
3. 輪到的一方無法下棋到棋盤空格即輸。


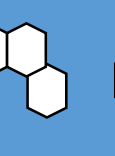
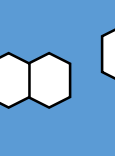

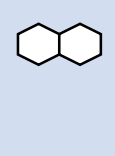
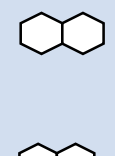
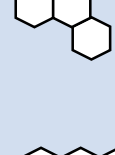
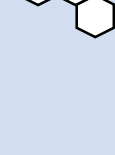
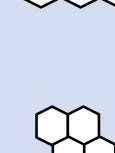
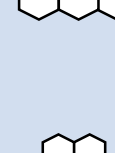
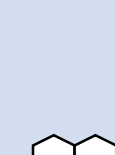
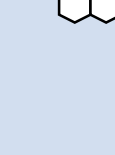
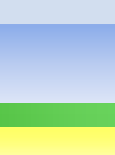
## 三、遊戲提升勝率策略的探討

若以遊戲規則中將棋子做不同之排列來進行遊戲，總共會有4!=24種不同的排列可以來進行，而以下是我們取其中三種不同順序之排列來作探討之研究情形。


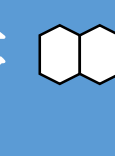


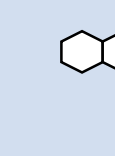
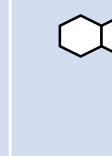
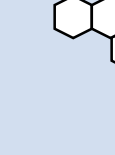
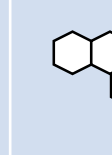
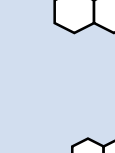
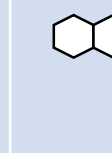

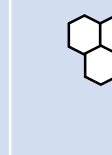

### (一) 以 的排列順序之探討

我們首先以     的排列順序來作探討，從中我們討論了許多不一樣的下棋情況(詳見附錄二)，並從中歸納了四種提升勝率策略並加以命名，如以下所示：


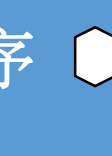


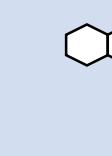
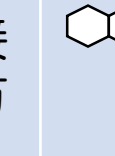
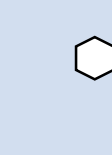
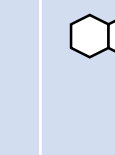
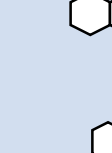


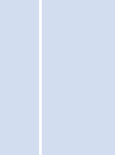

#### 1. 預留法A

順序    	
先手 藍方	贏家 藍方
 → C3D3下於棋盤中央處。	 → C4D4，試者擋住對方下方通路。
 → E3E4F2，連接右方。	 → B3B4C2，擋住對手連接左方通道。
 → C1D1E1試圖連接左方。	 → A1A2A3連接上方。
 → B6C5C6D5使用預留法，預留了A5B5的位置，且使紅方無法下於A5B5。	 → E5E6F4F5。
 → A5B5連線獲勝。	
藍方	紅方


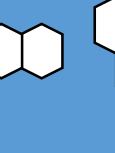

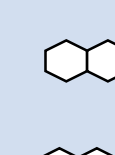
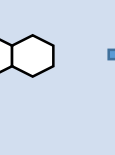
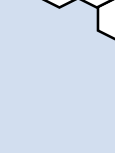
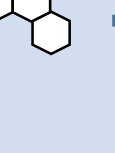
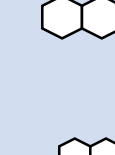
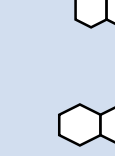
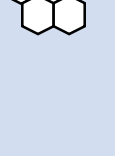
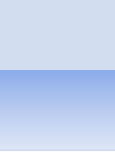
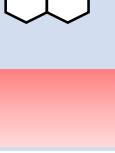
#### 預留法B

順序    	
先手 藍方	贏家 藍方
 → C4D4。	 → D3E3，因為若藍方下於B4B5C3我方下於E4E5F3阻擋。
 → E4E5F3，連接右方。	 → B4B5C3，阻擋藍方左方。
 → A6B6C6預留C5D5的位置。	 → D6E6F6，阻擋藍方。
 → A2A3B1B2。	 → C2D2E1E1連接上方。
 → C5D5，連線獲勝。	
藍方	紅方


