

# 中華民國第 57 屆中小學科學展覽會

## 作品說明書

---

國中組 物理科

第三名

030110

環管共舞-橡皮筋於管柱落下的運動研究

學校名稱：花蓮縣私立海星高級中學(附屬國中)

作者：  國三 陳翊宇  國二 謝明好  國二 李虹儀	指導老師：  曹奕翔
-----------------------------------------------	------------------

關鍵詞：圓周運動、摩擦力、旋轉

## 摘要

橡皮筋於 PVC 管落下時，會因為與 PVC 管接觸而產生碰撞及摩擦，開始造成橡皮筋不規則旋轉，橡皮筋至一段時間後會進入規律運動，整體落下運動會趨於等速運動。本研究以有橡皮筋無貼緊、落下方位角、PVC 管管徑、PVC 管斜度等因素，探討橡皮筋在旋轉過程中的差異，並拍攝過程影片，藉由 Tracker、Inkscape 等軟體分析，去探討旋轉圈數、橡皮筋落下速率、橡皮筋運動過程等變化，並記錄橡皮筋運動軌跡，分析整體及單一參考點的運動方式。

## 壹、研究動機

掃地時常會掃到橡皮筋，而學校規定橡皮筋是要回收的，不能把它當作一般垃圾丟棄。為了方便，會先把橡皮筋套入掃帚木柄上，偶然的情況下，觀察到神奇的現象！橡皮筋居然不是垂直落下，也不是碰撞掃帚不規則落下，而是以有規律的旋轉方式落下。橡皮筋規律地旋轉落下顯而易見，讓我們感到非常地新奇。經過討論後，我們著手進行這項研究，去探究橡皮筋於 PVC 管落下的旋轉運動因素及軌跡分析。

## 貳、研究目的

- 一、觀察橡皮筋於 PVC 管落下運動過程。
- 二、分析影響橡皮筋在旋轉過程中的變因。
- 三、橡皮筋落下旋轉運動軌跡追蹤分析及探討。

## 參、實驗問題

為達成上述研究目的，我們設計以下六項欲探討的實驗問題。

- 一、觀察分析橡皮筋落下運動時的運動方式。
- 二、實驗橡皮筋在斜度 90°PVC 管以有無貼緊放置落下對其運動的影響。
- 三、實驗橡皮筋在斜度 45°PVC 管以不同方位落下對其規律運動的影響。
- 四、實驗橡皮筋在不同管徑 PVC 管落下對其運動的影響。
- 五、實驗橡皮筋在同管徑不同斜度 PVC 管落下對其運動的影響。
- 六、橡皮筋落下旋轉運動軌跡追蹤分析。

藉由系統的探討，以及更進一步探討分析橡皮筋於管上運動方式。研究問題與研究目的之相關性歸納為：

研究目的—：就實驗問題一，觀察橡皮筋於 PVC 管落下穩定旋轉運動過程，及擬定實驗觀察的項目。

研究目的二：就實驗問題為二至五項，改變橡皮筋在旋轉過程中的變因，並比較其運動差異，歸納整理。

研究目的三：就實驗問題六，進行橡皮筋落下旋轉運動軌跡追蹤分析，探討其運動軌跡特性。

#### 肆、研究架構與方法

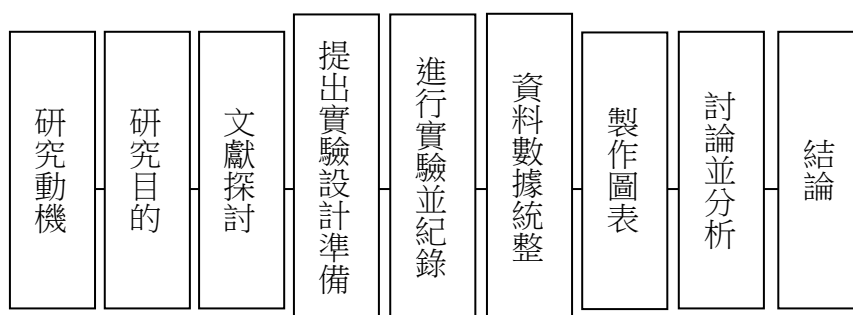


圖 1 研究架構與方法

#### 伍、實驗設備及使用軟體

一、實驗設備器材及使用軟體如表 1。

表 1 研究設備及器材軟體

使用時機	項目	數量/規格	用途說明
實驗設備	橡皮筋	一包	實驗器材
	智高積木	一組	製作實驗器材
	Arduino	一片	製作實驗器材
	角度馬達	一顆	製作實驗器材
	PVC 管	兩種各一根	實驗器材
	3D 列印零件	共五個組件	製作實驗器材
測量記錄	攝影機	一台	錄製實驗過程影片
	捲尺	一捲	檢查實驗器材尺寸
實驗及	Tracker		分析實驗過程影片

測量分析	Arduino IDE 1.6.5		控制 arduino 及角度馬達
	Microsoft Excel		分析實驗數據
	Video to JPG Converter		將影片轉成分格影像
	Inkscape		繪製橡皮筋、說明書圖片
	Microsoft Word		撰寫作品說明書

## 陸、文獻探討

### 一、圓周運動

在物理學中，圓周運動物體受力作用，運動軌跡為圓或圓的一部分的一種運動。曲線運動是由數個圓周運動所組成。

#### (一) 為何做圓周運動

假設一個往 X 方向等速移動之物體，受到一個 Y 方向的力，此物體方向會開始彎去，且受力方向也隨運動方向改變，物體將一直改變方向，而作圓周運動，此力稱為向心力。

#### (二) 影響向心力的因素

$F_{\text{向心力}} = \frac{MV^2}{r}$  此為等速度圓周運動公式，由這個等式可知：

- 1、轉速愈大，所需向心力愈大
- 2、旋轉半徑愈小，所需向心力愈大
- 3、物體質量愈大，所需向心力愈大

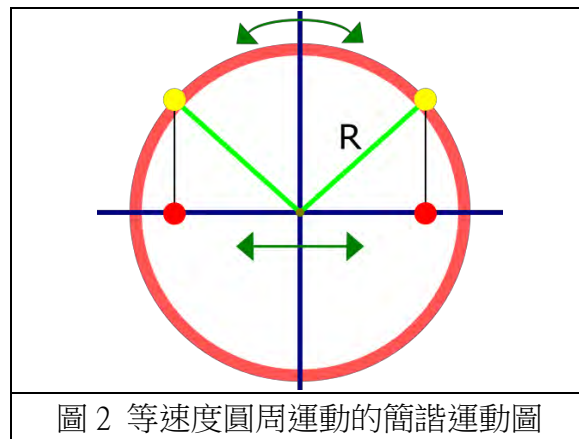
### 二、簡諧運動

(一) 凡一質點在同一直線上作往復運動，其恢復力與位移成正比，且方向相反者，稱為簡諧運動 (simple harmonic motion)，即： $F = -kx$ 。例如：彈簧受力之虎克定律，彈簧震盪為簡諧運動。

#### (二) 等速度圓周運動的簡諧運動

等速圓周運動的質點 (黃色點)，其一維垂直正投影運動 (紅色點) 為簡諧運

動，如圖 2。



## 柒、研究過程

### 一、設計實驗裝置

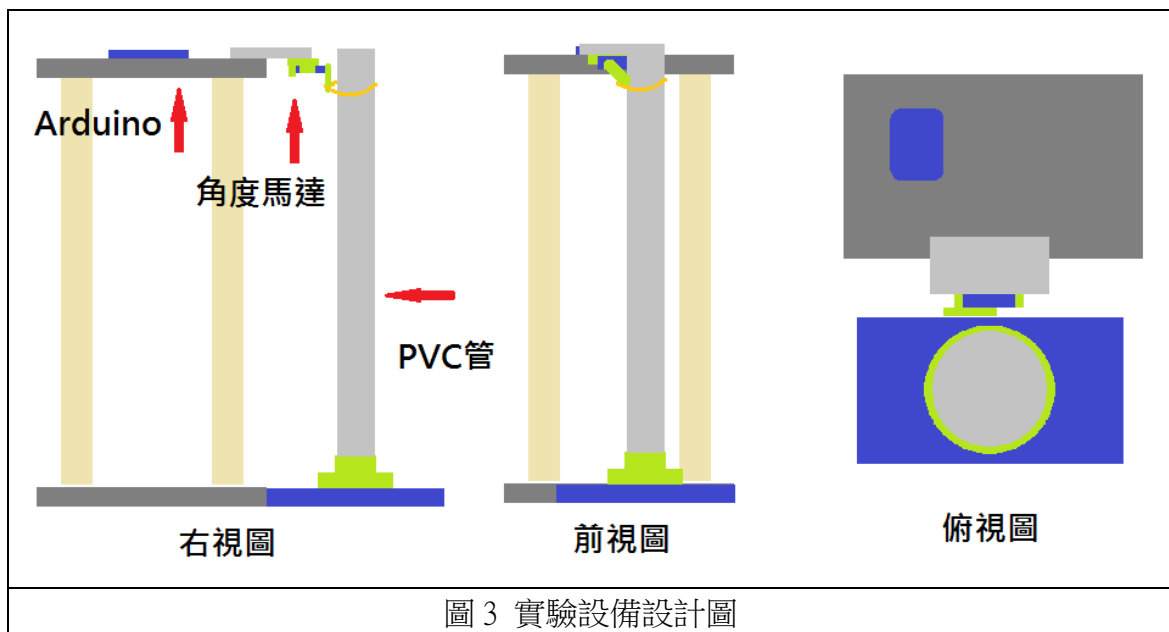


圖 3 為我們的實驗設備設計圖，能將橡皮筋從 PVC 管落下，並將實驗過程拍成影片，再以軟體進行觀察分析，實驗設備主要分成兩個部分：

#### (一) 實驗軌道

是實驗主要進行的區域，由軌道（PVC 管或塑膠管）、底座、及連接兩組件的 3D

列印零件所構成。上方有 arduino、伺服角度馬達作為控制器，來控制橡皮筋落下，並能減少人為操作誤差。

(二) 實驗影片放入 tracker 軟體進行分析，先設定矯正比例尺、坐標系統，再進行橡皮筋運動質點分析，在最上方設置實驗起始原點，隨著影片畫格，每次橡皮筋轉圈時，於 PVC 管子的最低點進行質點紀錄，從實驗開始到落下到地板，最後將其 Y 坐標系數值與時間軸一起放入 excel 分析。

(三) 輔助裝置

為拍攝工具、及放置控制器的支架。

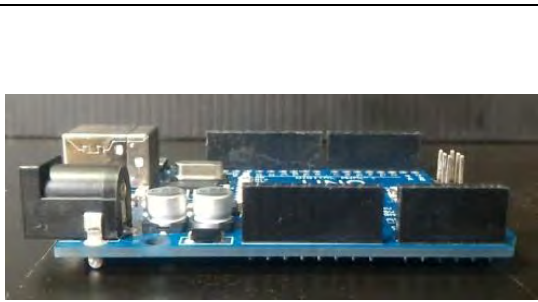


圖 4 Arduino

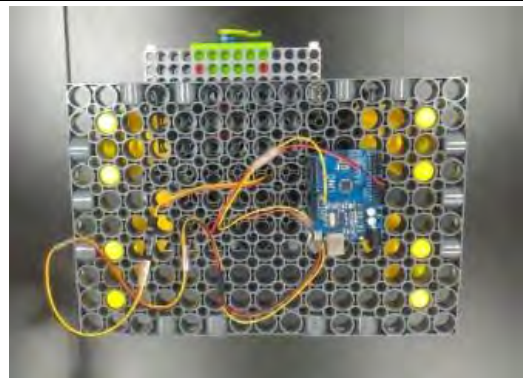


圖 5 實驗設備控制器上方

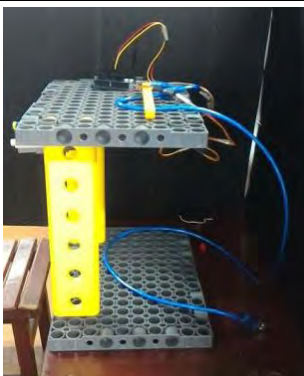


圖 6 實驗設備控制器側面



圖 7 實驗設備控制器正面

## 二、實驗器材分類

市面上有許多不同管徑的 PVC 管，我們選用能符合橡皮筋直徑的 PVC 管進行實驗，依照「放置方位」、「有無貼於 PVC 管上」，影響橡皮筋初始放置時的變化，「管外直徑」、「傾斜角度」，改變橡皮筋旋轉時的因素，表 2 為實驗編號分組，若實驗內容相同，只做一組實驗。

表 2 實驗編號分組（單位：mm）

編號	橡皮筋直徑 (單位:mm)	PVC 管管徑 (單位:mm)	傾斜角度 (單位:°)	實驗
A01	45	22	90°	實驗一
B01	45	22	90°	實驗二 有貼緊
B02	45	22	90°	實驗二 無貼緊
C01	45	22	45°、方位 180°	實驗三
C02	45	22	45°、方位 90	實驗三
C03	45	22	45°、方位 0°	實驗三
D01	45	18	90°	實驗四
D02	45	22	90°	實驗四
D03	45	25	90°	實驗四
E01	45	22	90°	實驗五
E02	45	22	75°	實驗五
E03	45	22	60°	實驗五
E04	45	22	45°	實驗五
G01	45	22	90°	實驗六
G02	45	22	90°	實驗六

## 三、實驗一：觀察分析橡皮筋落下運動時的運動方式

### 實驗步驟：

- (一) 實驗組別依據表 2 實驗編號分組，  
進行 A01 實驗。
- (二) 為直徑 22mmPVC 管、直徑 45mm  
橡皮筋進行實驗。

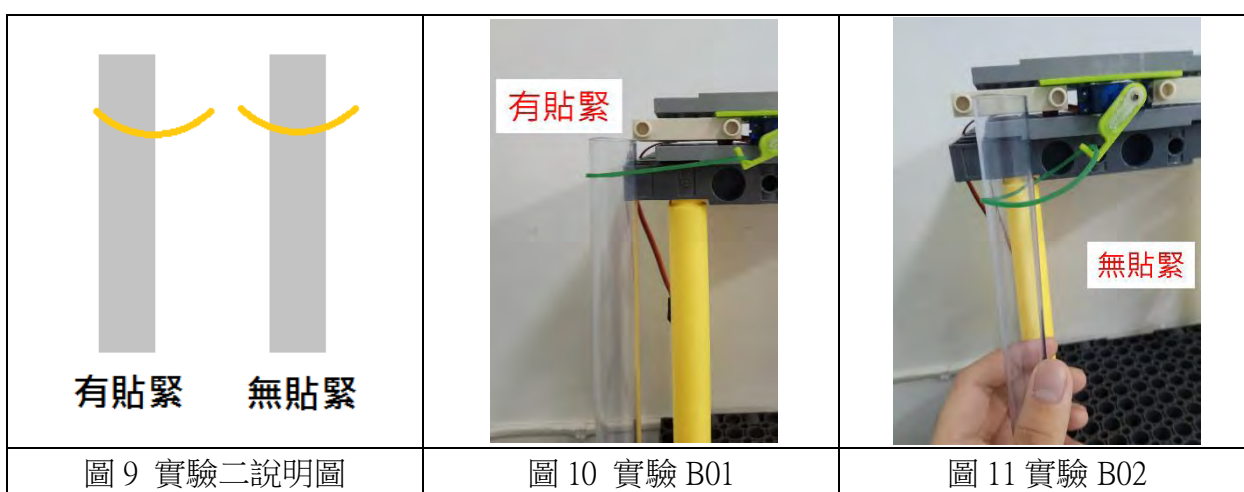


- (三) 將橡皮筋放在 PVC 管上，與角度馬達同高，並將橡皮筋拉緊。
- (四) 使用電腦控制角度馬達轉動，使橡皮筋落下。
- (五) 將實驗落下過程由側面拍攝成影片，實驗共進行三次，再進行數據分析整理，並繪製適合的統計圖進行分析。
- (六) 進行橡皮筋觀察分析，討論接下來實驗的觀察重點。

#### 四、實驗二：實驗橡皮筋在斜度 90°PVC 管以有無貼緊放置落下對其運動的影響

##### 實驗步驟：

- (一) 實驗組別依據表 2 實驗編號分組，進行 B01、B02 實驗。
- (二) 以外徑 22mmPVC 管，斜度 90°放置，分別以 B01（有貼緊）與 B02（無貼緊）進行實驗。



- (三) 將橡皮筋放在 PVC 管上，與角度馬達同高，並將橡皮筋拉緊。
- (四) 使用電腦控制角度馬達旋轉，使橡皮筋落下。
- (五) 將實驗落下過程由側面拍攝成，每組實驗共進行三次，再進行數據分析整理，並繪製適合的統計圖進行分析。
- (六) 比較橡皮筋有無貼緊的運動方式。



### 五、實驗三：實驗橡皮筋在斜度 45°PVC 管以不同方位落下對其規律運動的影響

#### 實驗步驟：

- (一) 實驗依據表 2 實驗分組，進行 C01 至 C03 實驗。
- (二) 以外徑 22mmPVC 管，45°放置，以 C01（方位 180°）、C02（方位 90°）、C03（方位 0°）進行實驗。
- (三) 將橡皮筋放在 PVC 管上，與角度馬達同高，並將橡皮筋拉緊。
- (四) 使用電腦控制角度馬達轉動，使橡皮筋落下。
- (六) 每組實驗進行十次，並計算成功旋轉落下次數，進行數據分析整理，整理成附件一，並繪製適合的統計圖進行分析。
- (七) 討論方位角對於成功旋轉的相關性。

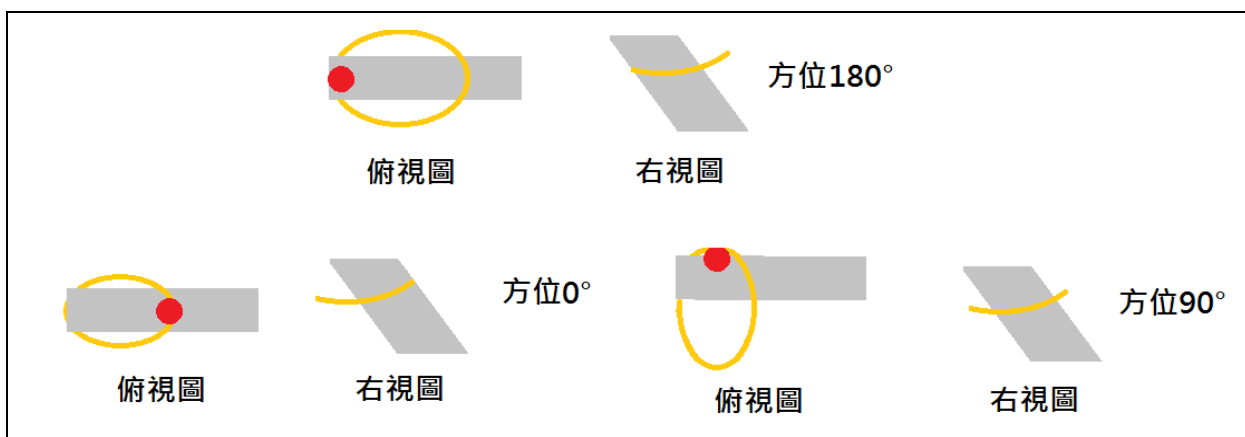


圖 12 實驗 C 說明圖



## 六、實驗四：實驗橡皮筋在不同管徑的 PVC 管落下對其運動的影響

### 實驗步驟：

- (一) 實驗組別依據表 2 實驗編號分組，進行 D01 至 D03 實驗。
- (二) 分為 D01 外徑 (18mm)、D02 外徑 (22mm)、D03 外徑 (25mm) PVC 管進行實驗。
- (三) 將橡皮筋放在 PVC 管上，與角度馬達同高，並將橡皮筋拉緊。
- (四) 使用電腦控制角度馬達轉動，使橡皮筋落下。
- (五) 將實驗落下過程由側面拍攝成影片，每組實驗共進行三次，進行數據分析整理，並繪製適合的統計圖進行分析。
- (六) 比較橡皮筋在不同直徑的 PVC 管運動方式。