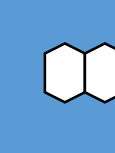
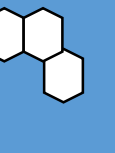
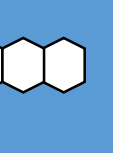
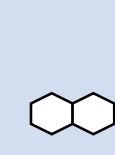
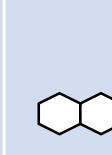
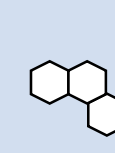
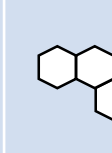
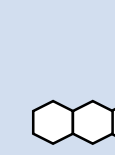
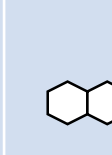

#### 2. 雙通道法

順序    	
先手 藍方	贏家 藍方
 → E4D4，使右方如果要連接最多只要一個，且使左方的通道更容易連接。	 → F3F4，為了讓藍方先不連接右方通路。
 → A5B5C4連接左方通道。	 → E5F5F6，阻擋藍方連接右方。
 → D2E2F2試圖製造雙通道。	 → C3D3E3阻擋藍方雙通道。
 → C1B2C2B3，使對方只能下B6C5C6D5。	 → B6C5C6D5，因無格子可下所以下於B6C5C6D5。
 → A2A3，己方獲勝。	
藍方	紅方

#### 3. 空洞法

順序    	
先手 藍方	贏家 紅方
 → C4D3。	 → E2E3阻擋藍方。
 → D2E1F1，一方面連接右方，一方面阻擋紅方連接上方。	 → B4B5C3，阻擋藍方連接左方。
 → B3C2D1，使可獲勝的通道變多。	 → A2A3A4，一方面可阻擋對方連接，一方面可連接己方通道。
 → B6C5C6D5，防止對方連接下方。	 → D6E5E6F5，使之後能下比較多步。
 → A1B1，引誘對方下C1B2，若對方下B2C1或A5A6便會輸。	 → E4F3對方無法下棋，己方獲勝。
藍方	紅方




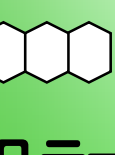
#### 4. 關鍵點法(此實驗中含雙通道法)

順序    	
先手 藍方	贏家 藍方
 → B2C3。	 → D2D3，試圖阻擋藍方。
 → C4D4E3，使左右方皆剩一格便可獲勝。	 → E4F2F3，使對方無法直接連線獲勝。
 → D5E5F5，連接右方，此時左方形成雙通道。	 → A2A3A4(無法一次下於A2和A5便輸)。
 → A5A6B4B5，連線獲勝。	
藍方	紅方



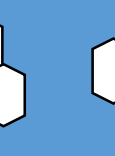

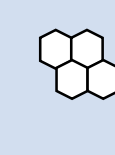
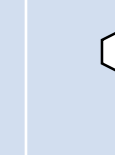
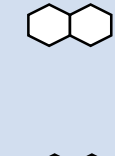

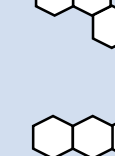



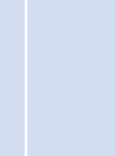

#### 小結

綜合以上，我們從中發現四種提升獲勝機率的方式，有預留法、雙通道法、空洞法與關鍵點法，其中關鍵點法是要在第一個步驟時，將棋子下於B3C3，因為B3C3位於棋盤中央處可以連接的通道最多，後再利用另外三種方式便可大幅提升獲勝機率。



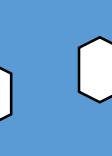
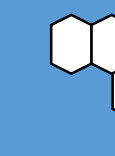
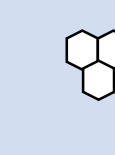
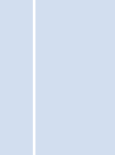
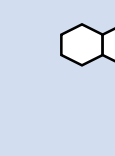
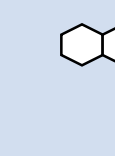
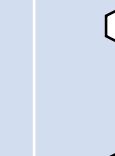
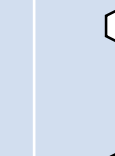
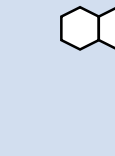

### (二) 以 的排列順序之探討

我們接著以     的排列順序來作探討，從中我們討論了許多不一樣的下棋情況(詳見附錄二)，並從中歸納了四種提升勝率策略並加以命名，如以下所示：

#### 1. 預留法

順序    	
先手 藍方	贏家 藍方
 → D5E4E5F4。	 → C4C5D3D4，下在棋盤中央處。
 → E1F1，因為若是對方想阻擋必會下在D1D2，這時也預留的位置，E2E3F2F3。	 → D1D2連接上方。
 → A5A6B6，阻擋對方連線。	 → D6E6F5阻止對方連線。
 → A3B2C1，使對方的  僅能下於A4B3C2。	 → A4B3C2。
 → E2E3F2F3，對方下不了，獲勝。	
藍方	紅方