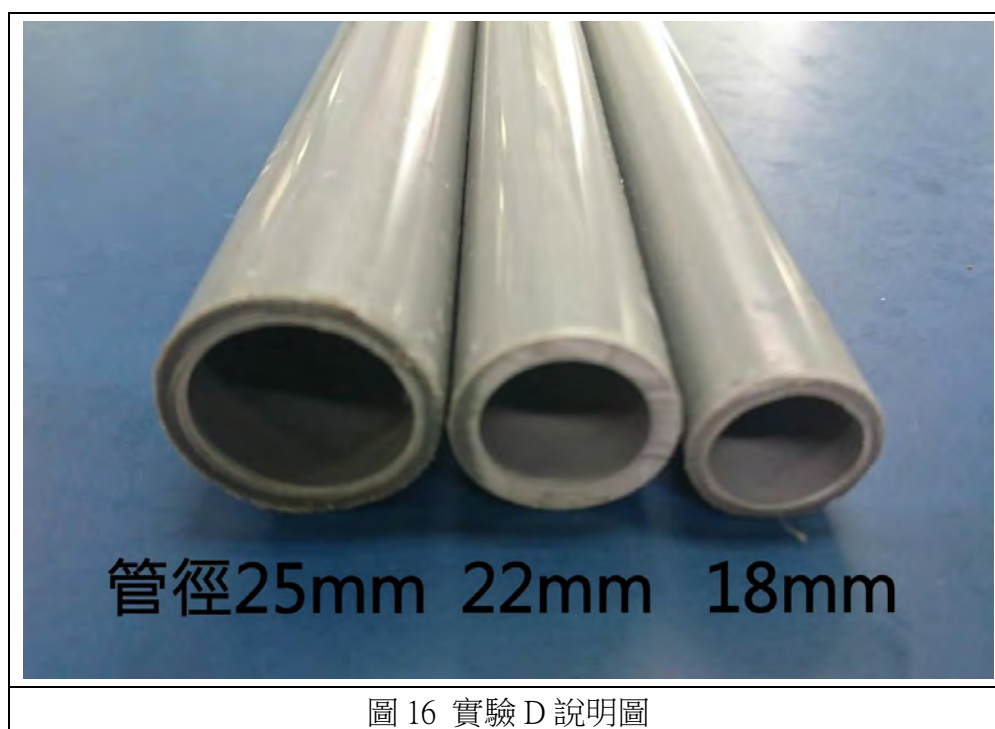


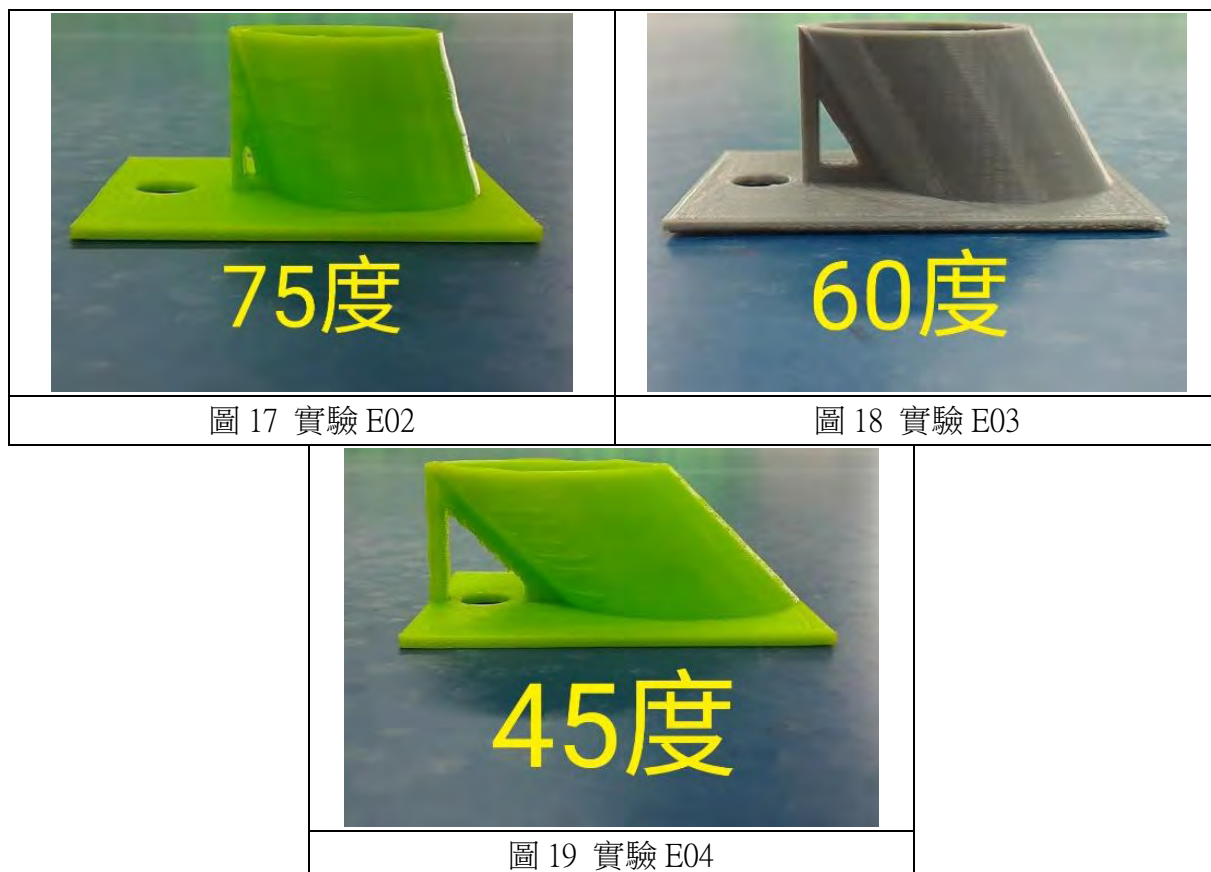
圖 16 實驗 D 說明圖

## 七、實驗五：實驗橡皮筋在同管徑不同斜度 PVC 管落下對其運動的影響

### 實驗步驟：

- (一) 實驗組別依據表 2 實驗編號分組，進行 E01 至 E04 實驗。
- (二) 為外徑 22mm PVC 管，以斜度 90°、75°、60°、45°進行實驗。
- (三) 將橡皮筋放在 PVC 管上，與角度馬達同高，並將橡皮筋拉緊。

- (四) 使用電腦控制角度馬達轉動，使橡皮筋落下。
- (五) 將實驗落下過程由側面拍攝成影片，每組實驗共進行三次，進行數據分析整理，並繪製適合的統計圖進行分析。
- (六) 比較橡皮筋同管徑不同斜度 PVC 管的運動方式。



#### 八、實驗六：橡皮筋落下旋轉運動軌跡追蹤分析

- (一) 實驗組依據表 2 實驗編號分組，進行 G01 實驗，將橡皮筋分成八部分，每分隔點用奇異筆畫上黑點，方便觀察。
- (二) 使用電腦控制角度馬達，使橡皮筋落下。
- (三) 每組實驗進行三次，進行俯視、側面拍攝。
- (四) 將影片利用 Video to JPG Converter，轉成分格圖檔。
- (五) 將圖檔內橡皮筋位置、形狀使用 Inkscape 將橡皮筋描繪出來，並繪製出其分隔點，使用不同顏色點標示出來，將其位置座標化，進行數據分析整理。

(六) 進行橡皮筋的旋轉運動軌跡分析與討論。

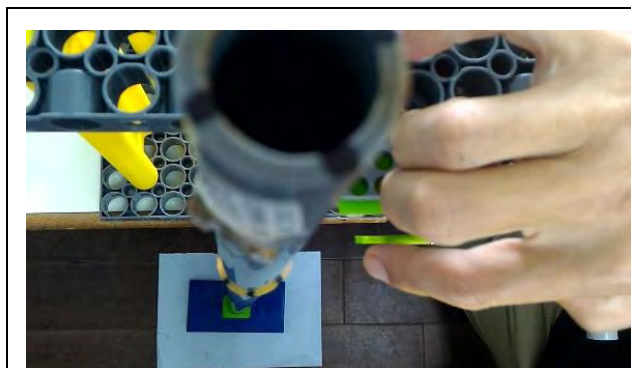


圖 20 實驗 G01 影像



圖 21 實驗六橡皮筋

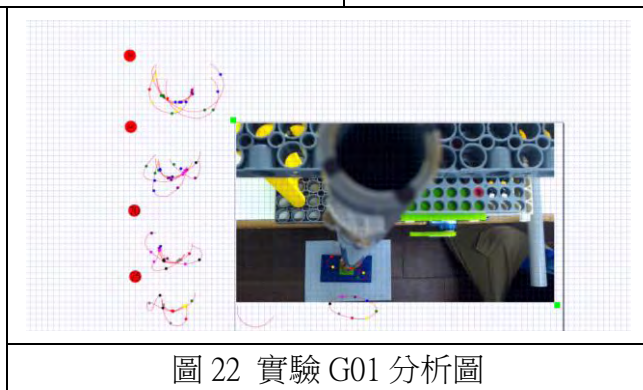


圖 22 實驗 G01 分析圖

## 捌、討論與分析

### 一、實驗一：觀察分析橡皮筋落下運動時的運動方式

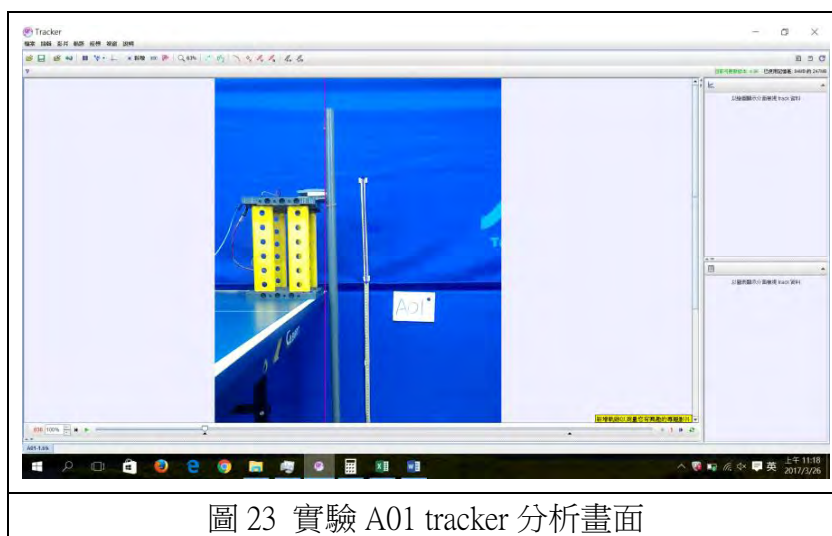


圖 23 實驗 A01 tracker 分析畫面

經過實驗數值分析及討論後，我們發現橡皮筋在落下時的特性：

(一) 為什麼會旋轉運動？

橡皮筋與PVC管子有接觸點，有接觸點就有摩擦力，此時摩擦力小於橡皮筋重量，橡皮筋會傾斜，與PVC管接觸的一端較高，越外圍高度愈低，產生不平衡的力矩（圖24），因此造成了橡皮筋的轉動。從能量守恆的觀點來看，橡皮筋由高處到低處掉落，其重力位能轉換為橡皮筋的轉動能量。

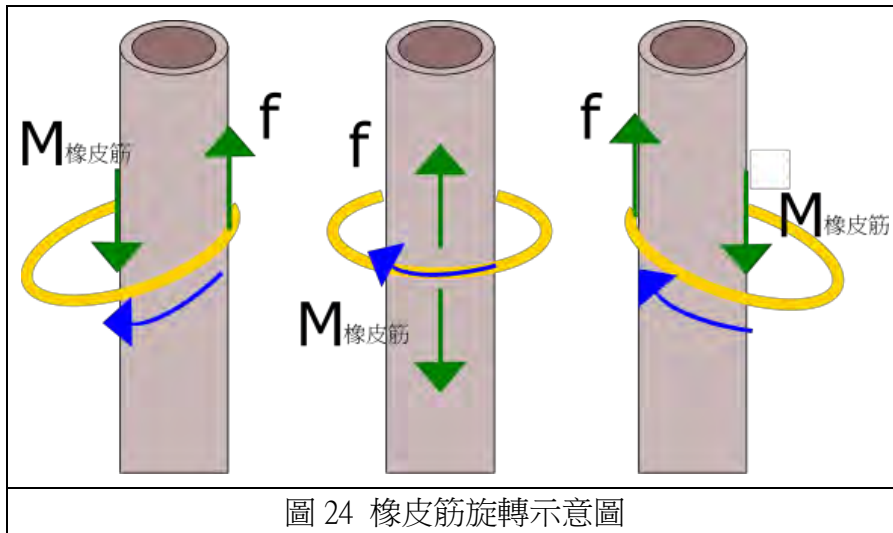


圖 24 橡皮筋旋轉示意圖

(二) 規律運動

橡皮筋落下時，下降速度會分前段與後段，前段會以不規則方式、或是以加速度方式落下，在特定時間點旋轉會進入一定旋轉規律，橡皮筋下降速率非常相近，而不是因有重力加速度而產生曲線圖形，是產生相近於等速運動的現象，且橡皮筋傾斜角接近水平，我們稱為「規律運動」。橡皮筋旋轉越快，產生的向心力加大與管壁的摩擦力，與重力接近平衡。表3、圖25為規律運動說明：

表 3 規律運動說明

名詞說明	
旋轉時間間隔	為旋轉質點時間間隔
旋轉距離間隔	為旋轉質點間隔距離
旋轉間隔落下速率	= 旋轉距離間隔 / 旋轉時間間隔

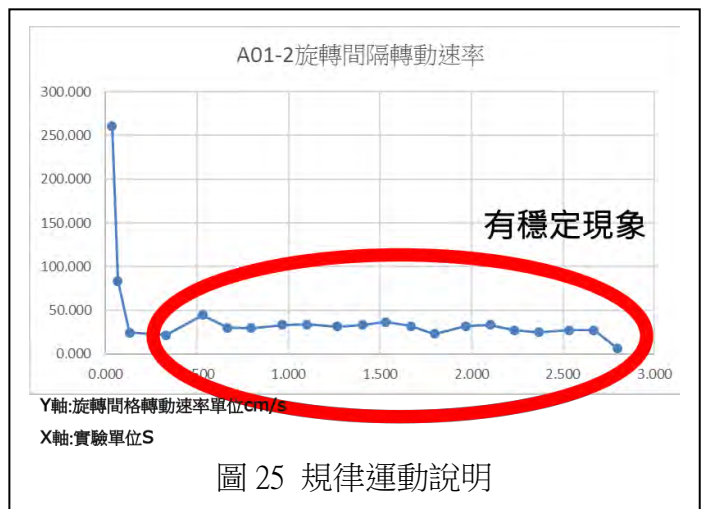


圖 25 規律運動說明

## 二、實驗二：實驗橡皮筋在斜度 90°PVC 管以有無貼緊放置落下對其運動的影響

依據實驗一觀察敘述，經由討論後，擬定了實驗二比較內容重點，由於其變因改變橡皮筋起始的彈力能量等，經由討論後，擬定了接下來實驗比較內容重點：

(一)「進入規律前運動落下距離」為進行數據分析的依據。

表 4 斜度 90°PVC 管以有無貼緊放置落下橡皮筋實驗數據

實驗項目	進入規律運動 落下距離 (單位: cm)
B01-1	60.148
B01-2	46.937
B01-3	42.225
B02-1	91.028
B02-2	68.648
B02-3	35.578
B01 (有貼緊)	49.770
B02 (無貼緊)	65.085

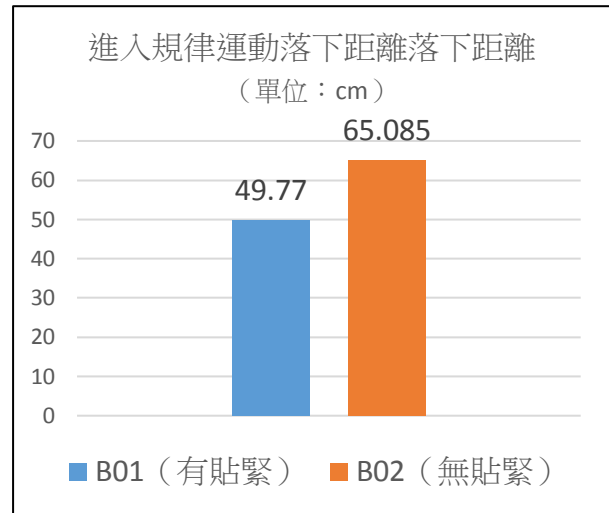


圖 26 有無貼緊放置落下進入規律運動

根據表 4、圖 26，我們發現：

(二) 上述 PVC 管有無貼緊實驗，進入規律運動落下距離落下距，B02 (無貼緊) 橡皮筋落下速度比 B01 (有貼緊) 長。

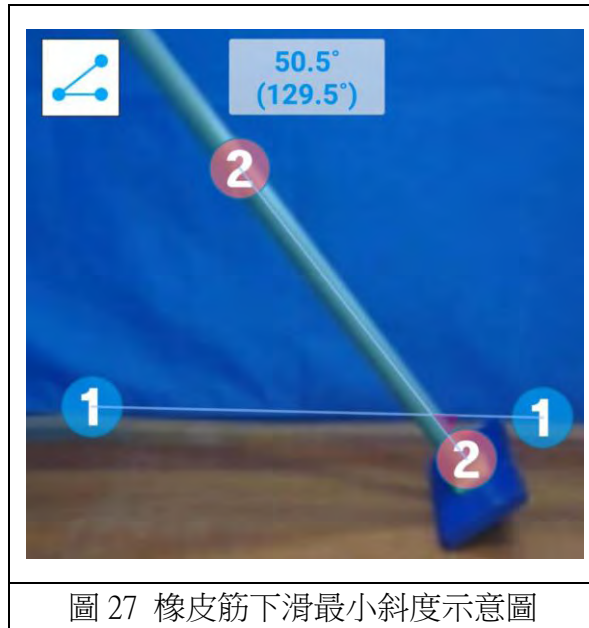
經由討論後，我們推測：

(三) 橡皮筋在實驗 B01 (有貼緊) 開始時，橡皮筋單邊與 PVC 管有接觸且有磨擦力存在，另一邊則騰空。當落下時會因為有力矩作用，產生較大的碰撞，間接增加橡皮筋旋轉的機率，因此能以較短落下距離進入規律運動。

## 三、實驗三：實驗橡皮筋在斜度 45°PVC 管以不同方位落下對其規律運動的影響

(一) 摩擦係數

在實驗三開始前，我們先測量橡皮筋的摩擦係數，從斜度 0°、水平於地面，將橡皮筋掛於 PVC 管上，慢慢將 PVC 管扶正，根據圖○可以發現，橡皮筋在斜度 50°PVC 管才會開始滑落下來，於是我們想說在斜度 45°，照理說是不會落下，但是會因為我們放置給予不同撞擊與能量，造成橡皮筋落下。

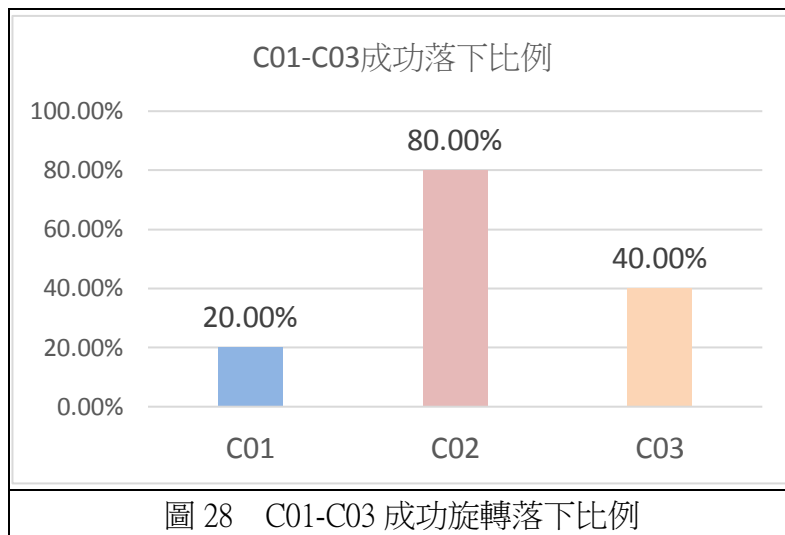


依據上述觀察敘述，經由討論後，擬定了實驗三比較內容重點，由於經過測試發現橡皮筋會在斜度 50°PVC 管才會滑落，此實驗測試在斜度 45°PVC 管，藉由改變方位給予不同撞擊與能量，經由討論後，擬定了接下來實驗比較內容重點：

(一)「成功旋轉落下」為進行數據分析的依據

表 5 橡皮筋在 45°管斜度以不同方位放置成功旋轉落下

實驗項目 實驗次數	C01 方位角 180°	C02 方位角 90°	C03 方位角 0°
實驗一	○	○	○
實驗二	X	○	X
實驗三	X	○	X
實驗四	X	X	○
實驗五	X	○	○
實驗六	○	○	X
實驗七	X	○	X
實驗八	X	X	X
實驗九	X	○	○
實驗十	X	○	X
總計	20.00%	80.00%	40.00%

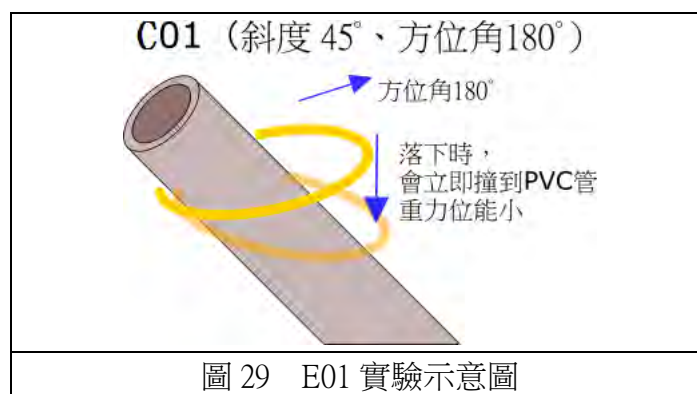


根據表 5、圖 28 我們發現：

- (二) 依據實驗一觀察敘上述橡皮筋在斜度 45°PVC 管位以不同方位放置落下實驗，其成功落下比例高低：C02（方位角 90°）> C03（方位角 0°）> C01（方位角 180°）。C02（方位角 90°）實驗成功次數最高，C01（方位角 180°）成功次數最低。

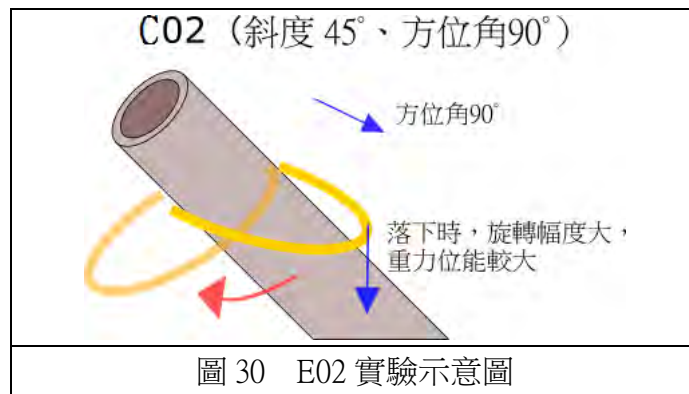
綜合以上發現，經由討論後推測可能原因，如分析以下三個狀況：

- (三) 實驗 C01（方位角 180°）橡皮筋，位能較小，產生較小碰撞，及兩側力量平均，較無法使橡皮筋產生旋轉。

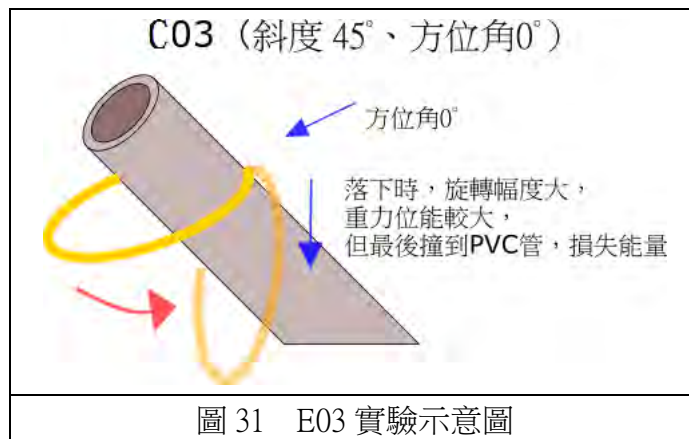


- (四) 實驗 C02（方位角 90°）橡皮筋落下時，位能較大，且兩側落下碰撞 PVC 管不同時間，二個因素下造成橡皮筋較有機會產生旋轉。





(五) 實驗 C03 (方位角 0°) 橡皮筋落下時，位能最大，能使橡皮筋與 PVC 產生最大碰撞，亦能造成旋轉，但兩側落下碰撞 PVC 管時間相同，亦無法像實驗 C02 提高橡皮筋旋轉機率。



#### 四、實驗四：實驗橡皮筋在不同管徑的 PVC 管落下對其運動的影響

依據實驗一觀察敘述，經由討論後，擬定了實驗四、五比較內容重點，由於其變因改變橡皮筋於不同旋轉環境，經由討論後，擬定了接下來實驗比較內容重點，觀測於「規律時間運動期間」，進行數據分析的依據：

- (一) 橡皮筋落下平均速度
- (二) 平均旋轉圈數

表 6 橡皮筋在不同管徑的 PVC 管落下橡皮筋實驗數據

實驗項目	落下平均速度 (單位：cm/s)	單位時間內平均旋轉圈數 (單位：圈/s)
D01 (管徑 18mm)	30.171	6.876
D02 (管徑 22mm)	35.075	8.275
D03 (管徑 25mm)	36.547	8.993

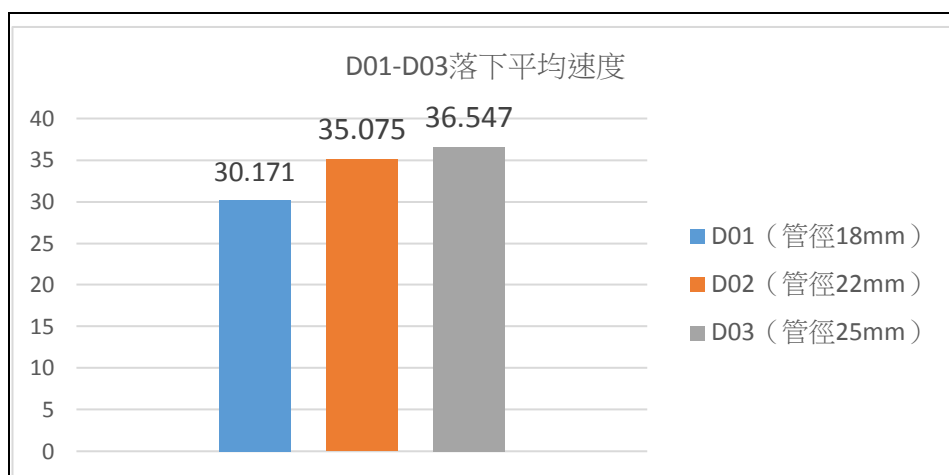


圖 32 D01-D03 落下平均速度 (單位：cm/s)

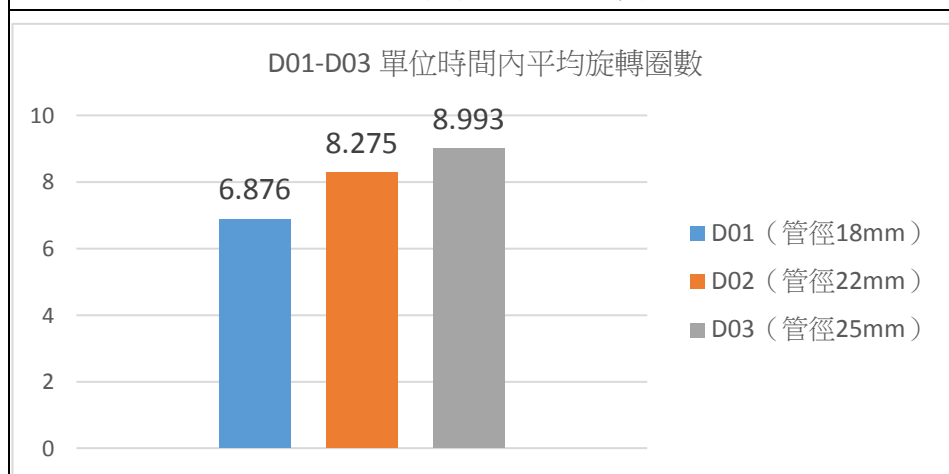


圖 33 D01-D03 單位時間內平均旋轉圈數 (單位：cm/s)

根據表 6、圖 32、33 我們發現：

(三) 上述不同管徑 PVC 管實驗，落下平均速度：

D03 (管徑 25mm) > D02 (管徑 22mm) > D01 (管徑 18mm)

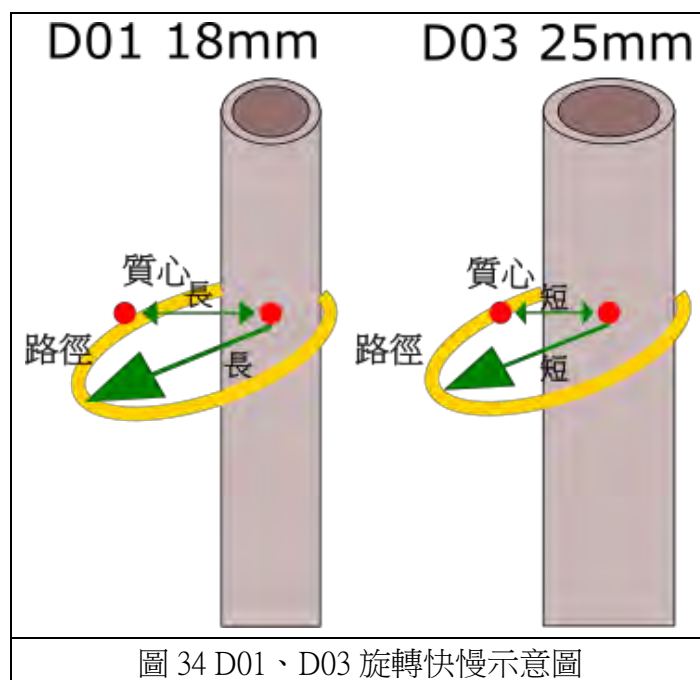
(四) 上述不同管徑 PVC 管實驗，平均旋轉圈數：

D03 (管徑 25mm) > D02 (管徑 22mm) > D01 (管徑 18mm)

(五) 實驗橡皮筋在不同管徑 PVC 管，發現落下平均速度、落單位時間內平均旋轉圈數皆是 D03 (管徑 25mm) 數值較高，且 D01 (管徑 18mm) 數值較低。

經由討論後推測可能原因，如以下二點：

(六) 在單位時間內平均旋轉圈數，橡皮筋在實驗 D03 (管徑 25mm) 落下旋轉時，可能橡皮筋與 PVC 管接觸面較大，橡皮筋圓周長與 PVC 管徑距離較近，因此旋轉路徑短，所以轉速快，單位時間內旋轉圈數較多，反觀橡皮筋在 D01 (管徑 18mm) 則橡皮筋圓周長與 PVC 管徑距離較大，因此轉速慢，單位時間內旋轉圈數較少。



(七) D03 (管徑 25mm) 橡皮筋旋轉如同螺絲形狀，因重力、旋轉慣性，每轉一圈下降一段距離，因此若橡皮筋轉速快，會增加落下的速度。

## 五、實驗五：實驗橡皮筋在同管徑不同斜度 PVC 管落下對其運動的影響

表 7 在同管徑不同斜度 PVC 管落下對橡皮筋實驗數據

實驗項目	落下平均速度 (單位：cm/s)	單位時間內平均旋轉圈數 (單位：圈/s)
E01 (斜度 90°)	33.237	6.979
E02 (斜度 75°)	32.644	6.271
E03 (斜度 60°)	27.916	6.035
E04 (斜度 45°)	21.322	4.798

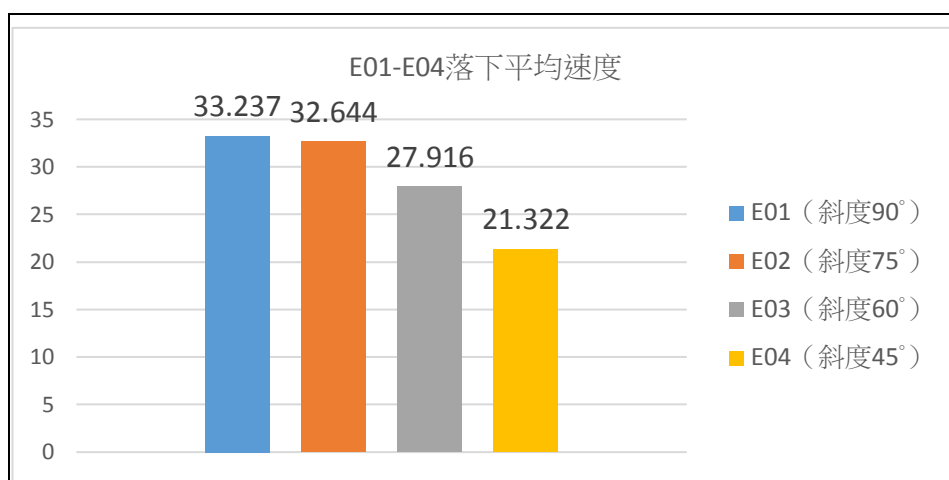


圖 35 E01-E04 落下平均速度 (單位：cm/s)

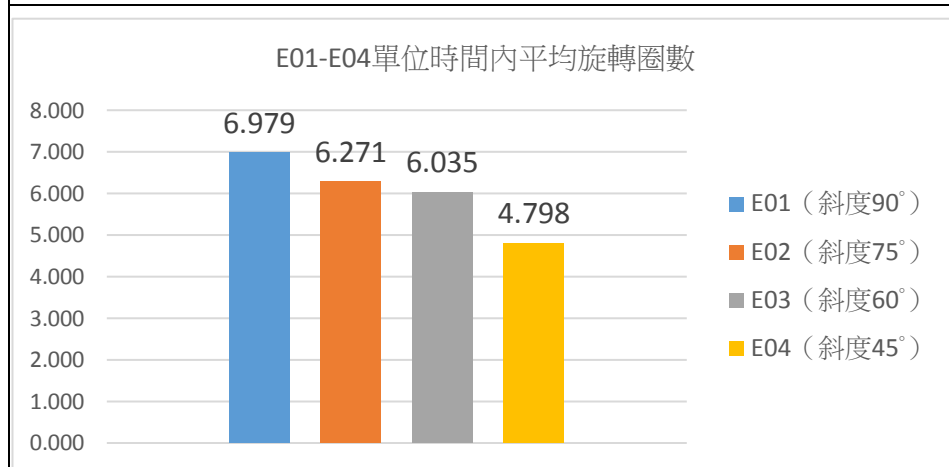


圖 36 E01-E04 單位時間內平均旋轉圈數 (單位：圈/s)

根據表 7、圖 35、36 我們發現：

(一) 上述同管徑不同斜度 PVC 管實驗，落下平均速度：

E01 (斜度 90°) > E02 (斜度 75°) > E03 (斜度 60°) > E04 (斜度 45°)

(二) 上述同管徑不同斜度 PVC 管實驗，落下速度標準差：

$E01 (斜度 90^\circ) > E02 (斜度 75^\circ) > E03 (斜度 60^\circ) > E04 (斜度 45^\circ)$

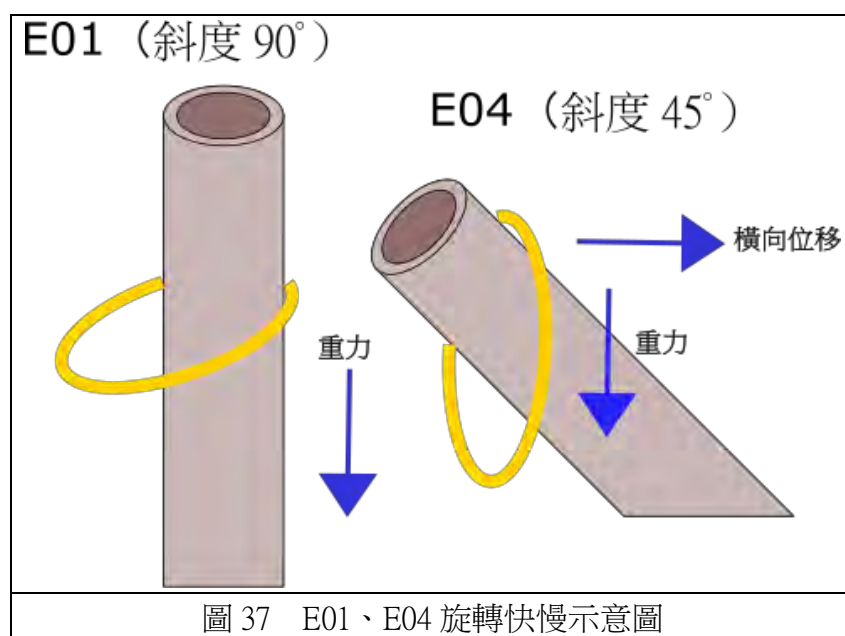
(三) 上述同管徑不同斜度 PVC 管實驗，平均旋轉圈數：

$E01 (斜度 90^\circ) > E02 (斜度 75^\circ) > E03 (斜度 60^\circ) > E04 (斜度 45^\circ)$

經由討論後推測可能原因，如以下二點：

(四) 實驗橡皮筋在同管徑不同斜度 PVC 管，可發現落下平均速度、單位時間內平均旋轉圈數皆是  $E01 (斜度 90^\circ)$  數值較高，且  $E04 (斜度 45^\circ)$  數值較低。

(五) 在單位時間內平均旋轉圈數，橡皮筋在實驗  $E01 (斜度 90^\circ)$  落下旋轉時，無水平位移，橡皮筋質心的運動方向與重力作用力方向相同，造成水平旋轉平均，所以轉速快，單位時間內旋轉圈數較多。



(六)  $E01 (斜度 90^\circ)$  無水平位移，因此無水平分力，橡皮筋轉速快，進而增加落下的速度。橡皮筋在  $E04 (斜度 45^\circ)$  轉動，水平位移最大，重力位能最小，落下速度最慢。

## 六、實驗六：橡皮筋落下旋轉運動軌跡追蹤分析

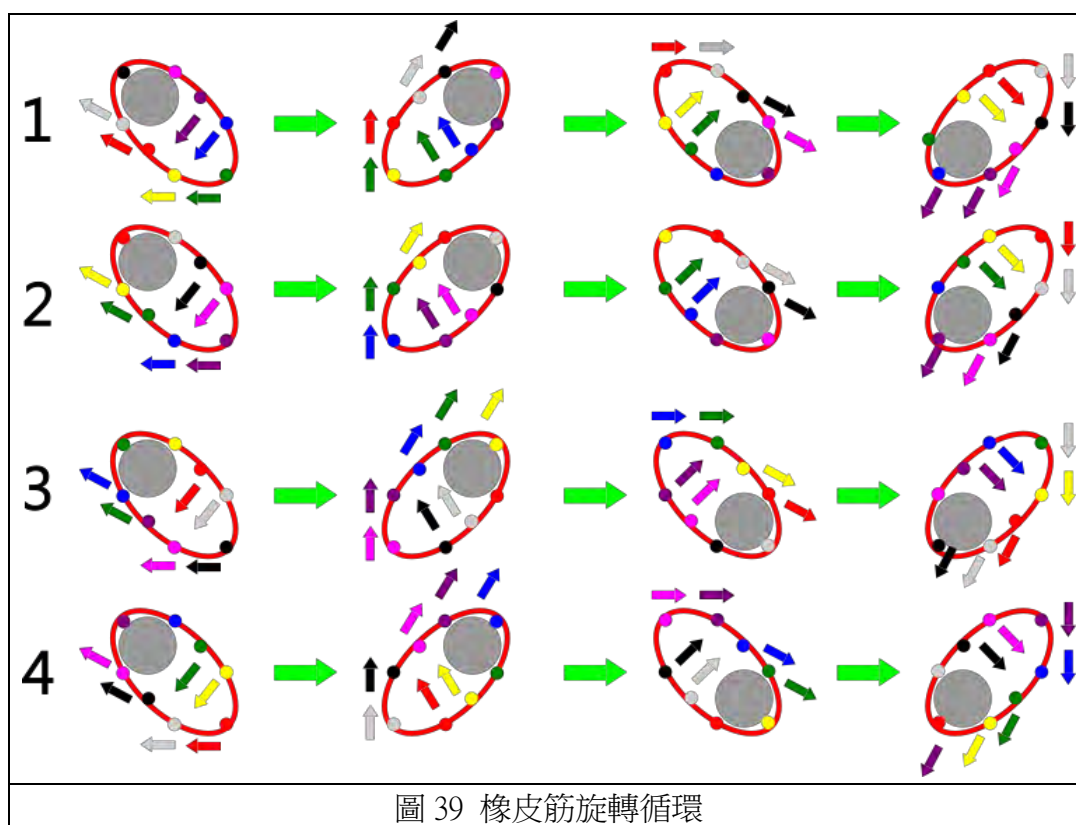
(一) 根據實驗影片及照片分析，可以發現橡皮筋旋轉落下時，會保持部分橡皮筋貼於 PVC 管 (圖 38)，其他部分會在外圍，且離 PVC 管越遠則越細，且通常前後兩側長度大於左右兩側。橡皮筋旋轉時雖會造成形狀改變，但無彈性形變。橡皮筋周長不變，可能是因為離心力不夠，無法轉換成彈力位能。



圖 38 實驗橡皮筋旋轉時形狀

根據實驗影片及照片分析，橡皮筋旋轉落下時，將橡皮筋上八個偵測點分別以紅、黃、綠、藍、紫、粉、黑、灰八種分別標上，並根據分析圖，畫出橡皮筋落下旋轉示意圖，如圖 45。下列為橡皮筋旋轉分隔點位置移動說明：

- 1、在 1-1、1-2 時，兩個偵測點 (黑、粉) 不動位置，最左邊偵測點 (白) 離開，最右邊偵測點 (紫) 貼合。
- 2、在 1-2、1-2 時，兩個偵測點 (粉、紫) 不動位置，最左邊偵測點 (黑) 離開，最右邊偵測點 (藍) 貼合。
- 3、在 1-3、1-4 時，兩個偵測點 (藍、紫) 不動位置，最左邊偵測點 (粉) 離開，最右邊偵測點 (綠) 貼合。
- 4、在 1-4、2-1 時，旋轉擺盪回來時，三個分隔點 (藍、紫、綠) 離開，其他三個偵測點 (黃、紅、白) 貼合



綜合以上發現，經由討論後推測可能原因，如以下三點：

- (二) 橡皮筋旋轉時，依照橡皮筋周長與 PVC 管周長計算，同一分隔點約旋轉 2 圈會回至原位置(表 8)，但實驗橡皮筋同一分隔點需花 4 圈才會回至原位置(圖 39)，實驗橡皮筋多轉了 2 圈 PVC 管周長。