#### 2. 雙通道法

順序    	
先手 藍方	贏家 紅方
 → B3C2C3D2。	 → E2E3F1F2，一方面連接上方，一方面阻擋對方。
 → D4D5，因為對方的  無法完全封鎖己方的通道。	 → C4D3，引誘對方的  下於B4B5C5出現雙通道。
 → B4B5C5，連接己方通道。	 → D6E4E5，己方連線獲勝。
藍方	紅方



### 3. 關鍵點法A

順序：先手 藍方 贏家 紅方

先手 藍方 贏家 紅方

- B3C2C3D2下在棋盤中央處。
- C5C6，因為假如如下於離對方的○太近的話會阻擋不了。
- E5E6F6，斷了對方的通道，開始搶格子。
- F3F4F5。

藍方

### 關鍵點法B(此實驗中內含空洞法)

順序：先手 藍方 贏家 紅方

先手 藍方 贏家 紅方

- B3C2C3D2。
- B6C6，有利於下一步的连接。
- D6E6F5，阻擋對方連線。
- B5C4D3，連接己方通道。
- E2E3F1F2阻擋對方連線。
- E4E5試圖連接下方以獲勝。
- A5A6B4，阻擋對方連線。
- A3B2C1，使用空洞法，將A4成空洞，因藍方下不了棋，己方獲勝。

藍方

### 關鍵點法C(此實驗內含雙通道法)

順序：先手 藍方 贏家 紅方

先手 藍方 贏家 紅方

- B3C2C3D2。
- C6D6，預先阻擋對方。
- E5E6F4。
- E2E3F1F2，一方面連接上方，一方面阻擋對方。
- D4E4，形成雙通道(B6C4C5、E5E6F4)。
- B6C4C5，連線獲勝。

藍方

綜合上述，我們從中發現四種提升獲勝機率的方式，有預留法、雙通道法、空洞法與關鍵點法，其中我們對關鍵點法作探討，關鍵點法是要在第一個步驟時，將棋子下於**B3C2C3D2**，因為**B3C2C3D2**可以連接最多通道，除此只要專注右方通道無須一直考慮左方，並讓敵方完全無從阻擋，有利先手獲勝，但若先手未能在第一輪棋子下完獲勝，則先手容易落敗。

### (三) 以 ○○○○ ○○○○ 的排列順序之探討

我們最後探討 ○○○○ ○○○○ 的排列順序，從中我們也討論了許多不一樣的下棋情況(詳見附錄2-3)，並從中歸納了四種提升勝率策略並加以命名，如下所示：

#### 1. 空洞法A

順序：先手 藍方 贏家 紅方

先手 藍方 贏家 紅方

- B5C4D3。
- D4D5E4E5阻擋對方直接連接。
- A6B6，先連接左方。
- C3D2E2。
- C6D6E6。
- F1F2F3，一方面可防守對方，一方面若對方未阻到紅方下方通道，便可下E5E6F4F5或D5D6E4E5以獲勝。
- A4A5B3B4，使對方抉擇要先連結左方還是右方。
- F5F6，利用空洞法，使F4成了空洞，此時雙方皆無法連線至對岸，開始搶格子。
- B2C1D1，使C2和E1成了空洞，也預留了兩個○○○
- A1A2A3，對方的○○○沒格子下，己方獲勝。

藍方

#### 空洞法B

比較圖

順序：先手 藍方 贏家 紅方

先手 藍方 贏家 紅方

- F1E2D3。
- B2C1C2D1因為對方的○○無法完全封鎖己方。
- C3D2。
- A5A6B6預留了○○。
- F2F3F4。
- F1E2D3。
- B2C1C2D1因為對方的○○無法完全封鎖己方。
- C3D2。
- E3E4F2。
- D6E5F4，使用空洞法使對方無處可下，己方獲勝。
- B3B4B5，先防衛。
- C4C5D4D5。
- A2B1，阻擋對方連線獲勝。
- D6E6F5。
- E3E4E5，對方下不了，己方獲勝。
- B3B4B5，先防衛。
- C4C5D4D5。
- A2B1，阻擋對方連線獲勝。
- A5A6B6。