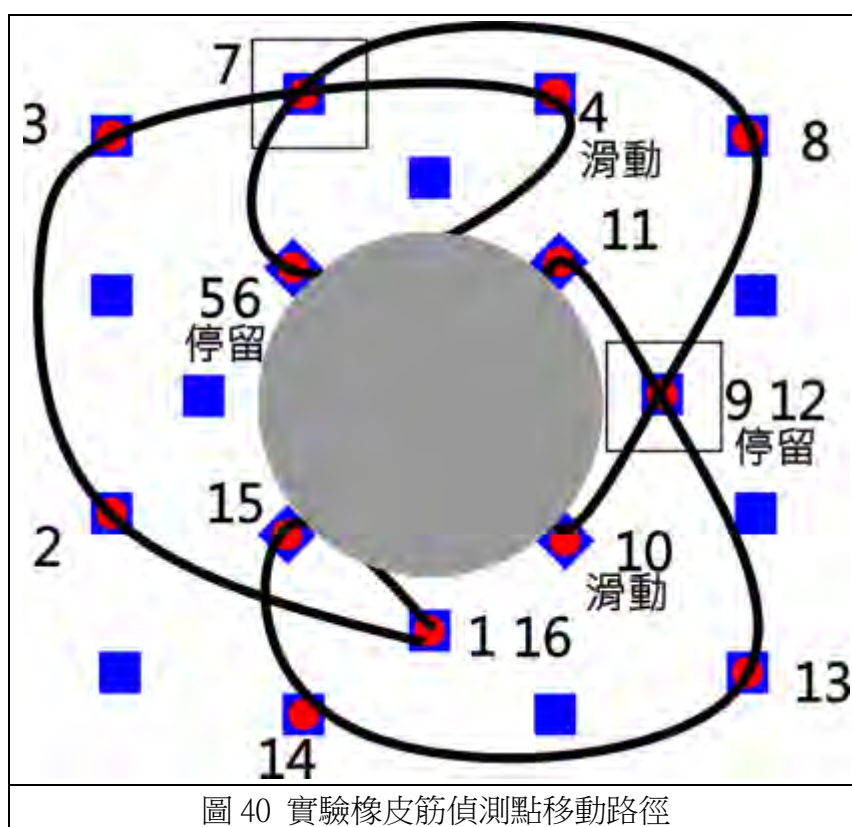
表 8 橡皮筋同一分隔點回原位置圈數

橡皮筋周長	$4.5 \times 3.14 = 14.13$ (單位：cm)	需旋轉圈數 $14.13 / 6.908 = 2.045$
PVC 管圓周長	$2.2 \times 3.14 = 6.908$ (單位：cm)	

- (三) 圖 40 為橡皮筋偵測點(紅)移動路徑，從旋轉開始，在每轉 1/2 圈橡皮筋會迴轉。橡皮筋迴轉可能是旋轉時慣性導致橡皮筋短暫脫離 PVC 管，但因慣性方向，往回移動，又與 PVC 管接觸，而繼續旋轉。總共會有兩次迴轉點，並由圖 45 第一圈、第二圈可以發現，每次迴轉點迴轉 1/4 圈橡皮筋周長，再加上橡皮筋本身旋

轉  $1/4$  圈橡皮筋周長，單趟回  $1/2$  圈因此迴加上轉總共 1 圈，兩次迴轉點為兩圈，同一分隔點才會回到原位置。便可解釋實驗橡皮筋多轉了 2 圈 PVC 管周長。

(四) 橡皮筋在 PVC 管上做圓周運動，等速圓周運動的質點，或是橡皮筋上偵測點，其一維垂直正投影運動應為簡諧運動，可是由實驗橡皮筋偵測點移動路徑，因為有橡皮筋旋轉時，有水平滑動，導致偵測點無法呈現像圓周運動所投影的簡諧運動方式。



(五) 橡皮筋旋轉落下時，依實驗觀察，進入規律運動後，橡皮筋每轉一圈所下降的距離改變不明顯 (圖 42)。且橡皮筋每轉一圈的時間亦改變不大 (圖 43)。由能量守恆來看，重力位能轉換成「動能」與「旋轉能量」，然而下降過程隨著位能的減少，動能及旋轉能量確未明顯增加，由此可推論橡皮筋與管壁磨擦造成能量的消耗。



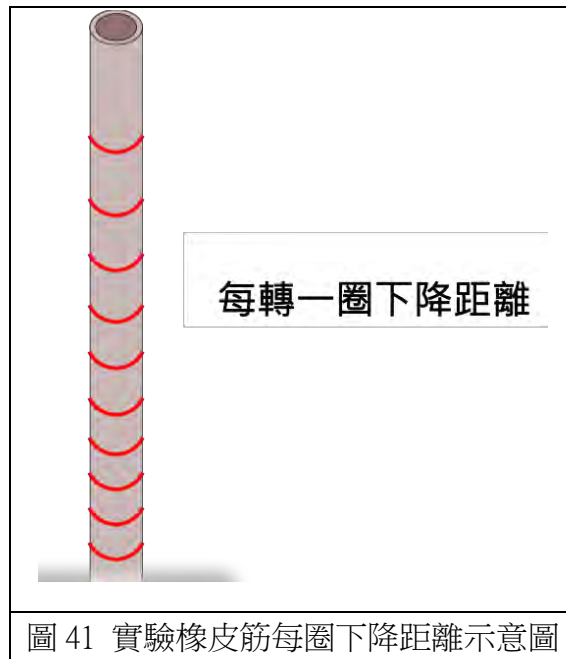
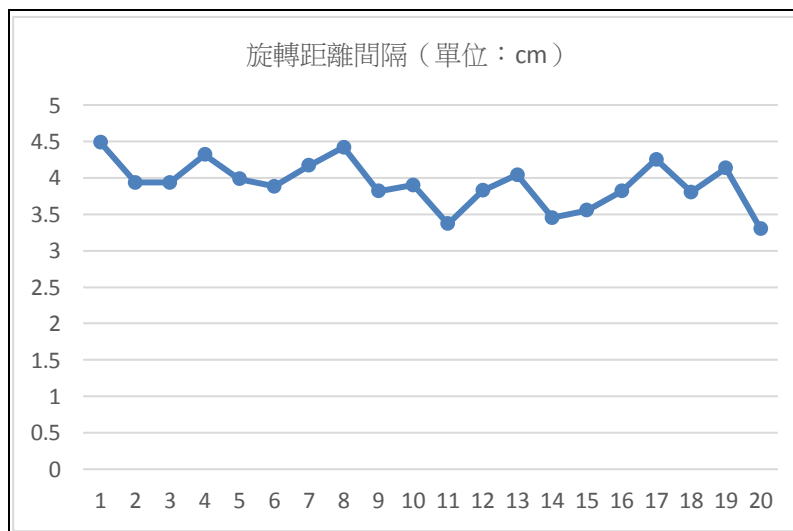
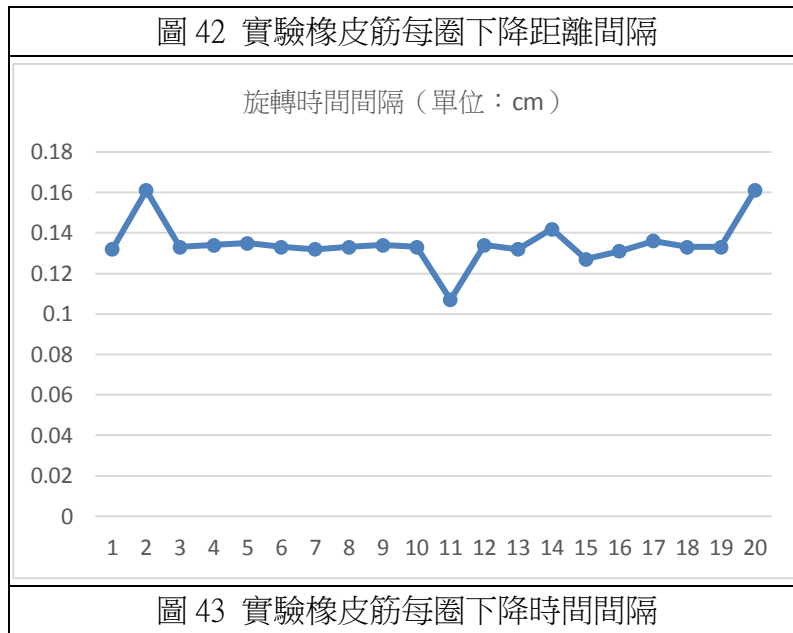


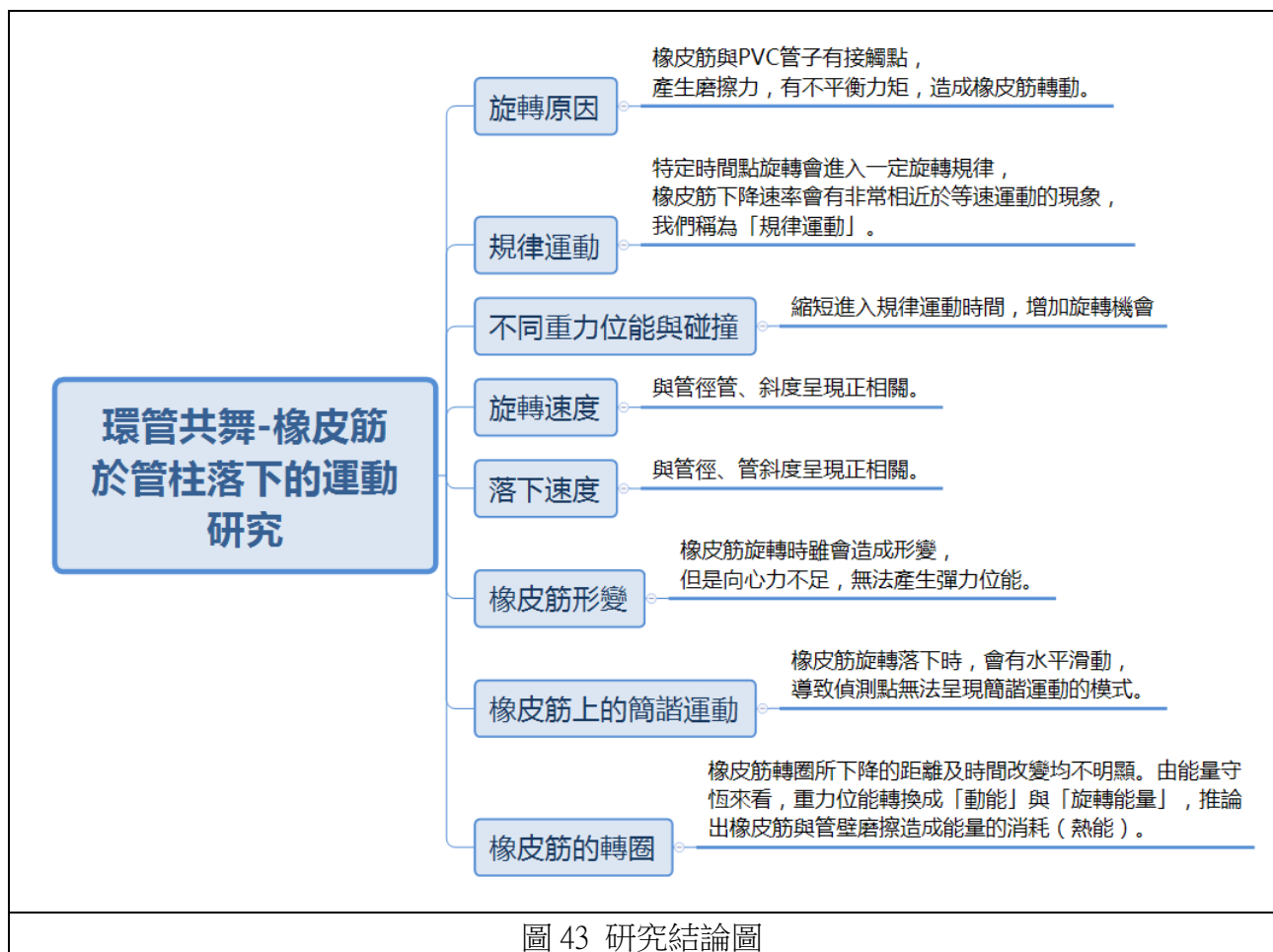
表 9 橡皮筋實驗逐點數據

圈數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
旋轉時間間隔 (單位：s)	0.132	0.161	0.133	0.134	0.135	0.133	0.132	0.133	0.134	0.133
旋轉距離間隔 (單位：cm)	4.484	3.934	3.934	4.318	3.984	3.884	4.168	4.418	3.817	3.901
圈數	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
旋轉時間間隔 (單位：s)	0.107	0.134	0.132	0.142	0.127	0.131	0.136	0.133	0.133	0.161
旋轉距離間隔 (單位：cm)	3.367	3.826	4.042	3.451	3.551	3.817	4.251	3.801	4.134	3.301





## 玖、結論



- 一、橡皮筋與 PVC 管子有接觸，就有摩擦力，造成橡皮筋一開始的不規則運動，一段時間後，橡皮筋漸進的轉成規律的轉動並趨近等速下降。
- 二、橡皮筋落下時，在特定時間點旋轉會進入一定旋轉規律，橡皮筋下降速率會有非常相近，而不是因有重力加速度而產生曲線圖形，是產生相近於等速運動的現象，我們稱為「規律運動」。是因橡皮筋旋轉越快，產生的向心力加大與管壁的摩擦力，與重力抵消。
- 三、實驗橡皮筋若給予較大的是重力位能或不平均碰撞，可增加與 PVC 管碰撞及力矩的機會，造成橡皮筋產生旋轉，進而縮短進入規律運動的距離。
- 四、實驗橡皮筋單位時間內平均旋轉圈數皆與 PVC 管徑、管斜度呈現正相關。在管徑愈大的 PVC 管旋轉時，橡皮筋圓周長與 PVC 管徑距離較近，因此旋轉路徑短，所以橡皮筋轉速快。橡皮筋斜度較大，受到沿運動方向的重力作用較大，橡皮筋質心的運動方向與重力作用力方向相同，所以橡皮筋下降速度快。
- 五、實驗橡皮筋落下平均速度皆與 PVC 管徑、管斜度呈現正相關。橡皮筋旋轉如同螺絲形狀，每轉一圈下降一段距離，因此若橡皮筋轉速快，會增加落下的速度。
- 六、實驗橡皮筋旋轉落下時，會保持部分橡皮筋貼於 PVC 管其他部分會在外圍，且離 PVC 管越遠則越細。橡皮筋旋轉時雖會造成形變，但無彈性，橡皮筋周長不變，是因為向心力不足，無法增加彈力位能。
- 七、橡皮筋旋轉落下時，會有水平滑動，因此影響橡皮筋上偵測點位置，產生迴轉點，導致偵測點無法呈現簡諧運動的模式。
- 八、橡皮筋旋轉落下時，每轉一圈所下降的距離及時間改變均不明顯。由能量守恆來看，

重力位能轉換成「動能」與「旋轉能量」，且下降時未明顯增加，推論出橡皮筋與管壁磨擦造成能量的消耗（熱能）。

重力位能 → 動能 + 旋轉動能 + 熱能

## 拾、研究困難與後續實驗規劃

- 一、在研究過程與撰寫報告時，常常會遇到超出我們所學範圍的物理知識與名詞，我們必須花更多時間去學習基本理論，並融入我們的報告。
- 二、在實驗觀察分析時，藉由 Tracker 分析出來的數值大量且繁雜，我們必須將這些數據轉換成有意義的文字與描述，來得出我們的實驗結果。
- 三、實驗六橡皮筋俯視觀察分析時，會因為橡皮筋落下，橡皮筋在鏡頭內愈來愈小，到後面無法觀察，只能擷取其中部分分析。
- 四、增加實驗不同圓周長的橡皮筋落下對其運動的影響，因為市面橡皮筋尺寸不夠完整，大小差異過大，且圓周過長的橡皮筋無法於管上旋轉。
- 五、使用更好的攝影器材，能更清楚分析橡皮筋於管上的運動軌跡、方式，減少人為在標記影片時，因影像不夠清楚而造成誤差。
- 六、利用更多物理知識與實驗結果分析，能導出預測在不同變因下，橡皮筋於管上落下速度與旋轉圈數。

## 拾壹、參考資料

- 圓周運動。 <https://zh.wikipedia.org/wiki/圓周運動>。維基百科。
- 簡諧運動。 <https://zh.wikipedia.org/wiki/簡諧運動>。維基百科。
- 旋轉動能。 <https://zh.wikipedia.org/wiki/旋轉動能>。維基百科。
- 翰林自然與生活科技第五冊。第 49~54 頁。圓周運動與萬有引力。
- 賴怡瑄、邱萱、王禹博 (2016)。中華民國第 56 屆中小學科學展覽會參展作品物理科國中組，圈上的波扭：有趣的滾圈圈。
- 林智遠 (2002)。第一屆旺宏科學獎。從呼拉圈穩定搖擺的律動看圓形駐波模式。
- 環與棒的共舞。 <http://scigame.ntcu.edu.tw/power/power-030.html>。國立台中教育大學 NTCU 科學教育與應用學系。

## 【評語】 030110

研究主題明確且具創意，實驗設計周全，數據收集適當而完整，分析結果應考慮誤差，對最後達終端速率之學理宜再深入以實驗驗證，部分作圖缺坐標軸說明，圖片宜再清晰，圖說應再詳細。團隊應對作品都有理解。

作品海報

# 摘要

本研究探討橡皮筋在旋轉過程中，以橡皮筋有無貼緊、落下方位角、PVC管管徑、PVC管斜度等不同變因，藉由拍攝實驗過程影片並分析，去探討旋轉圈數、橡皮筋落下速率、規律運動時間比例等變化，並將橡皮筋落下運動軌跡追蹤分析，去探討橡皮筋旋轉運動的現象。

## 壹、研究動機

有一次打掃時間，掃地時掃到了一條橡皮筋，橡皮筋是要收集回收的，不能把它當作一般垃圾丟棄。為了要區別，因此把橡皮筋套入掃帚柄上，就在套入時，神奇的事情發生了！橡皮筋居然不是垂直落下，也不是碰撞掃帚不規則落下，而是有規律的旋轉方式落下。橡皮筋的運動方式讓我們感到非常的特別。經過討論後，就著手進行這項研究，去探究橡皮筋於管柱落下旋轉的運動方式及軌跡分析。

## 貳、研究目的

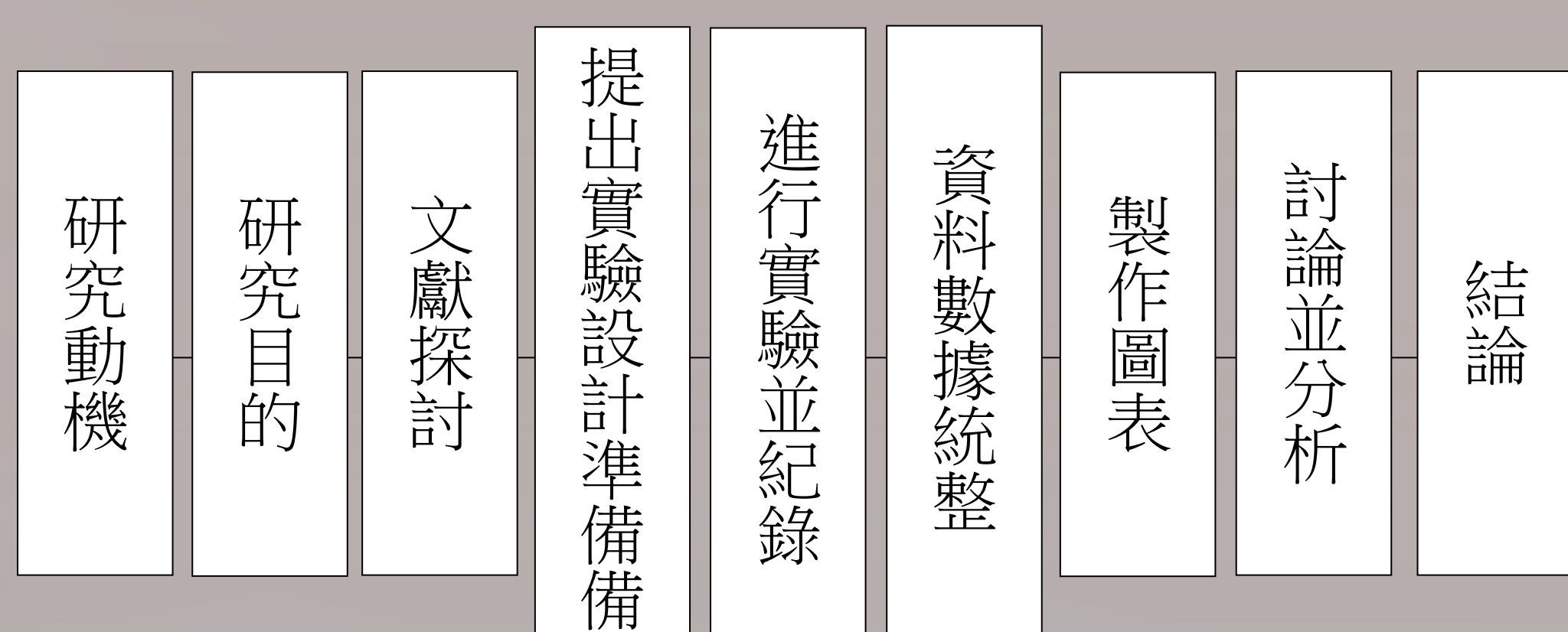
- 一、觀察橡皮筋於管柱落下運動過程。
- 二、分析影響橡皮筋在旋轉過程中的變因，並了解其特性。
- 三、橡皮筋落下旋轉運動軌跡追蹤分析及探討。

## 參、研究方法

為達成上述研究目的，我們設計以下六項欲探討的實驗問題。

- 一、觀察分析橡皮筋落下運動時的運動方式。
- 二、實驗橡皮筋在斜度90°PVC管以有無貼緊放置落下對其運動的影響。
- 三、實驗橡皮筋在斜度45°PVC管以不同方位落下對其規律運動的影響。
- 四、實驗橡皮筋在不同管徑PVC管落下對其運動的影響。
- 五、實驗橡皮筋在同管徑不同斜度PVC管落下對其運動的影響。
- 六、橡皮筋落下旋轉運動軌跡追蹤分析。

## 肆、研究架構與方法



## 伍、實驗設備及使用軟體

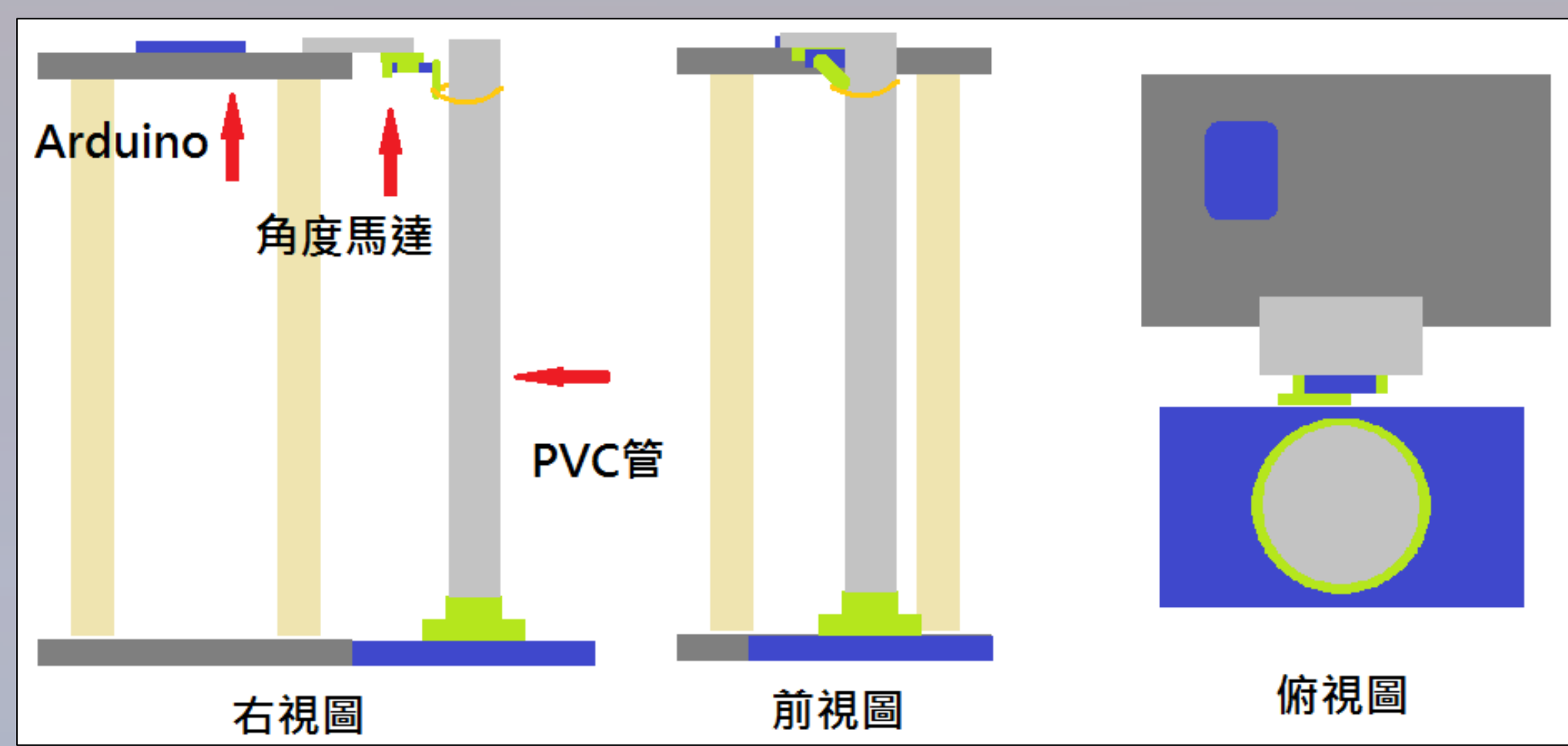
使用時機	項目	數量/規格	用途說明
實驗設備	橡皮筋	一包	實驗器材
	智高積木	一組	製作實驗器材
	Arduino	一片	製作實驗器材
	角度馬達	一顆	製作實驗器材
	PVC管	兩種各一根	實驗器材
	3D列印零件	共五個組件	製作實驗器材
測量記錄	攝影機	一台	錄製實驗過程影片
	捲尺	一捲	檢查實驗器材尺寸
實驗及測量分析	Tracker		分析實驗過程影片
	Arduino IDE 1.6.5		控制arduino及角度馬達
	Microsoft Excel		分析實驗數據
	Video to JPG Converter		將影片轉成分格影像
	Inkscape		繪製橡皮筋、說明書圖片
	Microsoft Word		撰寫作品說明書

## 柒、實驗設計

### 一、設計實驗裝置

我們的實驗設備設計圖，能將橡皮筋從PVC管落下，並將實驗過程拍成影片，再使用軟體進行觀察分析，實驗設備主要分成兩個部分：

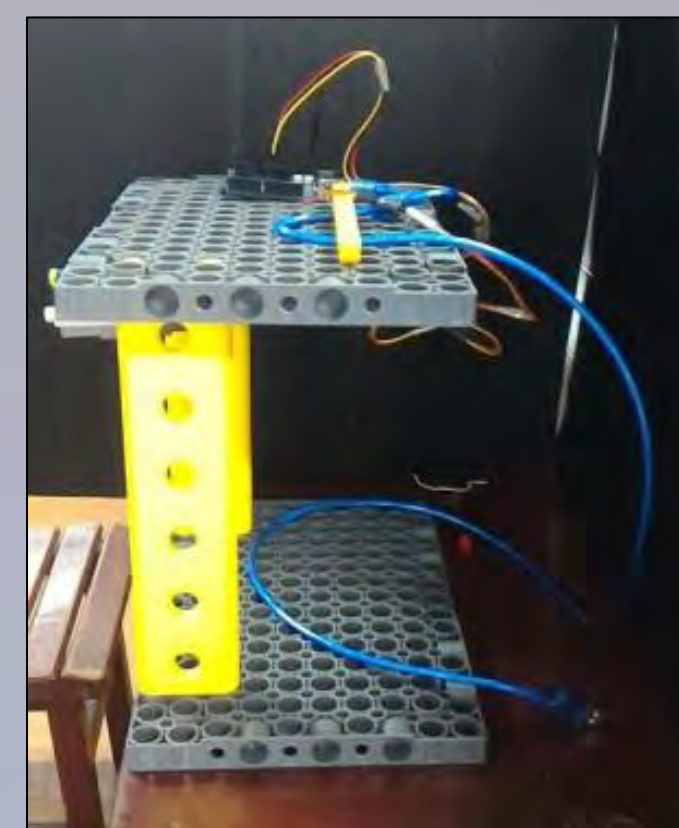
- (一) 實驗軌道：是實驗主要進行的區域，由軌道 (PVC管或塑膠管)、底座、及連接兩組件的3D列印零件所構成。上方有arduino、伺服角度馬達作為控制器，來控制橡皮筋落下，並能減少人為操作誤差。
- (二) 輔助裝置：為拍攝工具、及放置控制器的支架。



實驗設備設計圖



Arduino



實驗設備控制器

### 二、校園測量點設計

市面上有許多不同管徑的PVC管，我們選用能符合橡皮筋直徑的PVC管進行實驗，依照「放置方位」、「有無貼於PVC管上」，影響橡皮筋初始放置時的變化，「管外直徑」、「傾斜角度」，改變橡皮筋旋轉時的因素，表2為實驗編號分組，若實驗內容相同，只做一組實驗。

編號	橡皮筋直徑 (單位: mm)	PVC管管徑 (單位: mm)	傾斜角度 (單位: °)	實驗
A01	45	22	90°	實驗一
B01	45	22	90°	實驗二有貼緊
B02	45	22	90°	實驗二無貼緊
C01	45	22	45°、方位180°	實驗三
C02	45	22	45°、方位90	實驗三
C03	45	22	45°、方位0°	實驗三
D01	45	18	90°	實驗四
D02	45	22	90°	實驗四
D03	45	25	90°	實驗四
E01	45	22	90°	實驗五
E02	45	22	75°	實驗五
E03	45	22	60°	實驗五
E04	45	22	45°	實驗五
G01	45	22	90°	實驗六
G02	45	22	90°	實驗六

### 三、實驗一：觀察分析橡皮筋落下運動時的運動方式

#### 實驗步驟：

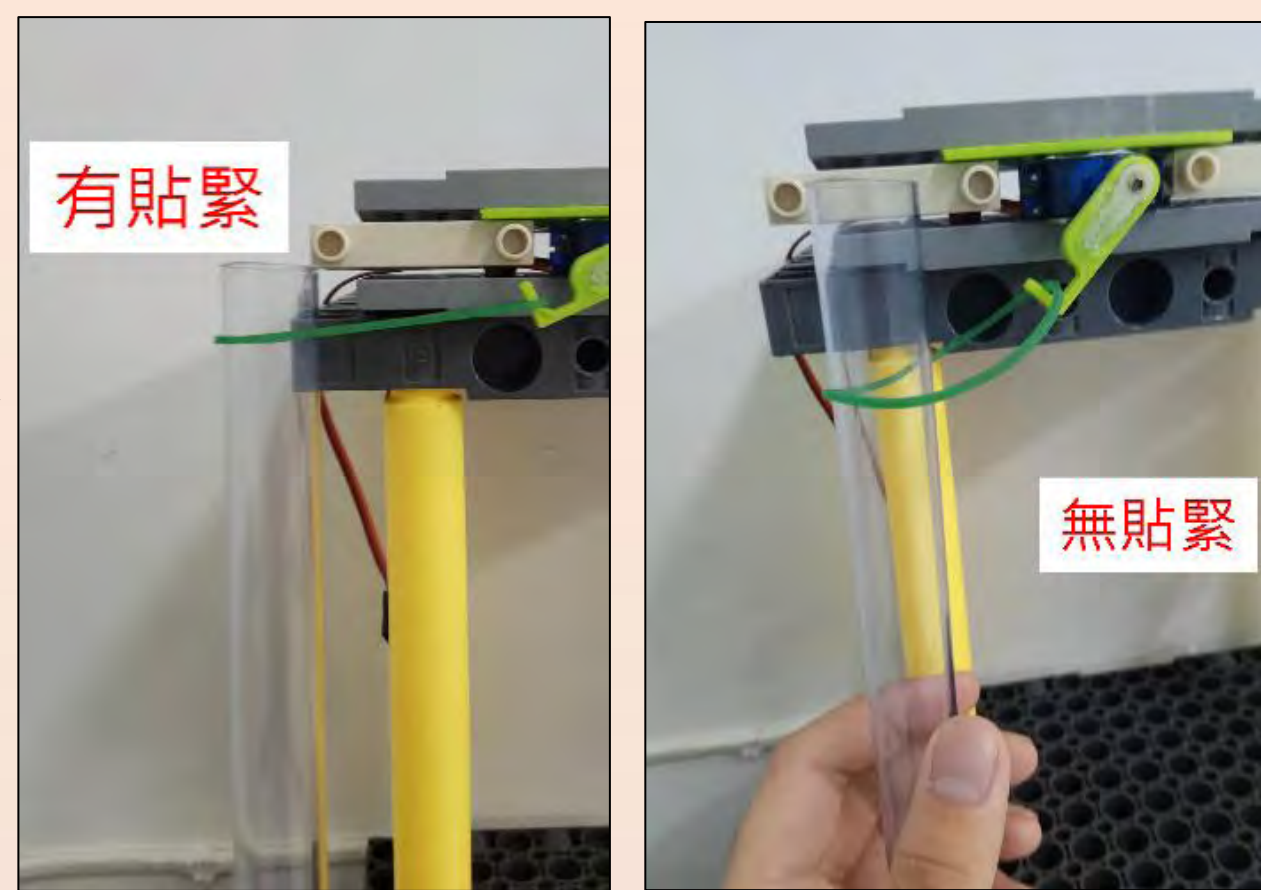
- (一) 實驗組別依據表2實驗編號分組，進行A01實驗。
- (二) 為直徑22mmPVC管、直徑45mm橡皮筋進行實驗。
- (三) 將橡皮筋放在PVC管上，與角度馬達同高，並將橡皮筋拉緊。
- (四) 使用電腦控制角度馬達轉動，使橡皮筋落下。
- (五) 將實驗落下過程由側面拍攝成影片，實驗共進行三次，再進行數據分析整理，整理成附件一，並繪製適合的統計圖進行分析。
- (六) 進行橡皮筋觀察分析，討論接下來實驗的觀察重點。



操作實驗

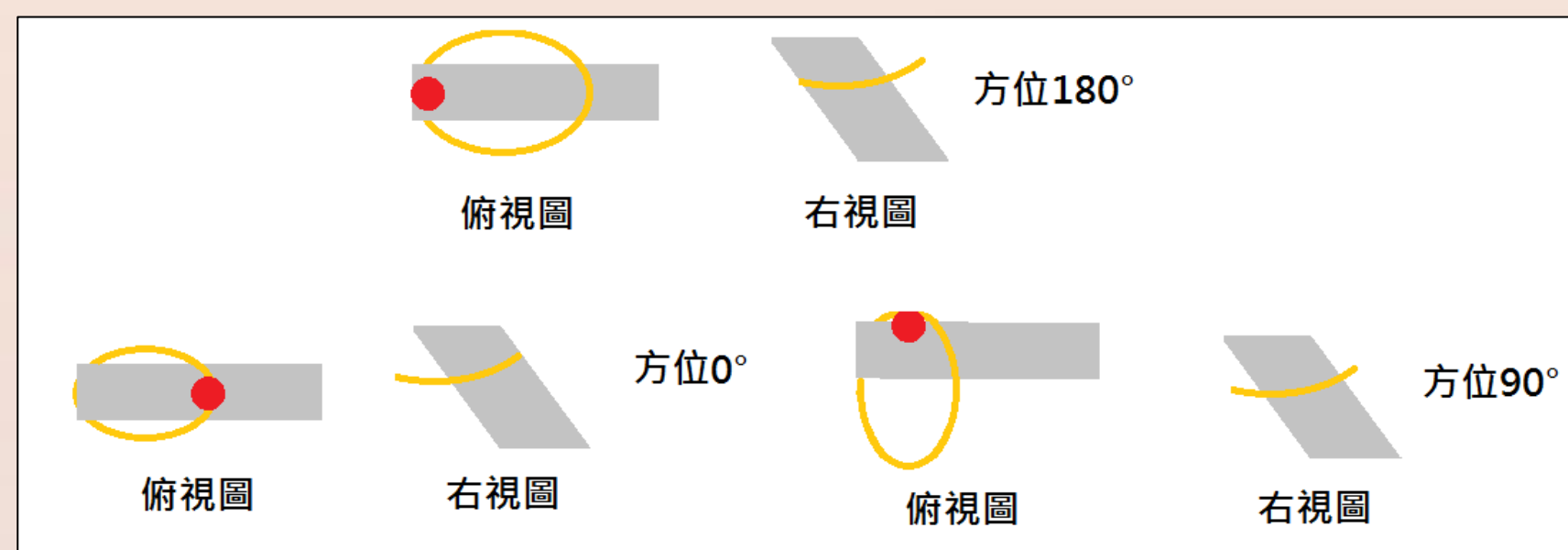
#### 四、實驗二：實驗橡皮筋在斜度90°PVC管以有無貼緊放置落下對其運動的影響

(一) 以外徑22mmPVC管，斜度90°放置，分別以B01 (有貼緊) 與B02 (無貼緊) 進行實驗。



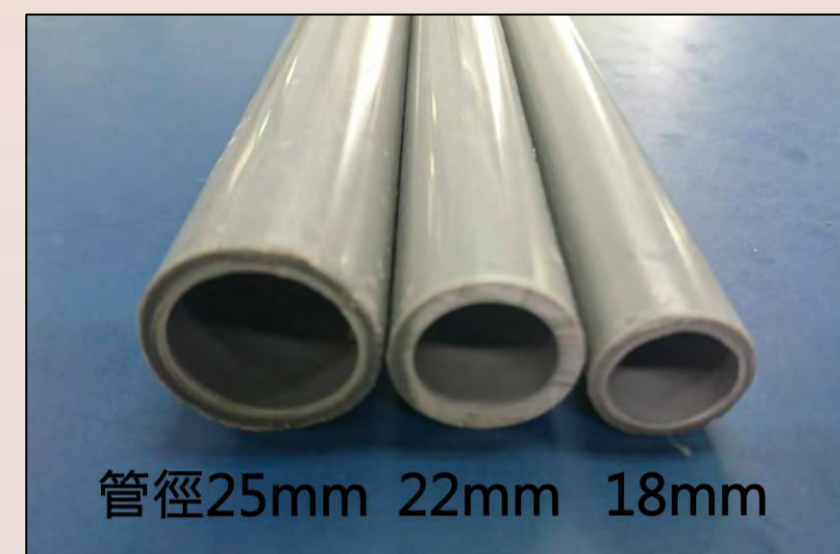
#### 五、實驗三：實驗橡皮筋在斜度45°PVC管以不同方位落下對其規律運動的影響

(一) 以外徑22mmPVC管，45°放置，以C01 (方位180°)、C02 (方位90°)、C03 (方位0°) 進行實驗。



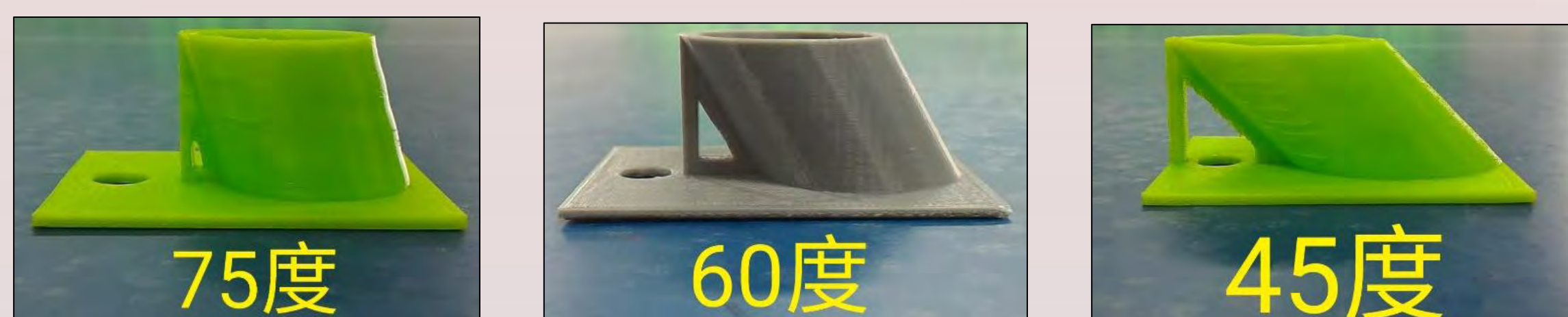
#### 六、實驗四：實驗橡皮筋在不同管徑的PVC管落下對其運動的影響

(一) 分為B01外徑 (18mm)、B02外徑 (22mm) PVC管進實驗。



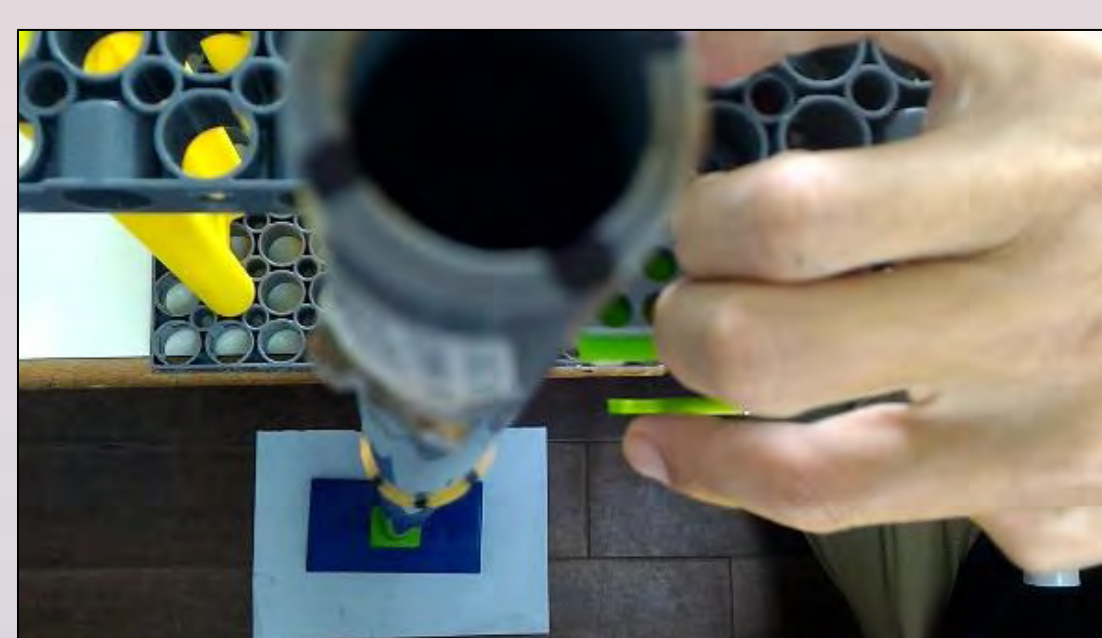
#### 七、實驗五：實驗橡皮筋在同管徑不同斜度PVC管落下對其運動的影響

(一) 為外徑22mmPVC管，以斜度90° (與A01相同)、75°、60°、45°進行實驗。



#### 八、實驗六：橡皮筋落下旋轉運動軌跡追蹤分析

- (一) 實驗組依據表2實驗編號分組，進行G01實驗，將橡皮筋分成八部分，每分隔點用奇異筆畫上黑點，方便觀察。
- (二) 使用電腦控制角度馬達，使橡皮筋落下。
- (三) 每組實驗進行三次，進行俯視、側面拍攝。
- (四) 將影片利用Video to JPG Converter，轉成分格圖檔。
- (五) 將圖檔內橡皮筋位置、形狀使用Inkscape將橡皮筋描繪出來，並繪製出其分隔點，使用不同顏色點標示出來，將其位置座標化，進行數據分析整理，整理成附件二。
- (六) 進行橡皮筋的旋轉運動軌跡分析與討論。