藍方

#### 2. 預留法

比較圖

順序：先手 藍方 贏家 紅方

先手 藍方 贏家 紅方

- F1E2D3。
- A6B5B6C5防止對方直接連接下方。
- F5F6，因為如果對方未下於C6D6或D6E6等到之後己方的○○○要下時便可下於C6D6E6以連線。
- B2C1D1斷了對方上方通道，還引誘下於A2A3B3，因下一回合對方的○○○可下於F2F3F4，造成對方的○○○會下不了便LOST。
- A2A3A4，對方的○○○下不了己方獲勝。
- F1E2D3。
- A2B1B2C1，預留D1E1。
- D1E1，己方獲勝。
- C2C3C4，試圖止對方連接左方。
- C2C3C4試圖阻止對方連接左方。
- D4D5E4E5因為對方的○○無法完全封鎖己方。
- B5B6C5C6。
- D6E6使對方的○○○無法下於C6D6E6獲勝。
- A5B3B4預留了兩個○○○的位置。
- F2F3F4。

藍方

#### 4. 雙通道法

順序：先手 藍方 贏家 藍方

先手 藍方 贏家 藍方

- D3E2F1。
- A3B2B3C2，使用雙通道法，讓D1E1和C3D2都可連線獲勝，且對方的○○無法切斷己方的獲勝通道。
- C3D2，己方獲勝。
- A4B4C4，防止對方連接左方。
- C5C6D4D5。

藍方

#### 小結

綜合上述，我們從中發現四種提升獲勝機率的方式，有預留法、

雙通道法、空洞法與關鍵點法，其中關鍵點法是要在第一個步驟時，將棋子下於**D3E2F1**，因為**D3E2F1**直接連接右方，所以之後只要專注連接左方即可，後再利用預留法便可提升獲勝機率。

## 伍、研究結果與討論

我們經過多次研究，發現我們設計的新遊戲有許多變化方式。例如：改變棋子的先後出現次序，經由不同的排列方式，總共有**4!=24種**，而我們針對其中的三種組合來研究探討，其中我們發現它們的共通點，即它們皆可適用四種可將獲勝機率提高的方法，如以下表格所示：

法則	排序	○○○○ ○○○○	○○○○ ○○○○	○○○○ ○○○○
預留法		○	○	◎
空洞法		○	○	○
雙通道法		○	○	○
關鍵點法		◎	◎	○

#### (二) ○○○○ ○○○○ 順序時使用關鍵點法

我們認為產生此結果原因是因為棋子順序的關係，因為6X6的棋盤小，而一開始 ○○○○ 下於**B3C2C3D2**使可連接的通道增多。此時要專注連接切勿想要防守對方，否則便會像圖A及圖C一樣產生敗北的結果。所以我們認為使用關鍵點法在此容易取勝。

#### (一) ○○○○ ○○○○ 順序時使用關鍵點法

我們發現在此順序中只要第一步先下於**B3C3**，而後利用另外三種方法便可提升獲勝機率，是以**B3C3**則是關鍵下棋的地點。

#### (三) ○○○○ ○○○○ 順序時使用預留法

我們認為產生此結果的原因是因為棋子順序，第一步棋 ○○○○ 下於**F1E2D3**時，不僅連接到右方，且讓下一步 ○○○○ 有許多可連接的通道，而對方的 ○○○○ 無法完全封鎖己方的 ○○○○，使我方能用 ○○○○ 預留 ○○○○ 的位置，且此位置對方的 ○○○○ 無法放置，我方便可獲勝。

## 陸、結論

綜合研究結果，按照我們所創造的新遊戲，雖有**24種**不同之變化排列，雖我們僅針對其中三種不同排列做探討，仍有相同的提升獲勝之模式，是以若推廣到其他排列，我們認為也有相同的結果，**任何棋子排序皆能適用四種提升勝率的法則**---「預留法」、「空洞法」、「雙通道法」、「關鍵點法」。而不管是先手或後手在此遊戲規則下都是「公平條件」做競爭。除此之外，在6X6的棋盤格下棋，更能讓此遊戲的進行十分流暢不需花太多時間，加上可將棋子順序做調整，更能增添此遊戲的變化耐玩性，讓不懂數學概念的人也可以輕鬆上手，所以我們認為這個新遊戲的創造是成功的。最後我們將新遊戲和納許棋做以下的比較，如表6-1所示：

表6-1 新遊戲與納許棋和俄羅斯方塊比較

	順序	圖形	獲勝方法	有無提升獲勝方法	人數	時間	是否有和局現象
納許棋	一個接續下一個	○	連線	有	2人	短時間	無
俄羅斯方塊	可預測下一個圖形	四連方塊	消去加分	有	1人	短時間	無
新遊戲	一個接續下一個	○○○○ ○○○○	連線or某方下不下去即輸	有	2人	短時間	無