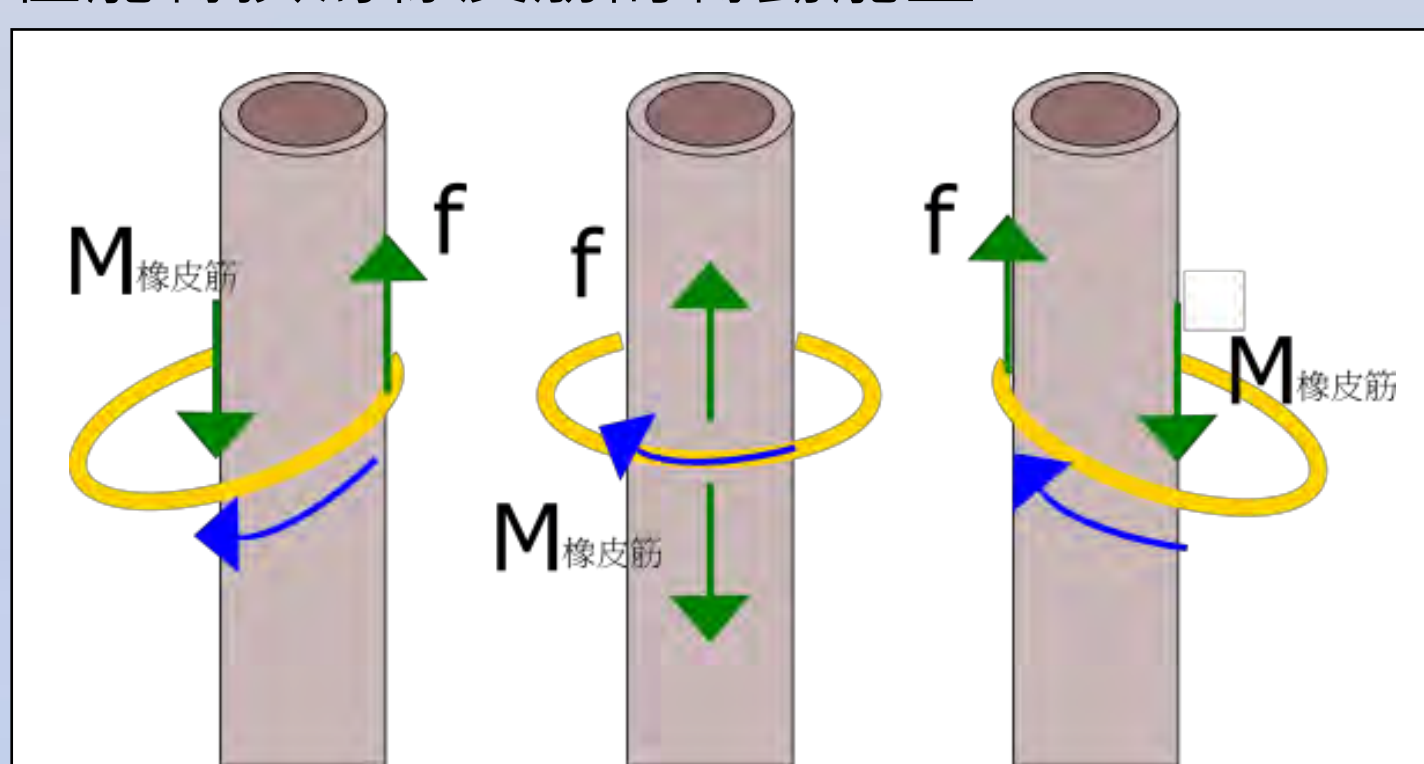
### 捌、討論與分析

#### 一、實驗一：觀察分析橡皮筋落下運動時的運動方式經過實驗數值

分析及討論後，我們發現橡皮筋在落下時的特性：

(一) 為什麼會旋轉運動？

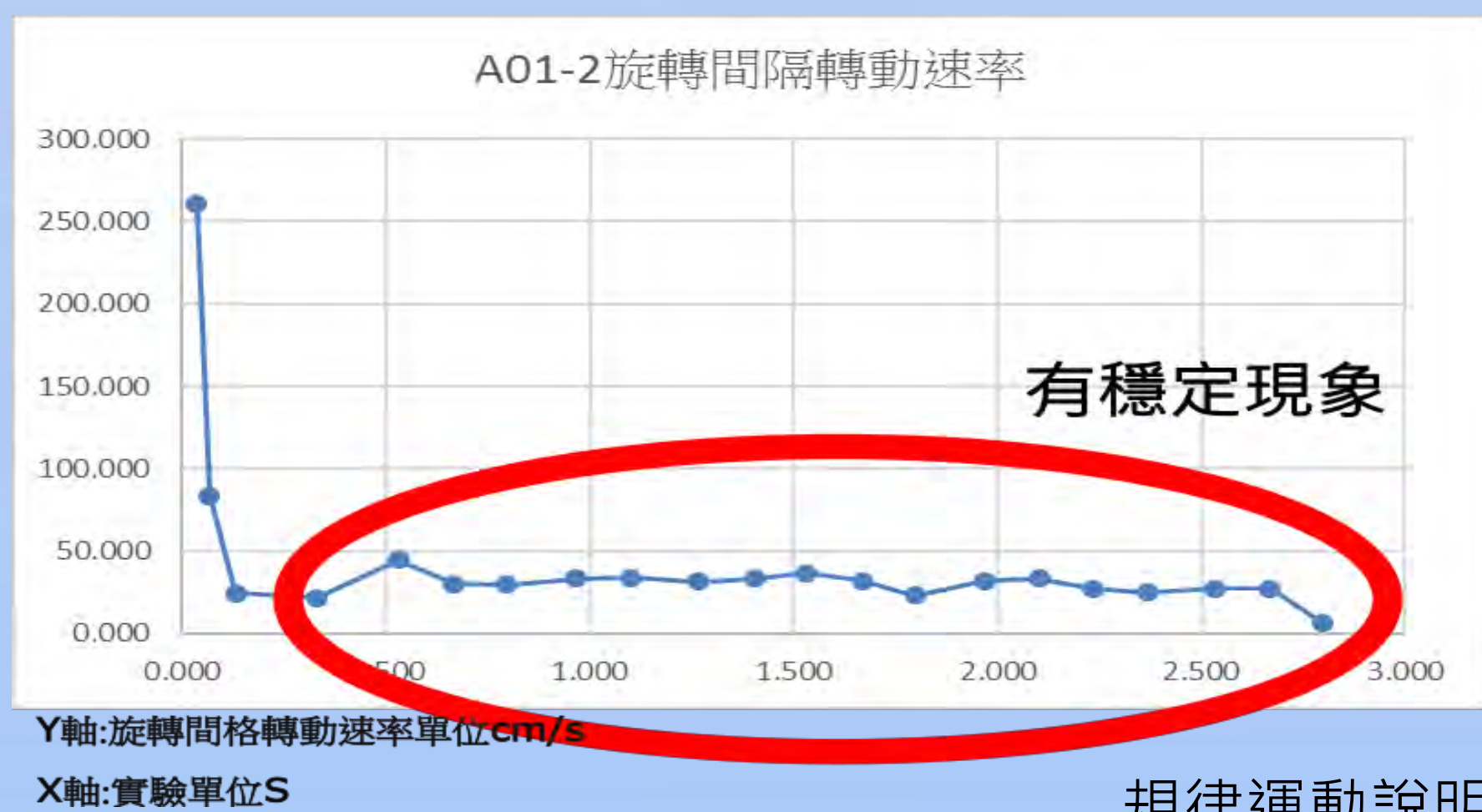
橡皮筋與PVC管子有接觸點，就有摩擦力，此時摩擦力小於橡皮筋重量，橡皮筋會傾斜，與PVC管接觸的一端較高，越外圍高度愈低，產生不平衡的力矩，因此造成了橡皮筋的轉動。從能量守恆的觀點來看，橡皮筋由高處到低處掉落，其重力位能轉換為橡皮筋的轉動能量。



橡皮筋旋轉示意圖

(二) 規律運動

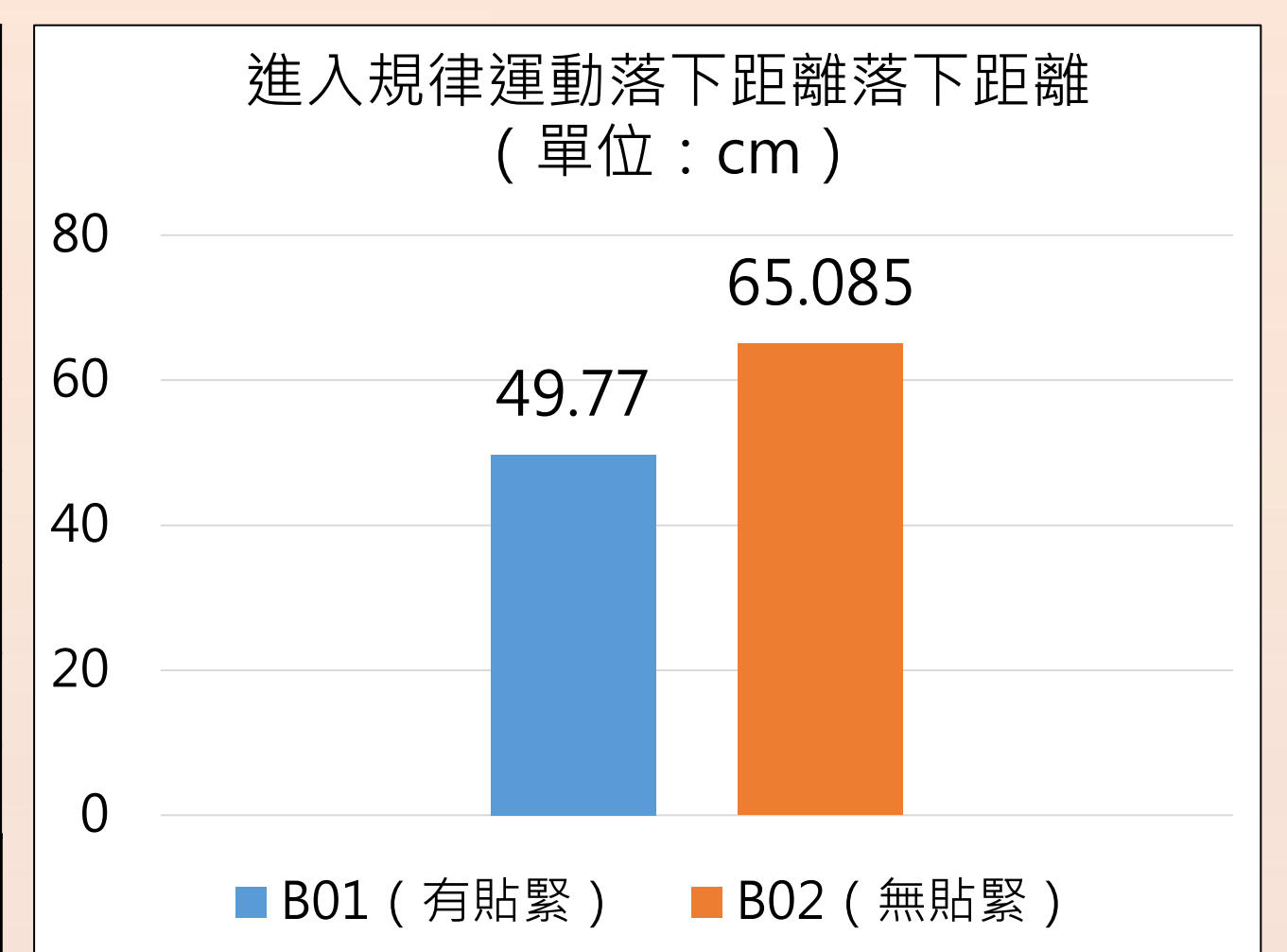
橡皮筋落下時，下降速度會分前段與後段，前段會以不規則方式、或是以加速度方式落下，在特定時間點旋轉會進入一定旋轉規律，橡皮筋下降速率非常相近，而不是因有重力加速度而產生曲線圖形，是產生相近於等速運動的現象，且橡皮筋傾斜角接近水平，我們稱為「規律運動」。橡皮筋旋轉越快，產生的向心力與管壁的摩擦力，與重力接近平衡。



規律運動說明

#### 二、實驗二：實驗橡皮筋在斜度90°PVC管以有無貼緊放置落下對其運動的影響

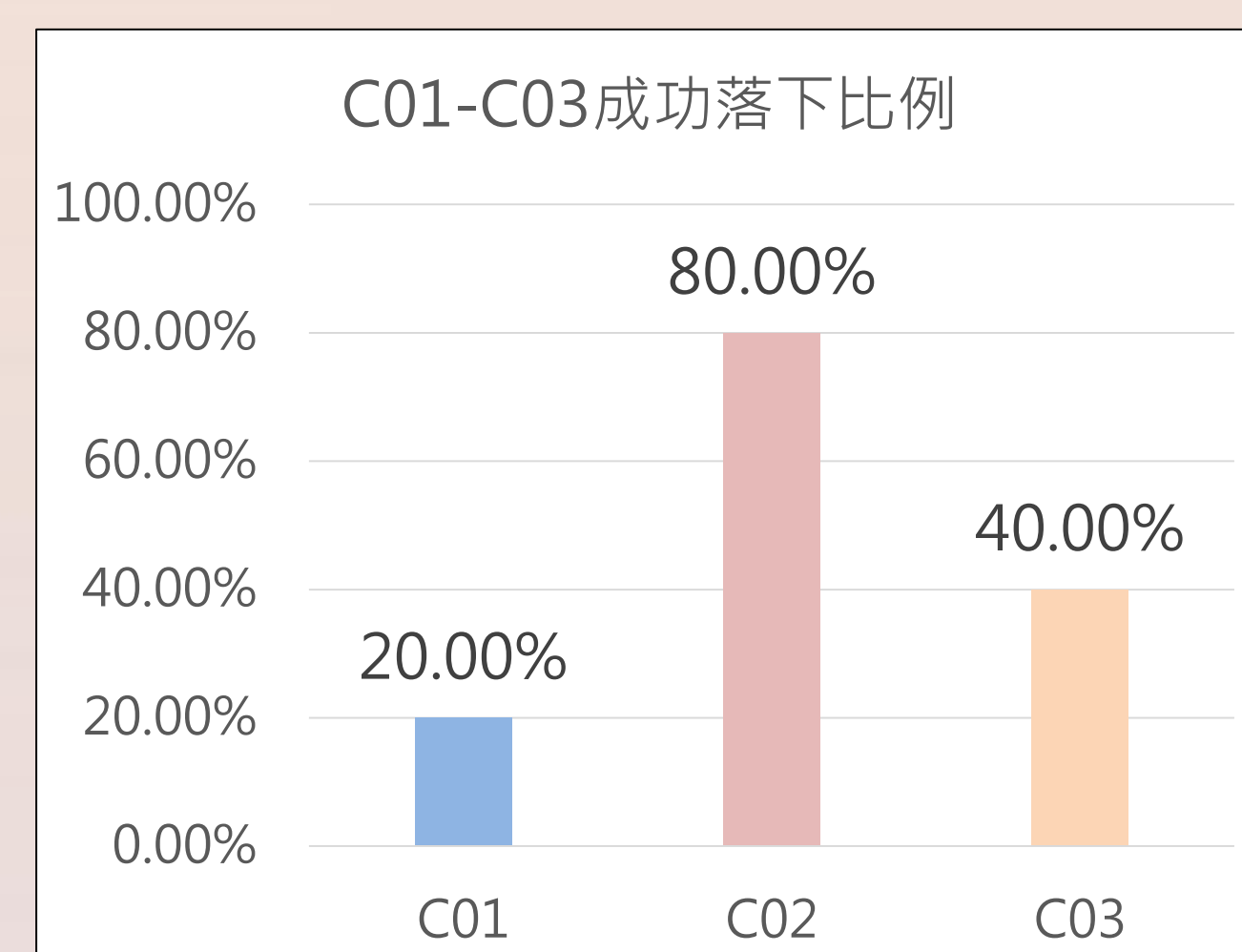
實驗項目	進入規律運動 落下距離 (單位: cm)
B01-1	60.148
B01-2	46.937
B01-3	42.225
B02-1	91.028
B02-2	68.648
B02-3	35.578
B01 (有貼緊)	49.770
B02 (無貼緊)	65.085



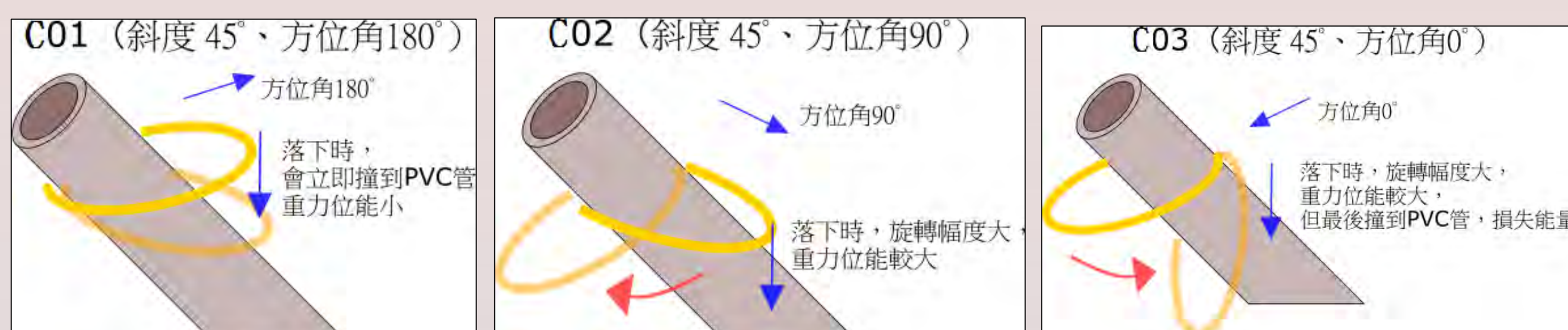
有無貼緊放置落下進入規律運動

(三) 橡皮筋在實驗B01 (有貼緊) 開始時，橡皮筋單邊與PVC管有接觸且有摩擦力存在，另一邊則騰空。當落下時會因為有力矩作用，產生較大的碰撞，間接增加橡皮筋旋轉的機率，因此能以較短落下距離進入規律運動。

#### 三、實驗三：實驗橡皮筋在斜度45°PVC管以不同方位落下對其規律運動的影響

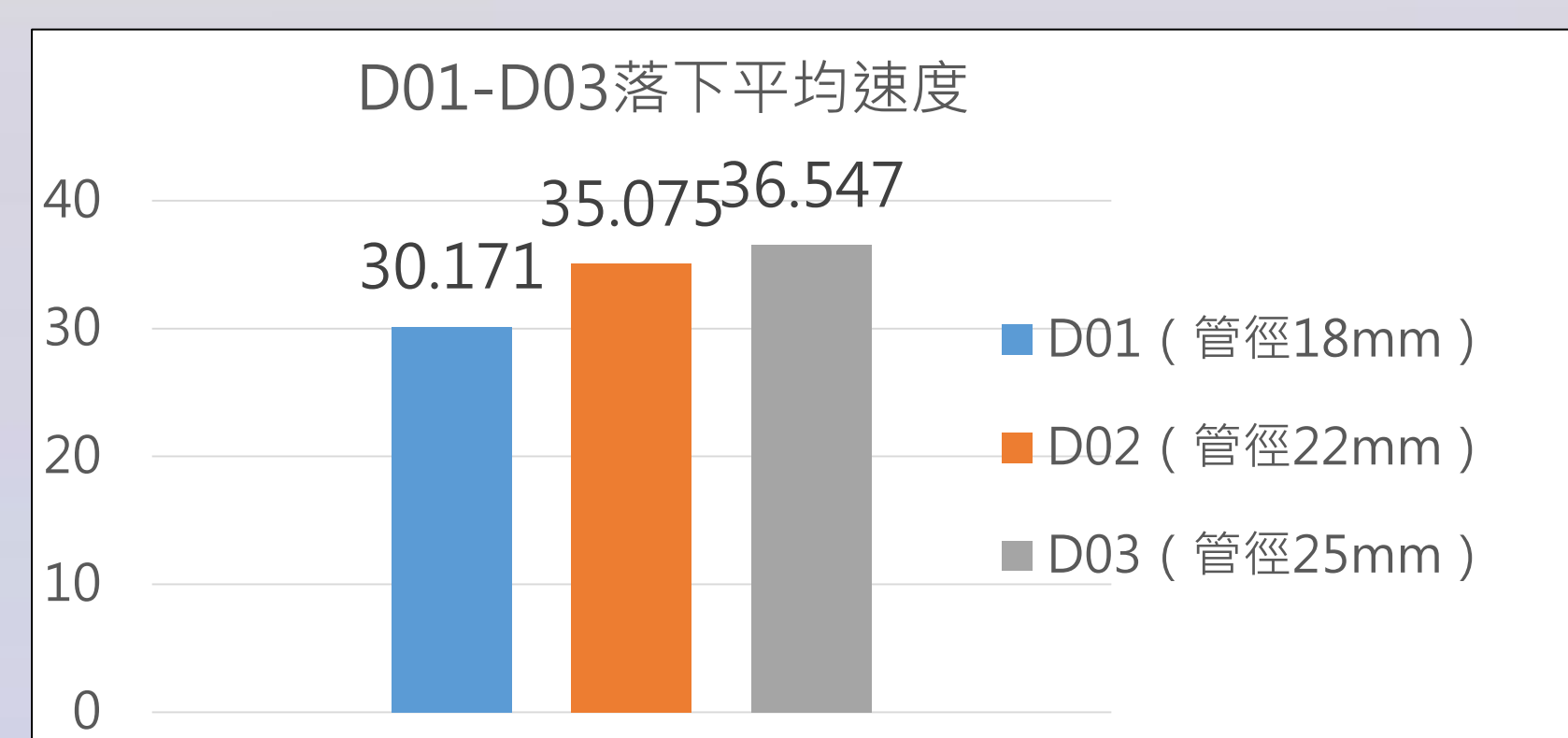


C01-C03成功旋轉落下比例

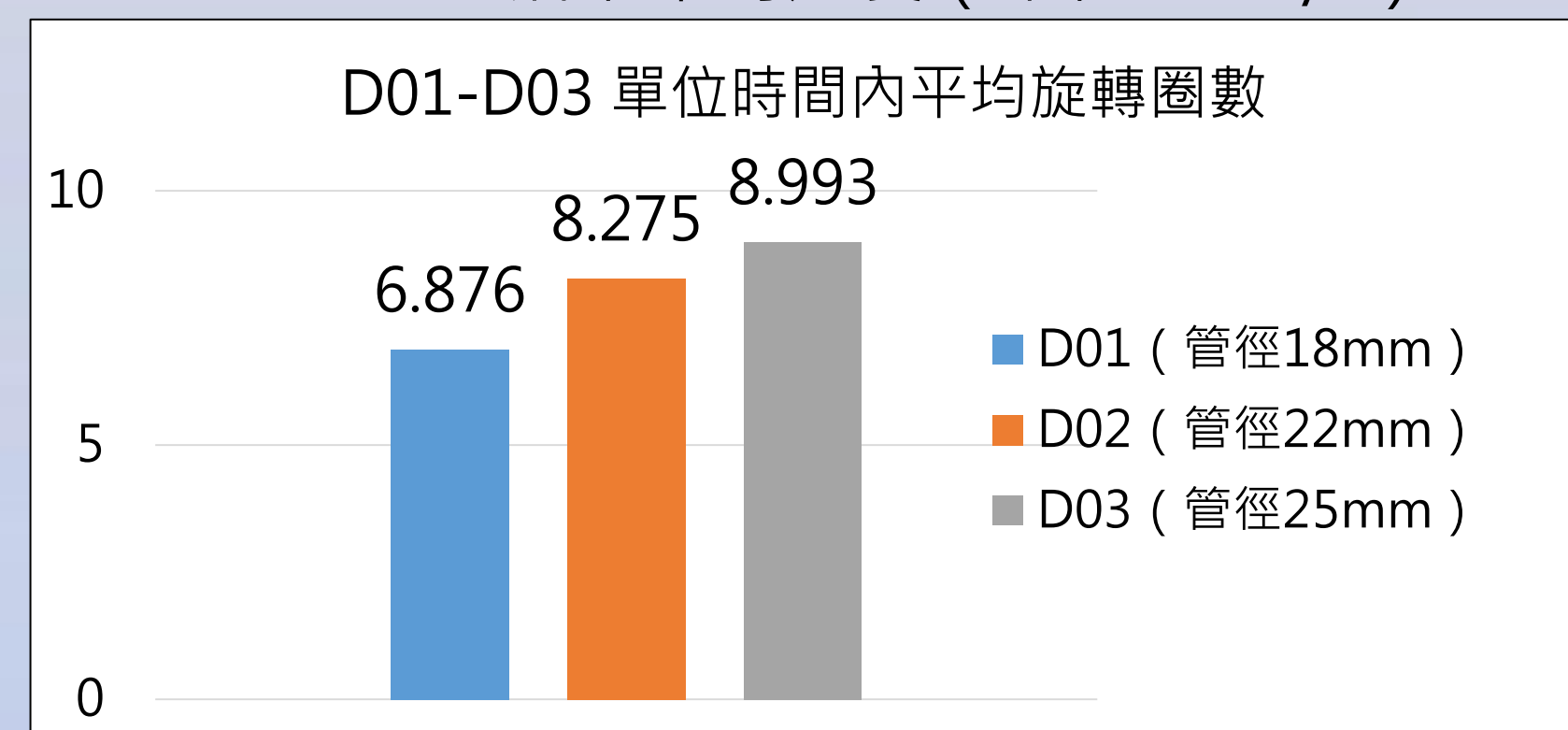


- (一) 實驗C01 (方位角180°) 橡皮筋位能較小，產生較小碰撞，及兩側力量平均，較無法使橡皮筋產生旋轉。
- (二) 實驗C02 (方位角90°) 橡皮筋落下時，位能較大，且兩側落下碰撞PVC管不同時間，二個因素下造成橡皮筋較有機會產生旋轉。
- (三) 實驗C03 (方位角0°) 橡皮筋落下時，位能最大，能使橡皮筋與PVC產生最大碰撞，亦能造成旋轉，但兩側落下碰撞PVC管時間相同，亦無法像實驗C02提高橡皮筋旋轉機率。

#### 四、實驗四：實驗橡皮筋在不同管徑的PVC管落下對其運動的影響



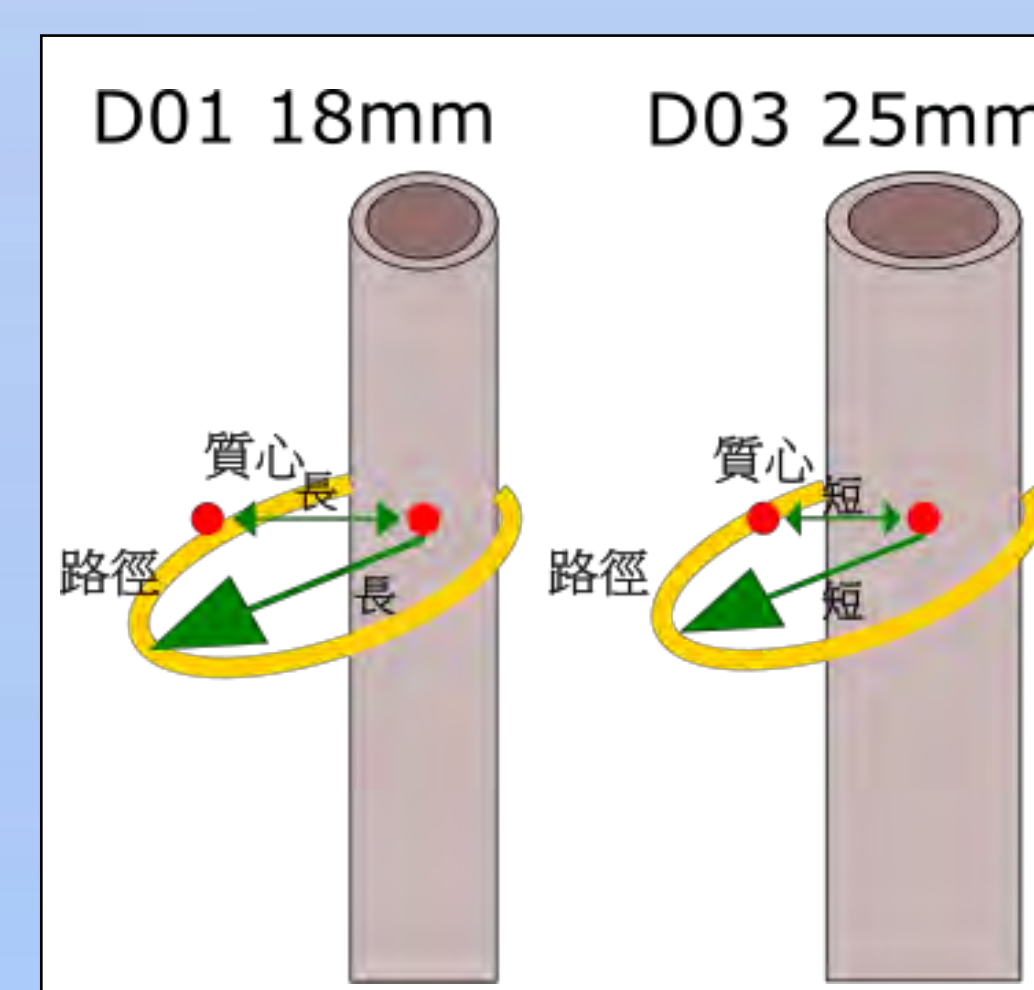
D01-D03落下平均速度 (單位: cm/s)



D01-D03單位時間內平均旋轉圈數 (單位: cm/s)

(一) 在單位時間內平均旋轉圈數，橡皮筋在實驗D03 (管徑25mm) 落下旋轉時，可能橡皮筋與PVC管接觸面較大，橡皮筋圓周長與PVC管徑距離較近，因此旋轉路徑短，所以轉速快，單位時間內旋轉圈數較多。

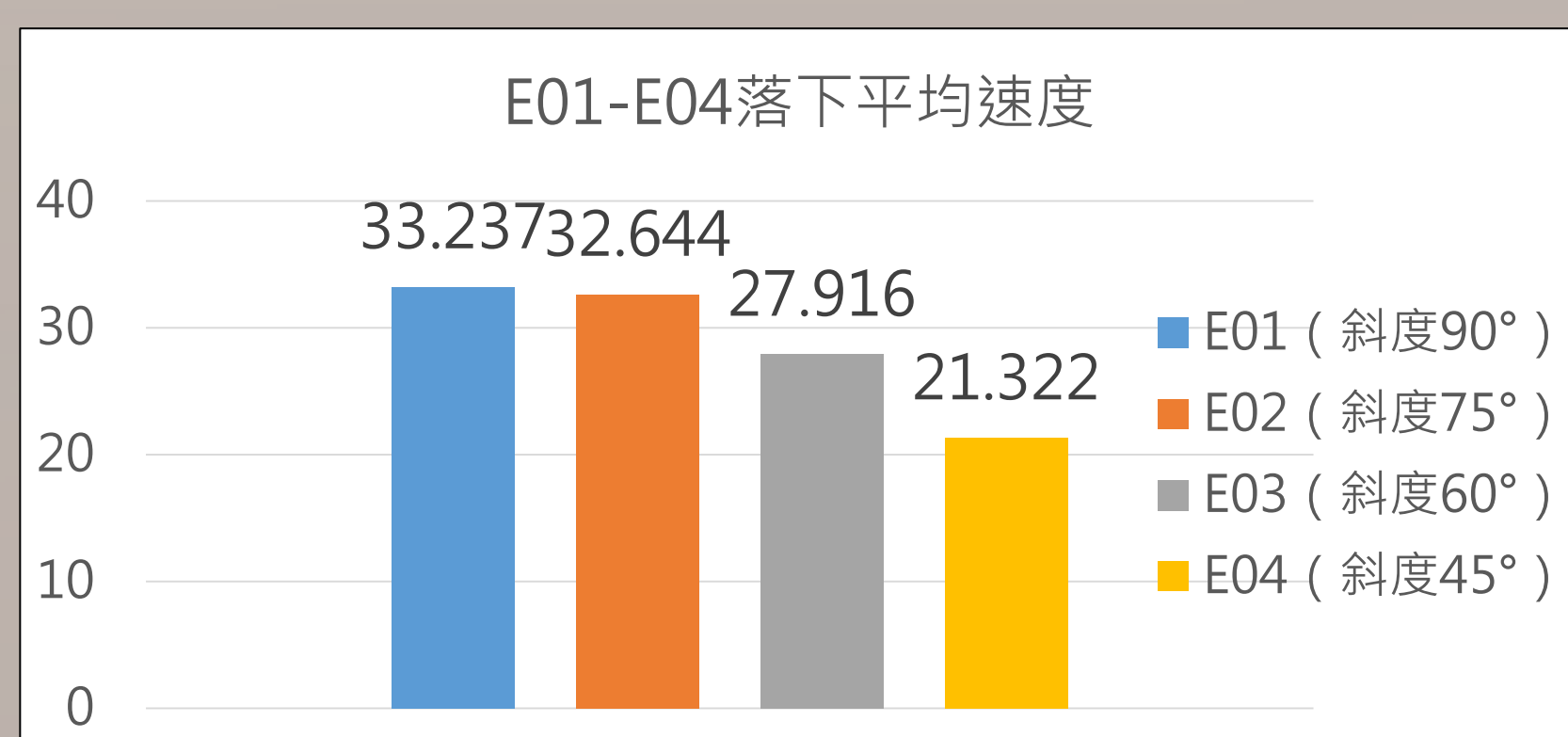
(二) D03 (管徑25mm) 橡皮筋旋轉如同螺絲形狀，因重力、旋轉慣性，每轉一圈下降一段距離，因此若橡皮筋轉速快，會增加落下的速度。



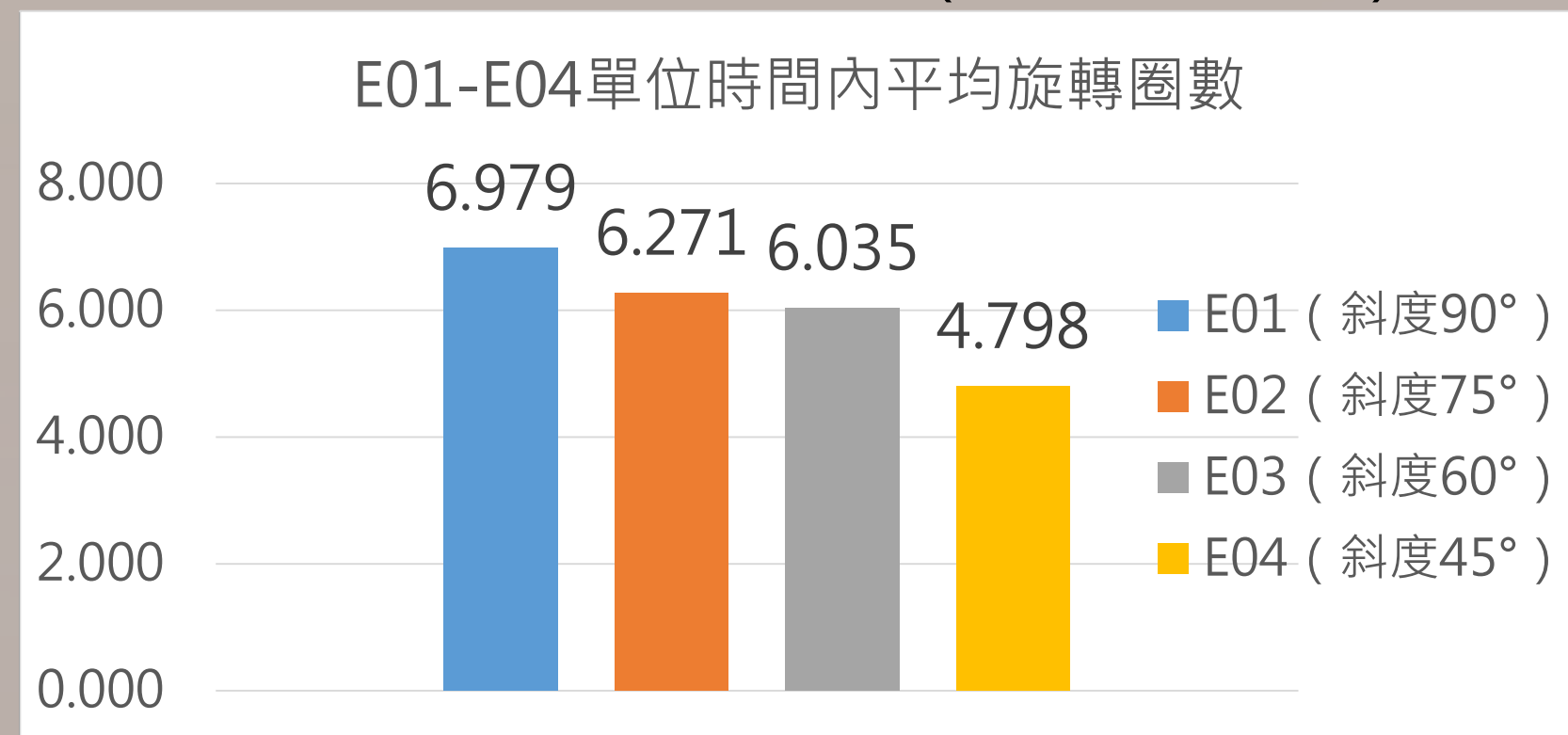
D01、D03旋轉快慢示意圖



## 五、實驗五：實驗橡皮筋在同管徑不同斜度PVC管落下對其運動的影響



E01-E04落下平均速度 (單位: cm/s)

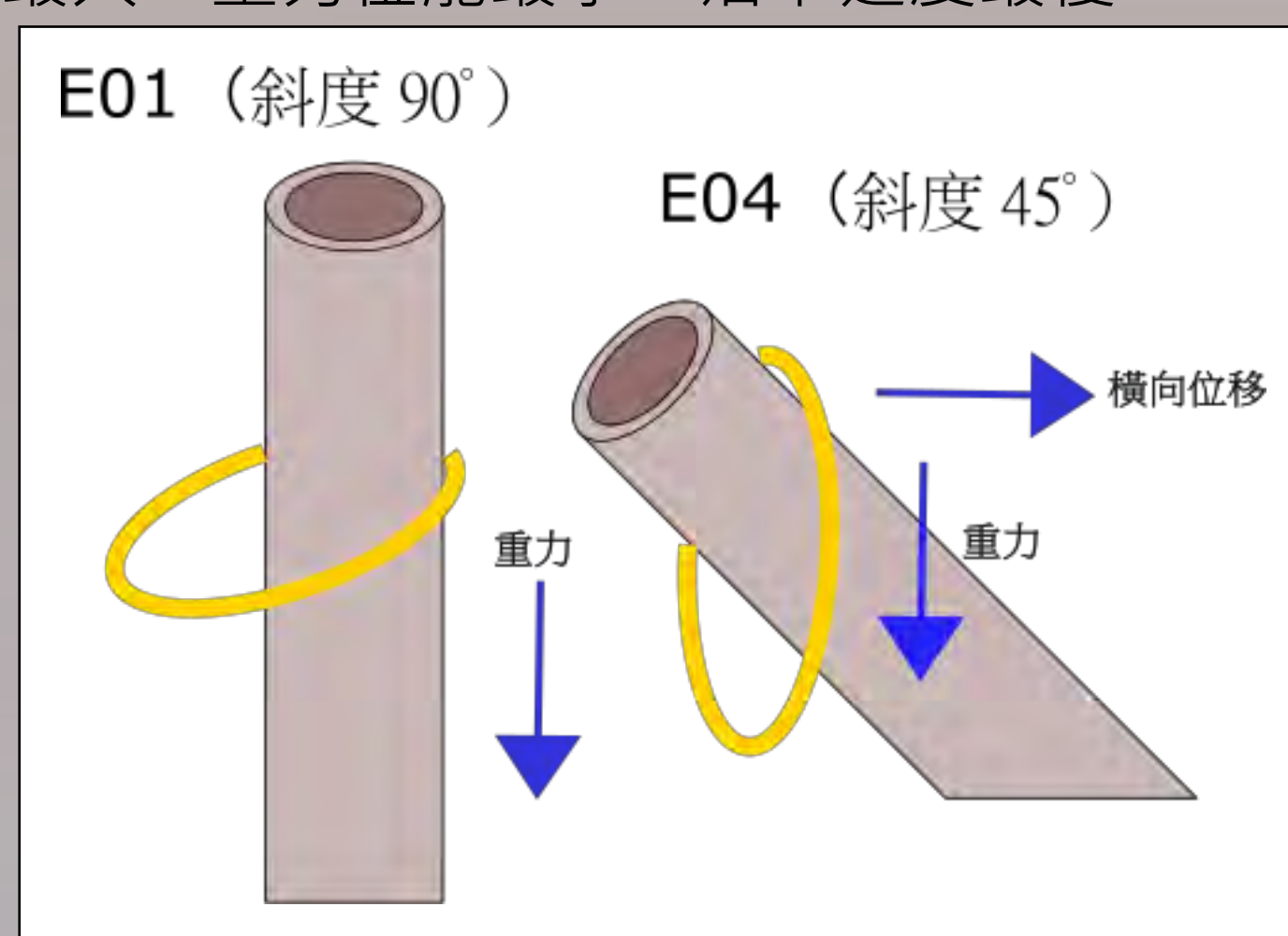


E01-E04單位時間內平均旋轉圈數 (單位: 圈/s)

(一) 實驗橡皮筋在同管徑不同斜度PVC管，可發現落下平均速度、單位時間內平均旋轉圈數皆是E01 (斜度90°) 數值較高，且E04 (斜度45°) 數值較低。

(二) 在單位時間內平均旋轉圈數，橡皮筋在實驗E01 (斜度90°) 落下旋轉時，無水平位移，橡皮筋質心的運動方向與重力作用力方向相同，造成水平旋轉平均，所以轉速快，單位時間內旋轉圈數較多。

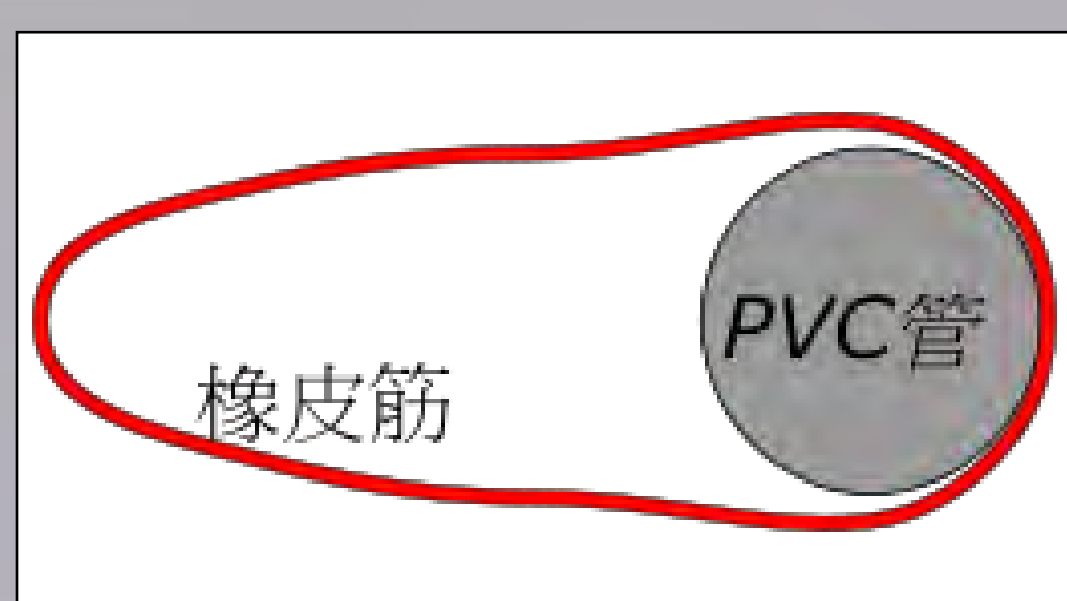
(三) E01 (斜度90°) 無水平位移，因此無水平分力，橡皮筋轉速快，進而增加落下的速度。橡皮筋在E04 (斜度45°) 轉動，水平位移最大，重力位能最小，落下速度最慢。



E01、E04旋轉快慢示意圖

## 六、實驗六：橡皮筋落下旋轉運動軌跡追蹤分析

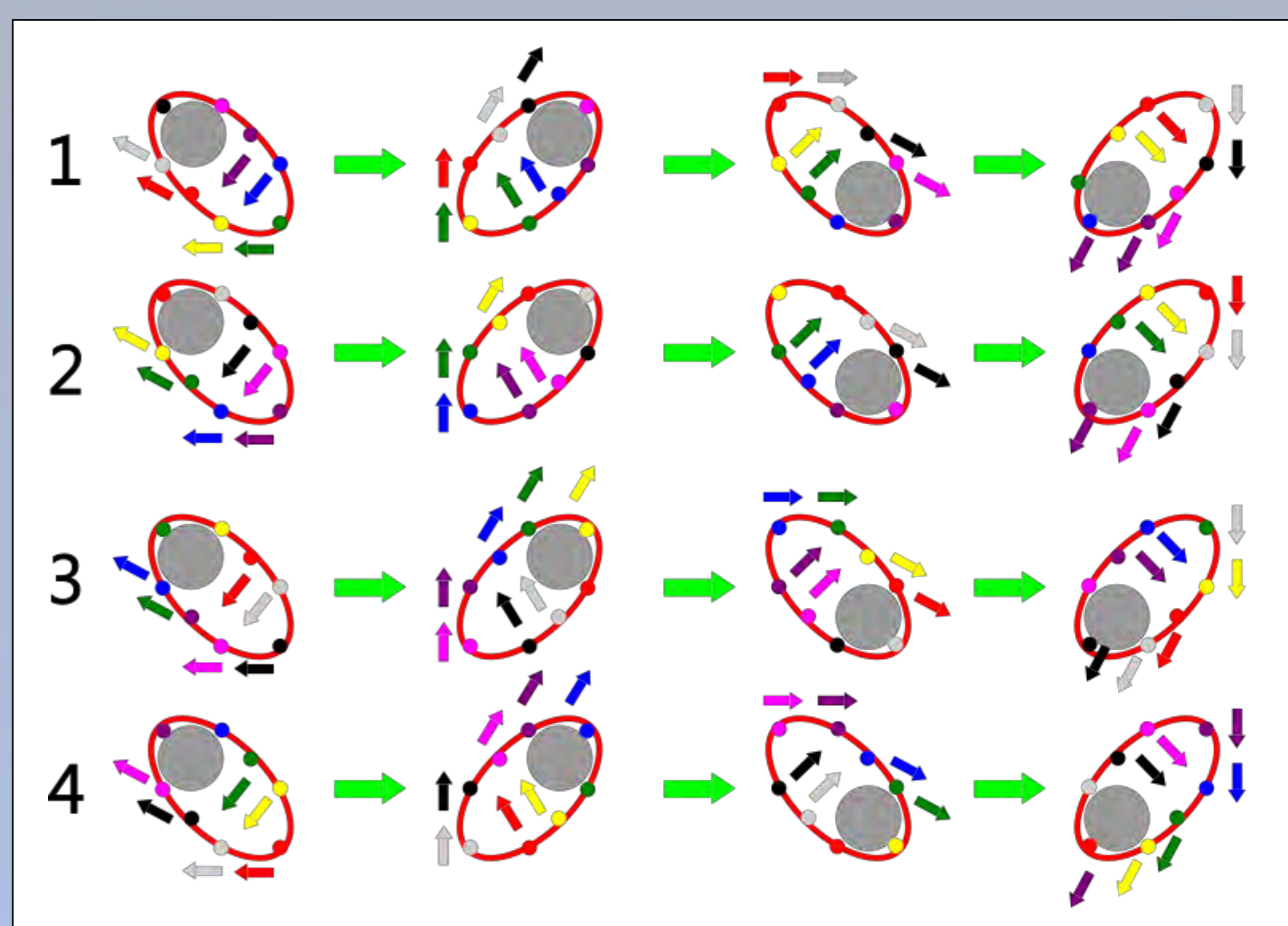
(一) 根據實驗影片及照片分析，可以發現橡皮筋旋轉落下時，會保持部分橡皮筋貼於PVC管 (圖38)，其他部分會在外圍，且離PVC管越遠則越細，且通常前後兩側長度大於左右兩側。



實驗橡皮筋旋轉時形狀

橡皮筋旋轉時雖會造成形狀改變，但無彈性形變。橡皮筋周長不變，可能是因為離心力不夠，無法轉換成彈力位能。

根據實驗影片及照片分析，橡皮筋旋轉落下時，將橡皮筋上八個分隔點分別以紅、黃、綠、藍、紫、粉、黑、灰八種分別標上，並根據分析圖，畫出橡皮筋落下旋轉示意圖。下列為橡皮筋旋轉分隔點位置移動說明：



橡皮筋旋轉循環

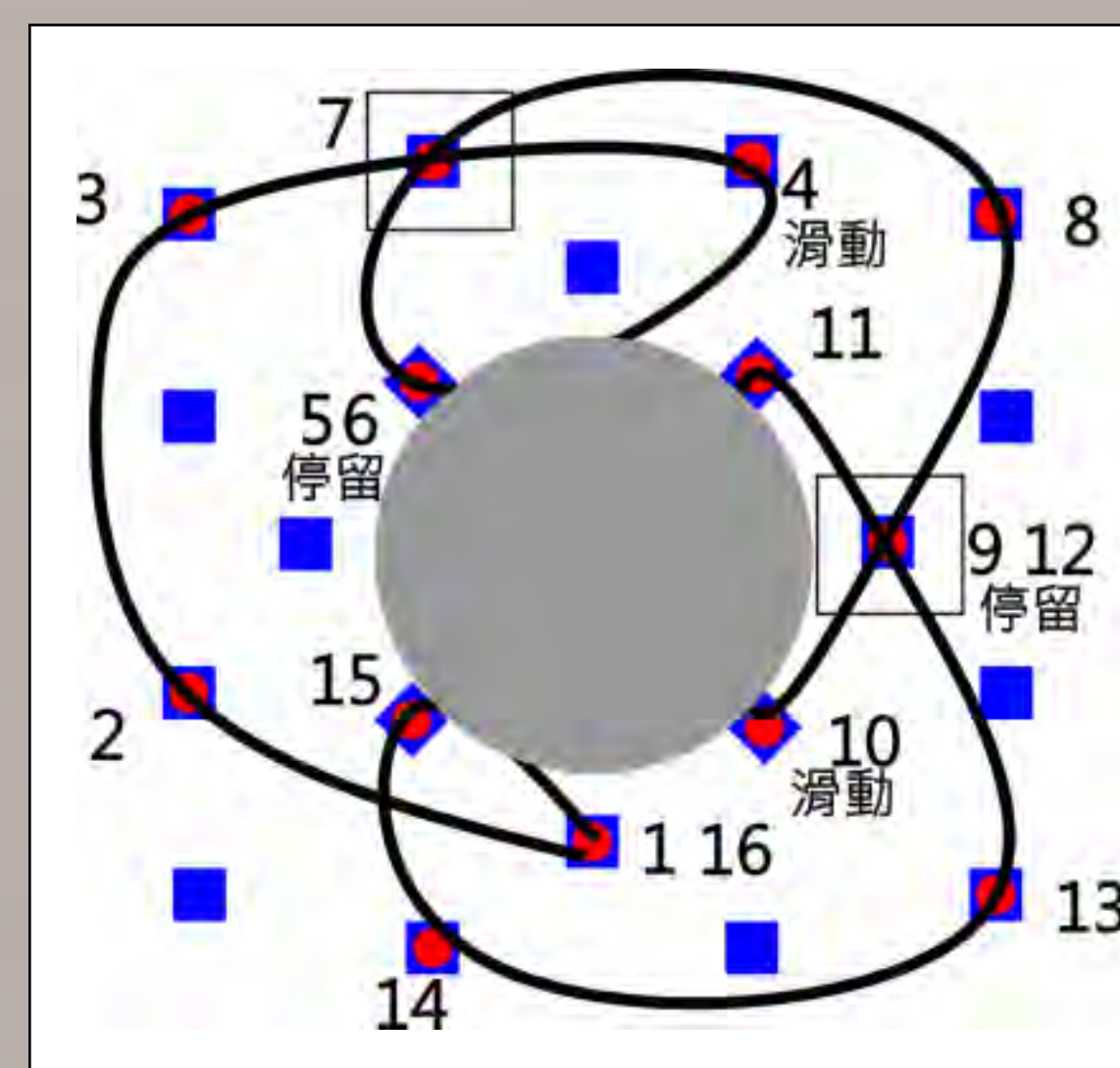
(二) 橡皮筋旋轉時，依照橡皮筋周長與PVC管周長計算，同一分隔點約旋轉2圈會回至原位置 (表8)，但實驗橡皮筋同一分隔點需花4圈才會回至原位置 (圖39)，實驗橡皮筋多轉了2圈PVC管周長。

橡皮筋周長	4.5*3.14=14.13 (單位: cm)	需旋轉圈數
PVC管圓周長	2.2*3.14=6.908 (單位: cm)	14.13/6.908=2.045

橡皮筋同一分隔點回原位置圈數

(三) 下圖為橡皮筋偵測點 (紅) 移動路徑，從旋轉開始，在每轉1/2圈橡皮筋會迴轉。橡皮筋迴轉可能是旋轉時慣性導致橡皮筋短暫脫離PVC管，但因慣性方向，往回移動，又與PVC管接觸，而繼續旋轉。總共會有兩次迴轉點。

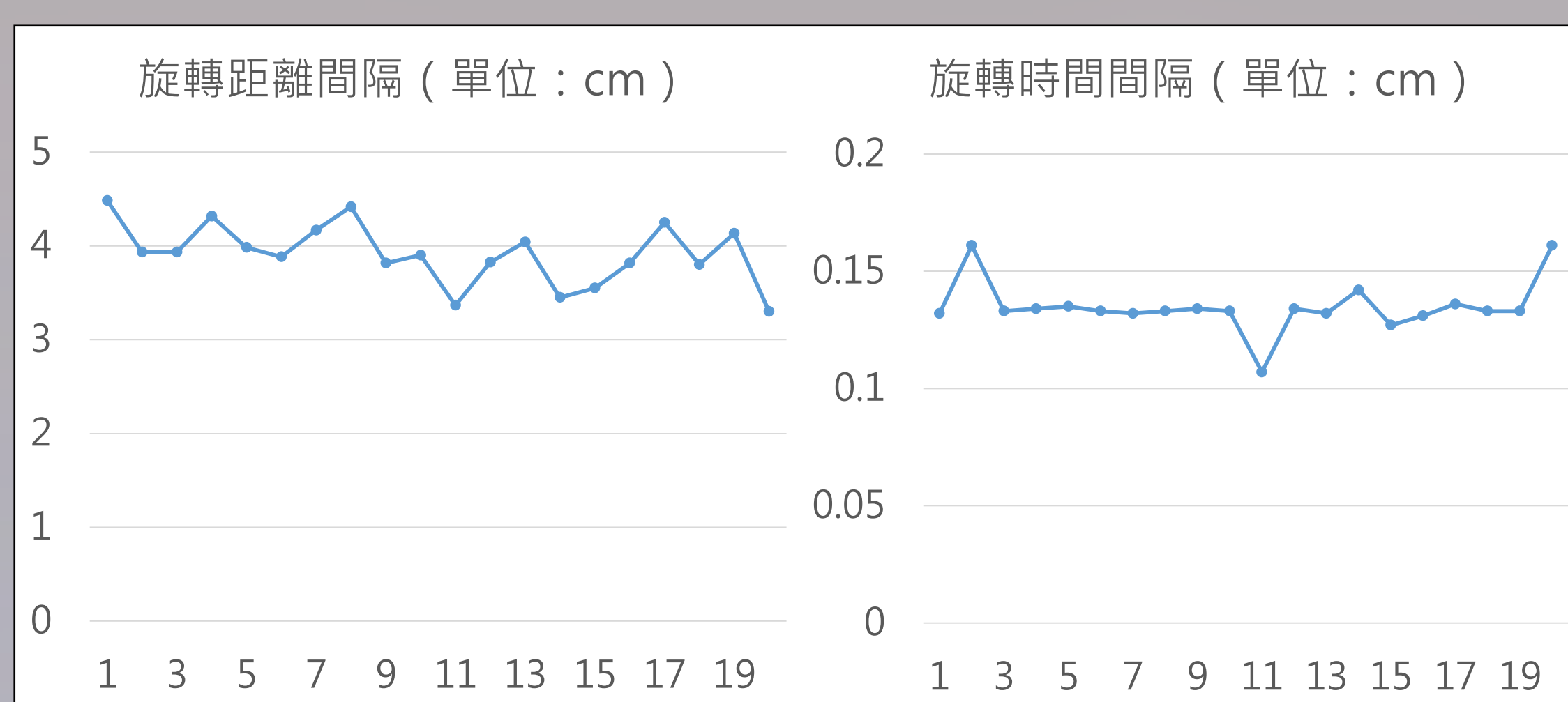
(四) 橡皮筋在PVC管上做圓周運動，等速圓周運動的質點，或是橡皮筋上偵測點，其一維垂直正投影運動應為簡諧運動，可是由實驗橡皮筋偵測點移動路徑，因為有橡皮筋旋轉時，有水平滑動，導致偵測點無法呈現像圓周運動所投影的簡諧運動方式。



實驗橡皮筋分隔點移動路徑

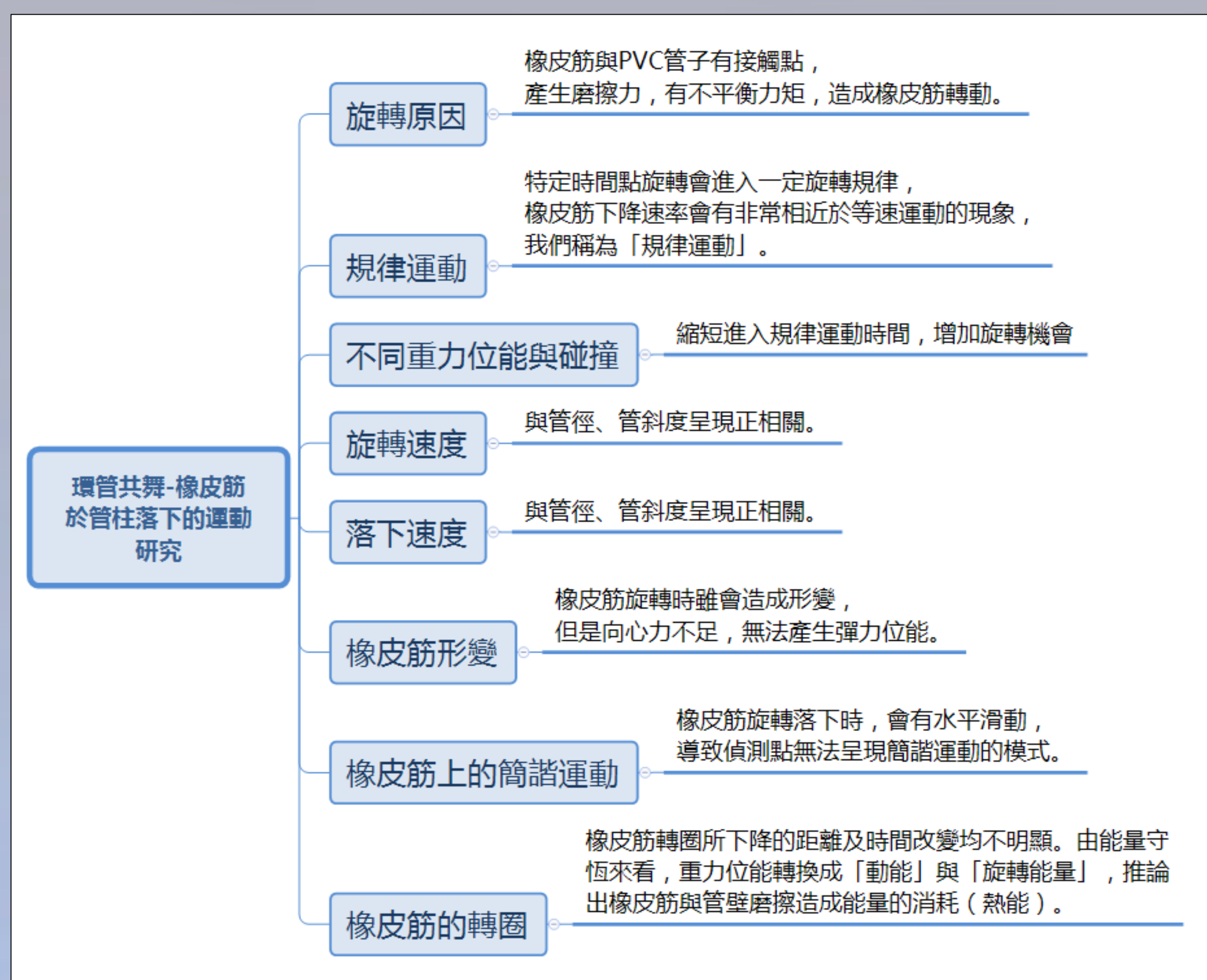
(五) 橡皮筋旋轉落下時，依實驗觀察，橡皮筋每次轉圈下降距離漸漸減少，到最後穩定下降距離，是因橡皮筋水平向心力增加，增加橡皮筋對於PVC管的摩擦力，橡皮筋傾斜會越來越平，越接近與PVC管呈現垂直，減少向下拉力，但是相對的橡皮筋慣性增加，所以橡皮筋的轉速增加，加上重力影響，會產生有向下拉力，所以橡皮筋在規律運動落下速度不會因此而減少。

圈數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
旋轉時間間隔 (單位: s)	0.132	0.161	0.133	0.134	0.135	0.133	0.132	0.133	0.134	0.133
旋轉距離間隔 (單位: cm)	4.484	3.934	3.934	4.318	3.984	3.884	4.168	4.418	3.817	3.901
圈數	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
旋轉時間間隔 (單位: s)	0.107	0.134	0.132	0.142	0.127	0.131	0.136	0.133	0.133	0.161
旋轉距離間隔 (單位: cm)	3.367	3.826	4.042	3.451	3.551	3.817	4.251	3.801	4.134	3.301



橡皮筋實驗逐點數據

## 玖、結論



## 拾、參考資料

- 圓周運動。https://zh.wikipedia.org/wiki/圓周運動。維基百科。
- 簡諧運動。https://zh.wikipedia.org/wiki/簡諧運動。維基百科。
- 旋轉動能。https://zh.wikipedia.org/wiki/旋轉動能。維基百科。
- 翰林自然與生活科技第五冊。第49~54頁。圓周運動與萬有引力。
- 賴怡瑄、邱萱、王禹博 (2016)。中華民國第56屆中小學科學展覽會參展作品物理科國中組，圈上的波扭：有趣的滾圈圈。
- 林智遠 (2002)。第一屆旺宏科學獎。從呼拉圈穩定搖擺的律動看圓形駐波模式。
- 環與棒的共舞。http://scigame.ntcu.edu.tw/power/power-030.html。國立台中教育大學 NTCU科學教育與應用學系。